



POSGRADO INTERINSTITUCIONAL DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA

*DESARROLLO DEL NUEVO MODELO DE LA ESTIMACIÓN  
DE LA INCERTIDUMBRE DE MEDIDA DE UN PATRÓN  
PARA LA CALIBRACIÓN DE ODÓMETROS*

**TESIS**

QUE PARA OBTENER EL GRADO  
ACADÉMICO DE

**MAESTRO EN CIENCIA Y TECNOLOGÍA  
EN LA ESPECIALIDAD DE METROLOGIA**

PRESENTA

**Ing. Eduardo López Hernández**

DIRIGIDA POR EL

**Dr. Luciano Nava Balanzar.**

**M.C. Marco A. Álvarez Armas**

SANTIAGO DE QUERÉTARO, QRO., SEPTIEMBRE DE 2018



CIENCIA Y TECNOLOGÍA

**Director de Posgrado**

PICYT – CIDESI

Querétaro

Los abajo firmantes, miembros del Comité Tutorial del alumno **Eduardo López Hernández**, una vez leída y revisada la Tesis titulada “**DESARROLLO DEL MODELO DE MEDICIÓN Y ESTIMACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE DE MEDIDA DE UN PATRÓN PARA LA CALIBRACIÓN DE ODÓMETROS**”, aceptamos que la referida tesis revisada y corregida sea presentada por el alumno para aspirar al grado de **Maestría en Ciencia y Tecnología** en la opción terminal de **Metrología** durante el Examen de Grado correspondiente.

Y para que así conste firmo la presente a los 4 días del mes de Septiembre del año dos mil dieciocho.

**Dr. Luciano Nava Balanzar.**

Director de Tesis

**M. C. Marco Antonio Álvarez Armas.**

Co. Director de Tesis



CIENCIA Y TECNOLOGÍA

**Director de Posgrado**

PICYT – CIDESI

Querétaro

Los abajo firmantes, miembros del Jurado del Examen de Grado del alumno **Eduardo López Hernández**, una vez leída y revisada la Tesis titulada “**DESARROLLO DEL NUEVO MODELO DE ESTIMACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE DE MEDIDA DE UN PATRÓN PARA LA CALIBRACIÓN DE ODÓMETROS**”, aceptamos que la referida tesis revisada y corregida sea presentada por el alumno para aspirar al grado de **Maestría en Ciencia y Tecnología** en la opción terminal de **Metrología** durante el Examen de Grado correspondiente.

Y para que así conste firmamos la presente a los 4 días del mes de Septiembre del año dos mil dieciocho.

**Dr. Leonardo Barriga Rodríguez.**

Presidente

**M. C. Mario Díaz Orgaz.**

Secretario

**Dr. Luciano Nava Balanzar.**

Vocal

## **AGRADECIMIENTOS**

Este trabajo de tesis está dedicado:

A mi esposa Jessica, por su paciencia y comprensión pero sobre todo por ser mi fuente de inspiración y fuerza para lograr mis objetivos.

A mi mamá Ma. Magdalena, por estar siempre estar junto a mí brindándome su apoyo y consejos.

A mis hermanos Fernanda y Osvaldo por ser un gran ejemplo de disciplina, dedicación y alegría.

A mis asesores Luciano y Marco A., quiénes siempre tuvieron fe en mí y me alentaron para terminar esta tesis.

A mi gerente Mario Díaz por apoyarme y confiar en mí, al darme la oportunidad de iniciar y concretar este proyecto.

## Resumen

Lo primero que asociamos con odómetro es el cuentakilómetros de nuestros vehículos y por ello pensamos que se trata de un dispositivo inventado en el siglo XX. Sin embargo, el odómetro es tan antiguo que, para algunos investigadores, sus orígenes se remontan a épocas anteriores a la era cristiana.

Por su etimología griega, odómetro significa “medir distancias recorridas” y ese fue principalmente el uso que se le atribuyó a este instrumento en la antigüedad, tanto en el ámbito civil como militar, mucho antes de encontrar aplicación en la industria automotriz, en bicicletas, en los modernos aparatos de gimnasia (por ejemplo, cintas caminadoras), en dispositivos de ayuda técnica para personas con problemas motrices (por ejemplo, silla de ruedas), en agrimensura, topografía y en cualquier otra actividad en la que se requiera la medición exacta de una distancia cuando se la recorre, incluso caminando, en superficies planas.

El cálculo de distancias ha preocupado al ser humano desde la antigüedad hasta nuestros días, por este motivo es importante considerar los errores que arrojan estos instrumentos al usarlos; el desarrollo de un nuevo modelo de estimación de la incertidumbre de medida de un patrón para la calibración de odómetros y el diseño de un proceso más eficiente será una realidad para obtener una incertidumbre con mejor exactitud de este tipo de instrumentos (odómetros).

En este trabajo se muestran los fundamentos teóricos, análisis y pruebas realizadas a un patrón de odómetros con un servomotor (prototipo) enfocado en el desarrollo y nuevo modelo estimación de incertidumbre.

El desarrollo de este proyecto mediante su cálculo matemático (nuevo modelo) se basa en la descripción del modelo de medición y las variables influencia y contribuyentes que le afectan. Este se define por medio de una lluvia de ideas, donde las variables que están involucradas en el proceso de medición hay que ordenarlas basándose en su comportamiento ya que este puede ser de forma aleatoria o sistemática y establecer, en caso de que sea posible, la relación matemática que existe entre el valor obtenido de la medición del mensurando y las variables.

La incertidumbre de medida incluye componentes procedentes de efectos sistemáticos, tales como componentes asociados a correcciones y a valores asignados a patrones, algunas veces no se corrigen los efectos sistemáticos estimados y en su lugar se tratan como componentes de incertidumbre.

# INDICE

<b>DIRECTOR DE POSGRADO</b> .....	I
<b>DIRECTOR DE POSGRADO</b> .....	II
<b>RESUMEN</b> .....	IV
<b>ÍNDICE DE FIGURAS</b> .....	I
1. INTRODUCCIÓN.....	2
<b>1.1. ANTECEDENTES</b> .....	3
<b>1.2. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA</b> .....	5
<b>1.3. JUSTIFICACIÓN</b> .....	6
<b>1.4. HIPÓTESIS</b> .....	7
<b>1.5. OBJETIVOS</b> .....	8
<b>1.6. METODOLOGÍA</b> .....	9
2. MARCO TEÓRICO.....	10
<b>2.1. CARACTERÍSTICAS DE LOS ODÓMETROS</b> .....	10
<b>2.2. TIPOS DE ODÓMETROS</b> .....	12
<b>2.3. TAMAÑO DE LA RUEDA</b> .....	13
<b>2.4. TIPO Y MATERIAL DE LA RUEDA DEL ODÓMETRO</b> .....	15
<b>2.5. INTERVALO DE MEDIDA Y RESOLUCIÓN</b> .....	16
<b>2.6. DEFINICIONES</b> .....	17
3. MÉTODO DE CALIBRACIÓN.....	19
<b>3.1. DETERMINACION DEL ERROR DEL INSTRUMENTO</b> .....	19
4. MODELO GENERAL DE ESTIMACIÓN DE INCERTIDUMBRE DE ACUERDO A LA (GUM).....	24
<b>4.1. MODELO ANTERIOR DE LA INCERTIDUMBRE DE MEDIDA</b> .....	27
5. EXPERIMENTACIÓN .....	30
<b>5.1. DISTANCIA DE PARO DEBIDO A LA VELOCIDAD ANGULAR Y TIEMPO DE PARO DEL CILINDRO</b> .....	32
<b>5.2. SERVOMOTOR. RESOLUCIÓN</b> .....	35
<b>5.3. COMPORTAMIENTO LINEAL</b> .....	38
6. PRESUPUESTO DE INCERTIDUMBRE DE MEDIDA .....	41
7. NUEVO MODELO DE ESTIMACIÓN DE INCERTIDUMBRE DE MEDIDA .....	43
8. EJEMPLO DE CÁLCULO DE INCERTIDUMBRE PARA UN ALCANCE DE 1000,00 m:.....	52
9. CONCLUSIÓN .....	61
10. BIBLIOGRAFÍA .....	62
11. ANEXO .....	63

# ÍNDICE DE FIGURAS

<b>1. INTRODUCCIÓN</b>	
Figura 1. Odómetros.....	3
Figura 2. Tipos de Odómetros.....	3
Figura 3. Patrón Manual.....	4
Figura 4. Quinta rueda (Odómetro con mejor exactitud).....	4
<b>2. MARCO TEÓRICO</b>	
Figura 5. Corte de un odómetro.....	10
Figura 6. Tipos de odómetros manuales.....	11
Figura 7. Odómetro Mecánico.....	12
Figura 8. Odómetro Electromecánico.....	13
Figura 9. Tamaño de rueda de odómetros (pequeña mediana y grande).....	13
Figura 10. Odómetros Rueda Maciza.....	15
Figura 11. Odómetros de remolque (quinta rueda).....	16
<b>3. MÉTODO DE CALIBRACIÓN</b>	
Figura 12. Odómetro montado en el patrón y ajuste a cero.....	20
Figura 13. Determinación del perímetro.....	20
Figura 14. Escala angular.....	23
<b>5. EXPERIMENTCIÓN</b>	
Figura 15. Velocidad angular ( $\omega_R$ ).....	33
Figura 16. Componentes de un servo.....	35
Figura 17. Servomotor DYNAMIXEL AX-18 <sup>a</sup> .....	36

# ÍNDICE DE TABLAS

<b>3. MÉTODO DE CALIBRACIÓN</b>	
Tabla 1. Número de vueltas en metros.....	22
<b>5. EXPERIMENTCIÓN</b>	
Tabla 2. Fuentes de incertidumbre.....	30
Tabla 3. Comportamiento lineal en el intervalo de 100 m a 1 000 m.....	39
Tabla 4. Comportamiento lineal en el intervalo de 1 000 m a 10 000 m.....	39
Tabla 5. Comportamiento lineal en el intervalo de 10 000 m a 100 000 m.....	40
<b>6. PRESUPUESTO DE INCERTIDUMBRE DE MEDIDA</b>	
Tabla 6. Ejemplo de presupuesto de incertidumbre.....	41
<b>7. NUEVO MODELO DE ESTIMACIÓN DE INCERTIDUMBRE DE MEDIDA</b>	
Tabla 7. Coeficientes de expansión térmica.....	51
<b>8. EJEMPLO DE CÁLCULO DE INCERTIDUMBRE</b>	
Tabla 8. Resumen de incertidumbre en 1000, 00 m.....	58
Tabla 9. Resultados de los términos de segundo orden.....	59
Tabla 10. Resultados de la incertidumbre expandida.....	59
Tabla 11. Comparación de incertidumbres.....	60
Tabla 12. Balance de incertidumbre.....	60



## 1. INTRODUCCIÓN

Se le llama odómetro a los instrumentos de medición, cuyo principio de funcionamiento consiste en un par de ruedas que giran transmitiendo el movimiento a un tren de engranajes los cuales a su vez nos indican la longitud recorrida por dichas ruedas, y que normalmente se usan para medir carreteras.

Actualmente en el país existen 3 laboratorios acreditados para la calibración (manual) de odómetros. Uno de esos laboratorios es CIDESI.

No existe en CIDESI ni en los demás laboratorios un modelo de estimación de incertidumbre adecuado a los odómetros de alta exactitud

Los sistemas convencionales de calibración de odómetros basan su principio en la comparación de dos ruedas, se realiza a través de la relación del número de vueltas y el perímetro calibrado del cilindro.

La idea de incluir un nuevo modelo de estimación de la incertidumbre de medida de un patrón para la calibración de odómetros, implica implementar el patrón, así como la necesidad de obtener una mejor exactitud en su incertidumbre y obtener un mejor tiempo en el proceso de calibración.

Por lo cual las pruebas realizadas al patrón de odómetros con un servomotor (prototipo) enfocado en la aplicación automática y cálculo del nuevo modelo de estimación de la incertidumbre de medida de un patrón para la calibración de odómetros, nos ayudaran a controlar la posición, la velocidad y tener un control sobre el proceso de calibración, debido a la resolución del servomotor que una de las variables que se consideran dentro del análisis del nuevo modelo de estimación de la incertidumbre de medida de un patrón para la calibración de odómetros.

## 1.1. ANTECEDENTES

Las pruebas realizadas al patrón de odómetros con un servomotor enfocados en la aplicación tecnológica y el desarrollo del nuevo modelo de medición y estimación de incertidumbre medida, nos ayudarán a controlar la posición, el tiempo, la velocidad para tener un proceso de calibración controlado



Figura 1.- Odómetros

El fundamento en el que se basa un odómetro, depende del movimiento de otro instrumento milenario como lo es la rueda (Figura 1).

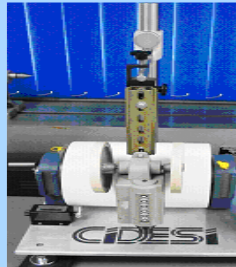
Existen dos tipos de odómetros, los mecánicos y los digitales. (Figura 2).



Figura 2.- Tipos de Odómetros

Actualmente el laboratorio de Metrología Dimensional de CIDESI está acreditado en el servicio de calibración de odómetros en el alcance de medida de 0 m a 10 000 m.

Para ello se utiliza un sistema de medición (llamado calibrador de odómetros) con funcionamiento manual (Figura 3), el cual permite, a través del conocimiento previo del perímetro calibrado del cilindro, contabilizar la cantidad de vueltas que realiza, para posteriormente procesar el dato y calcular las distancias que se calibran en los odómetros.



**Figura 3.- Patrón Manual**

Incluso existen odómetros con mejor exactitud llamados Quinta Rueda (Figura 4), consta de dos ruedas de 40 cm de diámetro y están diseñados para que la medición se efectúe cómodamente desde el interior de nuestro vehículo a través de una pantalla digital.



**Figura 4.- Quinta rueda (Odómetro con mejor exactitud)**

Dada esta necesidad de calibrar odómetros con mejor exactitud, el laboratorio de Metrología Dimensional de CIDESI necesita desarrollar un nuevo modelo de la estimación de incertidumbre de medida de un patrón para la calibración de odómetros así como implementar su patrón, basado en una lluvia de ideas, que se ordenaran basándose en su comportamiento (este puede ser de forma aleatoria o sistemática), para establecer la relación matemática que existe entre el valor obtenido de la medición del mensurando y dichas variables.

## **1.2. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA**

Existe una problemática que se debe considerar al calibrar odómetros de mejor exactitud. Esta va enfocada en cumplir con la incertidumbre de medida, ya que incluye componentes procedentes de efectos sistemáticos, tales como variables asociados a correcciones y a valores asignados a patrones, así como la incertidumbre debida a la definición del mensurando.

Debido a estas variables se requiere un análisis del nuevo modelo de la estimación de la incertidumbre de medida que favorezca y facilite la calibración de odómetros reduciendo en lo posible las variables aleatorias.

Es por esto que el laboratorio de Metrología dimensional de CIDESI tiene considerado analizar las variables que influyen en la incertidumbre de medida para tener una estimación adecuada, construyendo una nueva ecuación que representa la incertidumbre de medida y esta pueda ser calculada en el valor nominal que el cliente lo requiera dentro del alcance del odómetro.

### 1.3. JUSTIFICACIÓN

Debido a los avances tecnológicos existen instrumentos con mejor exactitud, por lo cual hay que mejorar su incertidumbre de medida.

Afortunadamente en el laboratorio de Metrología Dimensional de CIDESI se analizarán las mejoras tecnológicas del patrón para la calibración de odómetros, permitiendo realizar una calibración más eficiente, usando las siguientes variables:

- La distribución de fuerza en la correa
- La resolución del servomotor
- El momento de inercia de cilíndricos
- La distancia de paro debido a la velocidad angular
- El tiempo de paro del cilindro

Con la finalidad de encontrar una solución viable para mejorar la exactitud del nuevo modelo de estimación de la incertidumbre de medida.

Dentro de este trabajo se realizará la construcción de una ecuación que represente la incertidumbre de medida de manera de que el cliente pueda observarla en cada punto, sin embargo podemos darnos cuenta que es una incertidumbre lineal.

En esta tesis se explicará el análisis que afecta a la incertidumbre de medida del patrón de odómetros, ya que mediante el análisis se descubrieron nuevos contribuyentes (variables) que pueden mejorar el proceso de calibración.

## **1.4. HIPÓTESIS**

La variabilidad de los procesos de calibración de los odómetros depende de diferentes factores, denominados comúnmente errores, y están presentes en todos los procesos, aunque se desarrollen en aparentes condiciones de estabilidad.

- ¿Es posible reducir la incertidumbre aplicando mejoras tecnológicas al patrón para calibración de odómetros?
- ¿El conocimiento de estas variables al realizar estas mejoras tecnológicas, nos ayudara a mejorar la exactitud de la calibración de odómetros, de manera de que se obtenga un circulo de mejora continua?

## 1.5. OBJETIVOS

Obtener un nuevo modelo de la estimación de incertidumbre de medida contemplando nuevos contribuyentes (variables) que tengan una correlación con la longitud medida, mejorando la incertidumbre, analizando los términos con influencia hasta el segundo o tercer orden en la serie de Taylor y buscando un mejor conocimiento de las incertidumbres por alcances. Proponiendo, así mismo mejoras, tecnológicas al patrón para.

### Objetivos específicos:

- Verificar de qué manera impacta el servomotor para reducir la variabilidad de los resultados.
- Aplicar mejoras tecnológicas de manera que contribuyan a reducir los errores del proceso de medición de manera que impacten en el valor de la incertidumbre de medida.
- Robustecer el modelo de estimación de incertidumbre a través de su análisis para asignar contribuyentes no considerados, considerando su impacto en la incertidumbre de medida para poder diseñar el nuevo modelo.
- Reducir el tiempo de calibración de los tipos de odómetros que se calibren en el patrón para calibración de odómetros.

## **1.6. METODOLOGÍA**

Para el cumplimiento de este trabajo se desarrollaron las siguientes actividades:

Planeación conceptual.

- Investigación y análisis del estado del arte.
- Desarrollo conceptual del nuevo modelo de estimación de incertidumbre de medida.

Planeación detallada.

- Análisis de cada una de las nuevas variables para el nuevo modelo de estimación de incertidumbre de medida.
- Etapa de calibración del odómetro.
- Nuevo modelo de la estimación de incertidumbre para la calibración de odómetros

Pruebas y liberación.

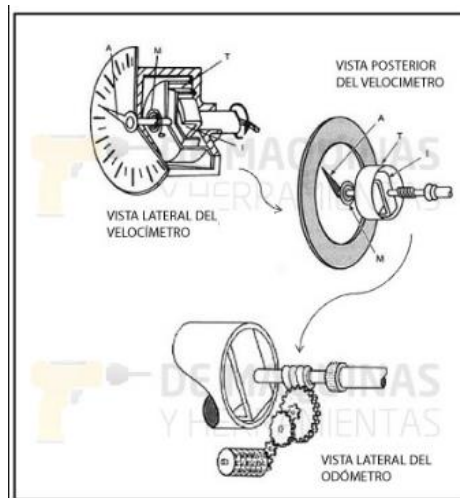
- Ejemplo del nuevo modelo para la estimación de la incertidumbre e media para la calibración de odómetros.
- Resultados



## 2. MARCO TEÓRICO

### 2.1. CARACTERÍSTICAS DE LOS ODÓMETROS

Estos odómetros (De Máquinas y Herramientas.com, 2014), también conocidos como ruedas de medición, no difieren mayormente del ejemplo que mencionamos al principio, salvo que emplean engranajes, como se muestra a continuación (Figura 5).



**Figura 5.- Corte de un odómetro**

Los más comunes tienen una sola rueda, pero también los hay de dos ruedas.

Algunos funcionan con el principio mecánico, tal como el odómetro de vehículos. Otros son electrónicos y poseen una amplia pantalla de lectura. Su función en agrimensura, geología, topografía y hasta agricultura se complementa con las cintas métricas y distanciómetros, taquímetros, podómetros (o medidores de pasos), telémetros (miden distancias inclinadas) e incluso aparatos más sofisticados como niveles, teodolitos y estaciones.



**Figura 6.- Tipos de odómetros manuales.**

En la (Figura 6) se muestra el tipo de odómetros manuales cuya ventaja es que son instrumentos económicos, livianos, de sencillo manejo y transporte (generalmente son plegables), pueden contar distancias hacia adelante y hacia atrás en rangos de 0 a 9 999,99 metros, funcionan perfectamente para medir longitudes curvas y hasta pueden medir áreas con cierta precisión.

Para utilizar los odómetros manuales en la medición de una distancia entre dos puntos, simplemente tenemos que fijar la rueda sobre el punto de partida, apretar el botón de inicio y caminar hasta el punto final. La distancia recorrida aparecerá directamente en el marcador o la pantalla electrónica.

## 2.2. TIPOS DE ODÓMETROS

Hay básicamente dos tipos de odómetro para elegir: los mecánicos y los electrónicos. Esto se refiere al mecanismo usado para efectuar las mediciones y a la forma en que presentan los resultados.

Los odómetros mecánicos (Figura 7) emplean el típico mecanismo de los cuentakilómetros de los autos es decir, un sistema de ruedas graduadas engranadas entre sí, que marcan, sucesivamente, la distancia recorrida cada 100 m, 1 km, decenas, centenas y miles de kilómetros, y se visualizan en un contador mecánico.



**Figura 7.- Odómetro Mecánico.**

Por el contrario, el funcionamiento de los odómetros electrónicos (Figura 8) se basa en un captador eléctrico que suele ser un sensor magnético que con cada vuelta de la rueda acciona un contacto magnético o un semiconductor; este, a su vez, envía un impulso eléctrico al contador electrónico, que visualiza el resultado en una pantalla digital.



**Figura 8.- Odómetro Electromecánico.**

## 2.3. TAMAÑO DE LA RUEDA

La oferta de odómetros comprende una gran variedad de tamaños de rueda, tan pequeños como las de un carrito de compras o tan grandes como las de una bicicleta. ¿A qué responde esta diversidad de tamaños? Precisamente a la aplicación y al entorno donde se utilizará el instrumento. Como regla general, cuanto más irregular sea la superficie a medir, mayor deberá ser el tamaño de la rueda para obtener las estimaciones más precisas.

Los tamaños de la rueda (Figura 9) se miden según el diámetro y/o el perímetro de la rueda. Los tamaños más pequeños corresponden a ruedas de entre 8 y 16 cm de diámetro (perímetros de 0,25 m y 0,5 m, respectivamente). Las ruedas de tamaño medio tienen 32 cm de diámetro (perímetro de 1 m) y las ruedas de gran tamaño tienen un diámetro de 64 cm (perímetro de 2 m).



**Figura 9.- Tamaño de rueda de odómetros (pequeña mediana y grande).**

De este modo, si vamos a medir distancias en interiores, es decir, si nos dedicamos por ejemplo a la colocación de pisos y alfombras, al tendido de cables o cañerías, nos conviene un odómetro con rueda de tamaño pequeño y mejor aún, los modelos con dos ruedas de tamaño pequeño.

Para trabajos en exteriores y en lugares llanos, como terrazas, campos de deportes, terrenos, jardines, parques y obras de construcción en general, es mejor elegir un odómetro con rueda de tamaño medio o modelos con dos ruedas de tamaño medio o una de tamaño grande.

Y si debemos efectuar mediciones en grandes extensiones de superficies desiguales y/o en condiciones climatológicas adversas, como lluvia o suelos fangosos, por ejemplo, en campos, terrenos de cultivo, prados y bosques, entonces deberemos orientar nuestra búsqueda hacia los modelos con ruedas grandes.

## 2.4. TIPO Y MATERIAL DE LA RUEDA DEL ODÓMETRO

Las ruedas de un odómetro no sólo difieren en tamaño, sino también en otros factores como el material con el que se construyen y el tipo de rueda. Las más durables, estables y resistentes (y más costosas) están construidas en acero y presentan rayos, como las ruedas de una bicicleta, lo que hace que la herramienta sea muy liviana. Sin embargo, también se ofrecen odómetros livianos y de gran solidez con ruedas de plástico laqueado o plástico ABS con recubrimiento de neopreno, y con ruedas de aluminio moldeado a presión con recubrimiento de goma o neopreno. El neopreno permite que la rueda se adapte a cualquier terreno o superficie sin resbalar.

Por otra parte encontraremos, además, odómetros con ruedas completamente macizas, construidas en acero con recubrimiento de neopreno (Figura 10). Esta particularidad es interesante especialmente en campos, bosques y terrenos donde abundan ramas, estacas, malezas, pastizales altos o arbustos, que podrían atascarse en los rayos e inutilizar el instrumento. En cambio, una rueda maciza impide que ocurran estos atascamientos.



**Figura 10.- Odómetros Rueda Maciza.**

## 2.5. INTERVALO DE MEDIDA Y RESOLUCIÓN

Dependiendo del modelo, la capacidad de medición del contador de un odómetro, tanto mecánico como electrónico, puede ser 4, 5 o 6 dígitos. Esto significa que pueden medir hasta las cifras “9 999”, “9 999,9” o “9 999,99”, respectivamente, en la o las unidades de medida que detallaremos a continuación. Generalmente, los modelos de ruedas más pequeñas y/o los más económicos miden hasta 5 dígitos, mientras que los modelos de ruedas de tamaño medio y grande miden 6 dígitos.

El intervalo de medida (NMX-Z-55-IMNC-2009) también está relacionado con la precisión o tolerancia de la herramienta. Estos parámetros oscilan entre  $\pm 0,02\%$ , que corresponde a un error máximo de  $\pm 2$  cm en una distancia de 100 m, y  $\pm 0,05\%$ , que corresponde a un error máximo de  $\pm 5$  cm en una distancia de 100 m. Los modelos menos precisos y, por ende, más económicos, pueden presentar una tolerancia de  $\pm 0,1\%$ , es decir, hasta un error máximo de 10 cm en 100 m.

Por último, la oferta de odómetros también contempla medir distancias muy grandes. Para ello, hay fabricantes que ofrecen odómetros de gran precisión “99,95 %” que se acoplan a un vehículo mediante un enganche de remolque (Figura 11).

Estos odómetros de remolque constan de dos ruedas de 40 cm de diámetro y están diseñados para que la medición se efectúe cómodamente desde el interior de nuestro vehículo a través de una pantalla digital. Las lecturas pueden llegar a 9.999.999,9 m, es decir, 9999 km.



**Figura 11.- Odómetros de remolque (quinta rueda).**

## 2.6. DEFINICIONES

### **Modelo matemático (NMX-Z-55-IMNC-2009):**

Descripción del modelo de medición y las variables (contribuyentes) de influencia. Definir por medio de una lluvia de ideas las variables que están involucradas en el proceso de medición, ordenarlas basándose en su comportamiento ya que este puede ser de forma aleatoria o sistemática y establecer, en caso de que sea posible, la relación matemática que existe entre el valor obtenido de la medición del mensurando y las variables.

### **Incertidumbre de medida (NMX-Z-55-IMNC-2009):**

Parámetro no negativo que caracteriza la dispersión de los valores atribuidos a un mensurando, a partir de la información que se utiliza.

Nota 1: La incertidumbre de medida incluye componentes procedentes de efectos sistemáticos, tales como componentes asociados a correcciones y a valores asignados a patrones, así como la incertidumbre debida a la definición. Algunas veces no se corrigen los efectos sistemáticos estimados y en su lugar se tratan como componentes de incertidumbre.

### **Odómetro:**

Del gr. Hodómetron instrumento para medir distancias', de hodós 'camino' y metron que mide'.

### **Patrón de medida (NMX-Z-55-IMNC-2009):**

Realización de la definición de una magnitud dada, con un valor determinado y una incertidumbre de medida asociada, tomada como referencia.

### **Mensurando (NMX-Z-55-IMNC-2009):**

Propiedad de un fenómeno, cuerpo o sustancia, que puede expresarse cuantitativamente mediante un número y una referencia ((VIM), 2008).



**Servomotor:**

Es un tipo especial de motor que permite controlar la posición del eje en un momento dado. Está diseñado para moverse determinada cantidad de grados y luego mantenerse fijo en una posición.

### **3. MÉTODO DE CALIBRACIÓN**

Los pasos para calibrar un odómetro son los siguientes:

#### **Preparación del instrumento y el patrón**

Se limpia el odómetro perfectamente usando un paño húmedo con alcohol grado absoluto, de igual forma el patrón cilíndrico.

#### **Colocación del odómetro en el soporte**

El odómetro deberá ser sujetado por medio de tornillos en la parte superior de la armadura del calibrador de odómetro.

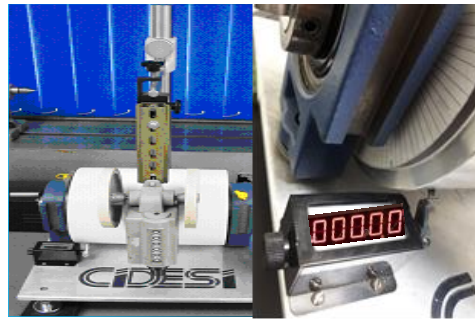
#### **Determinación del número de mediciones**

El número de mediciones se llevará a cabo según la longitud a calibrar y se dé la siguiente manera:

- Se realizan 7 mediciones en los primeros 100 m considerando los siguientes puntos:  
0 m, 10 m, 20 m, 40 m, 60 m, 80 m y 100 m.
- Los siguientes 100 m se dividirán en 5 partes (20 m cada una) y así subsecuentemente hasta cubrir el intervalo efectivo de calibración de 1 000 m
- Todo esto bajo reserva que el cliente necesite otra cosa diferente.

#### **3.1. DETERMINACIÓN DEL ERROR DEL INSTRUMENTO.**

Una vez sujeto el instrumento (odómetro) en la armadura se posicionara de tal manera que las ruedas del odómetro hagan contacto con la superficie del patrón cilíndrico. Una vez que ambas estén en contacto se ajustan a cero el odómetro con el contador de vueltas y las graduaciones auxiliares al costado del patrón, el trazo de cero del patrón cilíndrico debe coincidir con la línea de referencia a cero (Figura 12).



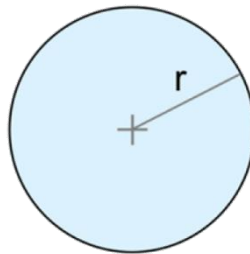
**Figura 12.- Odómetro montado en el patrón y ajuste a cero.**

El patrón para calibración de odómetros, permite a través del conocimiento previo del perímetro calibrado del cilindro, contabilizar la cantidad de vueltas que realiza, para posteriormente procesar el dato y calcular las distancias que se calibran en los odómetros.

Donde tenemos que determinar su perímetro físicamente (Figura 13).

Donde:

Círculo:



A.- Área del círculo.

P.- Perímetro del círculo.

R.- Radio del círculo.

$$A = \pi R^2$$

$$P = 2\pi R$$

**Figura 13.- Determinación del perímetro.**

Así pues, si el diámetro calibrado del patrón circular es  $D = 158,993$  mm. El perímetro del Patrón circular lo podemos calcular por la siguiente relación:

$$P = 2\pi R \quad [1]$$

$$P = 2\pi(79,4965) = 499,492 \text{ mm} = 0,499 \text{ m}$$

Entonces, si lo que se necesita es calibrar un odómetro en la longitud de 10 m; debemos hacer la siguiente operación para buscar el número de vueltas que tiene que dar en el patrón.

$$\text{No. vueltas} = \frac{L_{\text{med.odometro}}}{P} \quad [2]$$

Donde:

$L_{\text{medida. odómetro}}$ .- Longitud que se calibra del odómetro.

$P$ .- Perímetro del cilindro patrón.

Sustituyendo:

$$\text{No. vueltas} = \frac{L_{\text{med.odometro}}}{P} = \frac{10\,000 \text{ mm}}{499,492 \text{ mm}} = 20,02 \text{ vueltas}$$

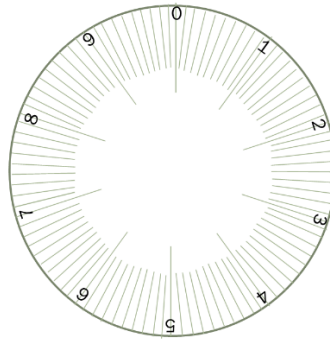
Se hace girar el patrón circular hasta que el contador de Vueltas marque 20.

A continuación se muestra en la (Tabla 1) los metros recorridos y la equivalencia en las vueltas de acuerdo a la formula mencionada.

Metros	No. Vueltas	Metros	No. Vueltas
0	0,00	720	1445,68
10	20,08	740	1485,84
20	40,16	760	1525,99
40	80,32	780	1566,15
60	120,47	800	1606,31
80	160,63	820	1646,47
100	200,79	840	1686,63
120	240,95	860	1726,78
140	281,10	880	1766,94
160	321,26	900	1807,10
180	361,42	920	1847,26
200	401,58	940	1887,41
220	441,74	960	1927,57
240	481,89	980	1967,73
260	522,05	1000	2007,89
280	562,21	1500	3011,83
300	602,37	2000	4015,77
320	642,52	2500	5019,72
340	682,68	3000	6023,66
360	722,84	3500	7027,60
380	763,00	4000	8031,55
400	803,15	4500	9035,49
420	843,31	5000	10039,43
440	883,47	5500	11043,38
460	923,63	6000	12047,32
480	963,79	6500	13051,27
500	1003,94	7000	14055,21
520	1044,10	7500	15059,15
540	1084,26	8000	16063,10
560	1124,42	8500	17067,04
580	1164,57	9000	18070,98
600	1204,73	9500	19074,93
620	1244,89	10000	20078,87
640	1285,05		
660	1325,21		
680	1365,36		
700	1405,52		

**Tabla 1.- Número de vueltas en metros.**

En caso que la longitud a buscar nos dé como resultado un decimal se determinara con los trazos alrededor del Patrón Circular “100 trazos en total” (Figura 14) como lo indica el siguiente ejemplo:



**Figura 14.- Escala angular.**

Esta escala angular “escala graduada” se divide en unidades de longitud, en este caso un vértice en el centro y cuyos lados abarcan un arco de longitud igual al radio de la circunferencia.

Donde el error instrumental se reflejara en el odómetro; en este caso solo se tomaran errores de 100 mm en 100 mm. Debido a la resolución del odómetro y si se considera conveniente se pueden tomar errores de 50 mm dividiendo el valor de resolución entre 2 siempre y cuando este sea análogo.

## 4. MODELO GENERAL DE ESTIMACIÓN DE INCERTIDUMBRE DE ACUERDO A LA (GUM).

Los pasos específicos para la determinación de la incertidumbre son varios. En este apartado se verán de forma específica cada uno de ellos.

El procedimiento para la estimación de la incertidumbre de medida en forma resumida es:

1.- Expresar matemáticamente la relación existente entre el mensurando  $Y$  y las magnitudes de entrada  $X_i$  de las que depende  $Y$  según:

$$Y=f\{X_1; X_2; X_3;.....X_n\}$$

La función debe contener todas las magnitudes, incluyendo correcciones y factores de corrección que pueden contribuir significativamente a la incertidumbre del resultado de la medición.

2.- Determinar  $x_i$  valor estimado de la magnitud de entrada  $X_i$ , bien a partir del análisis estadístico de una serie de observaciones, bien por otros métodos.

3.- Evaluar la incertidumbre típica  $u(x_i)$  de cada valor estimado  $x_i$ . Para una estimación de entrada obtenida por análisis estadístico de series de observaciones, la incertidumbre típica. Para una estimación de entrada obtenida por otros medios, la incertidumbre típica  $u(x_i)$ .

4.- Evaluar las covarianzas asociadas a todas las estimaciones de entrada que estén correlacionadas.

5.- Calcular el resultado de medición, esto es: la estimación  $y$  del mensurando  $Y$ , a partir de la relación funcional  $f$  utilizando para las magnitudes de entrada  $X_i$  las estimaciones  $x_i$  obtenidas en el paso 2.

6.- Determinar la incertidumbre típica combinada  $u_c(y)$  del resultado de medida  $y$ , a partir de las incertidumbres típicas y covarianzas asociadas a las estimaciones de entrada.

7.- Si es necesario expresar una incertidumbre expandida  $U$ , cuyo propósito es proporcionar un intervalo  $[y - U, y + U]$  en el que se espera encontrar la mayor parte de la distribución de valores que podrían, razonablemente, ser atribuidos al mensurando  $Y$ , se multiplicará la incertidumbre típica combinada  $u_c(y)$  por un factor de cobertura  $k$ , normalmente comprendido entre los valores 2 y 3, para obtener  $U = k u_c(y)$ , para este caso se debe seleccionar  $k$  considerando el nivel de confianza requerido para el intervalo

8.- Documentar el resultado de medida  $y$ , junto con su incertidumbre típica combinada  $u_c(y)$ , o su incertidumbre expandida  $U$ , describir cómo han sido obtenidos los valores de  $y$  y de  $u_c(y)$  o  $U$ .

La evaluación de la incertidumbre de medida se considera que está comprendida por la incertidumbre tipos A y B. El objetivo principal de la clasificación es básicamente para indicar el método de evaluar los dos tipos de incertidumbre y por simplicidad.

Ambas clases de incertidumbre basan su evaluación en distribuciones de probabilidad, sólo que en la incertidumbre de tipo A se tienen directamente los resultados de medición, mientras que en la de tipo B se dispone de distribuciones de probabilidad previamente establecidas, ya sea por otros laboratorios o por el fabricante, y dichos valores están dados como varianzas o desviaciones estándar.

La varianza estimada  $s^2$   $\sigma^2$  caracteriza a la componente de la incertidumbre obtenida a través de una evaluación de tipo A y queda representada por de una serie de observaciones repetidas. La desviación estándar es la raíz cuadrada de la varianza, por lo que  $u = s$  y es por esta razón que se le conoce como desviación estándar de tipo A.



La evaluación de la desviación estándar de la incertidumbre de tipo B, también es una varianza o desviación estándar y es el resultado de utilizar información disponible, como por ejemplo, especificaciones del fabricante, datos provenientes de certificados de calibración, conocimiento del comportamiento y propiedades del instrumento, patrones o materiales de referencia, etcétera.

## 4.1. MODELO ANTERIOR DE LA INCERTIDUMBRE DE MEDIDA

Estos cálculos están basados en la Guía Técnica sobre Trazabilidad e Incertidumbre en Metrología Dimensional y la NMX-CH-140-IMNC-2004 “Guía para la expresión de incertidumbre en las mediciones”, bajo la siguiente serie de pasos.

### PASO 1:

Entendimiento del proceso de medición. Recopilación de toda la información relevante para establecer los contribuyentes que afectan el resultado de la medición. Contar con los datos necesarios para la estimación de la incertidumbre.

En esta etapa se visualiza qué necesitamos calibrar y cuáles serían las posibles contribuciones a la incertidumbre.

En metrología dimensional nos queda claro que la dependencia entre la longitud, la temperatura y los coeficientes de expansión térmica de los materiales es directamente proporcional.

$$\Delta L = L \times \Delta \alpha \times \Delta T \quad [3]$$

### PASO 2.

Establecimiento del modelo del proceso de medición y las variables (contribuyentes) de influencia. Definir por medio de una lluvia de ideas las variables que están involucradas en el proceso de medición, ordenarlas basándose en su comportamiento ya que este puede ser de forma aleatoria o sistemática y establecer, en caso de que sea posible, la relación matemática que existe entre el valor obtenido de la medición del mensurando y las variables.

$$M = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \quad [4]$$

Donde:

$x_1; x_2; x_3; \dots x_n$ .- Son los diferentes contribuyentes de incertidumbre que intervienen directamente en el proceso de medición.

O sea que, con esto queremos decir que, nuestra medición  $M$  va a estar en función o dependiendo de diferentes variables (por ejemplo; diferencia de temperatura entre la sala y la temperatura de referencia, diferencia de temperatura entre el patrón y el instrumento que estamos calibrando, resolución del instrumento bajo calibración, desviación estándar de las lecturas repetidas, la influencia del patrón, errores de coseno, de forma, etc.)

Ejemplo de modelo anterior de la estimación de incertidumbre: se incluyen algunos de los contribuyentes, la práctica cotidiana de calibración determinará los contribuyentes a incluir en cada modelo específico de estimación de incertidumbre.

$$M = f(L; E_p; \Delta\alpha; \Delta T; \bar{\alpha}; \theta; E_{A0}; E_{Al}) \quad [5]$$

Donde:

$L$ ; Longitud (perímetro)

$P$ ; Contribución debida al Patrón

$\Delta\alpha$  Contribución debida a la diferencia entre los coeficientes de expansión térmica de ambos artefactos (patrón y calibrando),

$\Delta T$  Contribución debida a la diferencia entre la temperatura de la sala y la temperatura de referencia,

$\bar{\alpha}$  Contribución debida al coeficiente de expansión térmica promedio entre el calibrando y el patrón,

$\theta$  Contribución debida a la diferencia de temperatura entre artefactos

$E_{A0}$ ; Contribución debida al ajuste a 0.

$E_{Al}$ ; Contribución debida a los errores aleatorios de las mediciones.

Para la mayoría de los casos de Metrología Dimensional, dicha relación está dada por la ecuación:

$$E = M - P \quad [6]$$

Donde:

$E$  = Desviación o Error

$M$  = Mediciones Realizadas

$P$  = Valor del Patrón o Valor Convencionalmente Verdadero

Pero como lo que nos interesa es la incertidumbre de medición y no la incertidumbre del error, nos queda:

$$M = P + E \quad [7]$$

Considerando las variables mencionadas nos da como resultado el siguiente modelo (anterior):

$$M = \left( P + L(\Delta\alpha\Delta T + \bar{\alpha}\theta) + E_{A0} + E_{A1} \right) \quad [8]$$

Nótese que en este modelo no se contemplan incertidumbres por las contribuciones de:

$E_{\omega\tau}$ ; Contribución de distancia de paro debido a la velocidad angular ( $\omega_r$ ) y tiempo de paro ( $E_t$ ) en el rodillo (R).

$E_{ResServ}$ ; Contribución debida a resolución del servomotor.

$E_{RepServ}$ ; Contribución debida a repetibilidad del servomotor.

Tema este que abordaremos en el nuevo modelo de estimación de incertidumbre.

## 5. EXPERIMENTACIÓN

Para la experimentación propuesta en este trabajo de tesis se consideró un diseño de experimentos donde se tienen definidas la variabilidad de los procesos de calibración de los odómetros ya que se incluyen diferentes variables, denominados comúnmente errores de medida, y está presente en todos los procesos aunque se desarrollen en aparentes condiciones de estabilidad.

Para la experimentación y validación de la hipótesis se requirió de lo siguiente:

### La cuantificación de las fuentes de Incertidumbre.

En la existen dos maneras de cuantificar (evaluar) las fuentes de incertidumbre (Tabla 2).

#### Evaluación tipo A

La incertidumbre de una magnitud de entrada ( $X_i$ ) obtenida a partir de observaciones repetidas bajo condiciones de repetibilidad, se estima con base en la dispersión de los resultados individuales.

#### Evaluación tipo B

La incertidumbre de una magnitud de entrada se usa información externa u obtenida por experiencia.

Cuantificación tipo A	Cuantificación tipo B
Repetibilidad	Incertidumbre del patrón o material de
Desviación Estándar	referencia
	Errores aleatorios
	Variación en condiciones ambientales
	Resolución
	Error del operador

**Tabla 2.- Fuentes de incertidumbre.**

**Nota:** La importancia de conocer el tipo de evaluación de la incertidumbre se requiere para conocer el factor de conversión a incertidumbre estándar.

Las nuevas variables:

- Distribución de fuerzas en la correa
- Resolución del Servomotor DYNAMIXEL AX-18A.
- Momento de inercia de cilíndricos
- El tiempo de paro del cilindro
- La distancia de paro debido a la velocidad angular

A continuación se describe cada una de las partes relacionadas con la experimentación.

## 5.1. DISTANCIA DE PARO DEBIDO A LA VELOCIDAD ANGULAR Y TIEMPO DE PARO DEL CILINDRO

Como en el movimiento rectilíneo uniforme, la velocidad angular es el resultado de dividir el desplazamiento angular entre el tiempo transcurrido. De esta manera, la ecuación de desplazamiento se aplica a la ecuación de velocidad promedio entre 2 puntos se tiene:

$$V_{media} = \frac{d}{t} \quad [9]$$

El desplazamiento angular para n vueltas es:

$$\frac{2\pi \times n \text{rad}}{s} \quad [10]$$

La ecuación para la velocidad angular es

$$\omega = \frac{2\pi \times n}{t} \quad [11]$$

donde:

$\omega$  = velocidad angular (rad/s)

$\pi$  = 3,1416

N = número de revoluciones o número de vueltas

t = tiempo

Para calcular la velocidad tangencial ( $V_t$ ) en cm/s o en m/s se considera el radio R.

$$V_t = \frac{2\pi Rn}{t} \quad [12]$$

donde:

$V_t$  = velocidad tangencial en m/s ó cm/s

$\pi$  = 3,1416

R = radio de la circunferencia

n = número de revoluciones (ó de vueltas)

t = tiempo

Aunque la velocidad angular se puede expresar en revoluciones por minuto (rpm) y en revoluciones por segundo (rev/s) en la mayor parte de los problemas físicos es necesario usar radianes por segundo (rad/s) para adaptarse a ecuaciones convencionales (Figura 15).

Por lo que la velocidad angular del rodillo del patrón para calibración de odómetros está dada por la ecuación:

$$\omega R = 2\pi fT \quad [13]$$

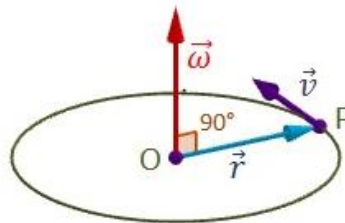
Donde:

: Velocidad angular de los rodillos, rad/s

: Frecuencia angular del tacómetro de referencia, Hz

T<sub>paro</sub>: tiempo de paro

1 Hz = 1Rps



**Figura 15.- Velocidad angular ( $\omega_R$ )**

Ejemplo con datos de experimentación

$$2\pi \text{ rad} = 6,2832 \text{ rad} = 1 \text{ rev}$$

$$180 \text{ rpm} = 3 \text{ rps}$$

$$\omega R = 2\pi fT \quad [14]$$

Sustituyendo la ecuación

$$\omega R = 2\pi 3 \text{ rps}$$



Obtenemos una velocidad angular

$$\omega R = \underline{18,849 \text{ rad/seg.}}$$

donde:

$\omega R$ : velocidad angular

Para la distancia de paro se realiza la siguiente ecuación:

$$D_{\text{paro}} = \omega R T_{\text{paro}} \quad [15]$$

Sustituyendo la ecuación:

$$D_{\text{paro}} = (18,849 \text{ rad/seg})(0,25 \text{ seg}) = 4,7122 \text{ rad}$$

donde:

$\omega R$ : velocidad angular

$T_{\text{paro}}$ : tiempo de paro

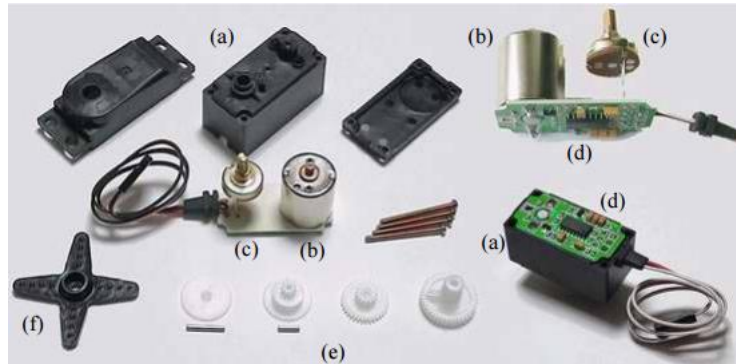
Con las ecuaciones anteriores obtenemos la longitud de arco (distancia), pero como contamos con nuestros valores están radianes, ahora hay que convertirlos en metros con la siguiente formula, como se muestra a continuación:

Longitud de Arco: (radio) ( $D_{\text{paro}}$ ) [16]

$$\text{Longitud de Arco (distancia): } (0,07949\text{m}) (4,7122 \text{ rad.}) = \underline{0,3745 \text{ m}}$$

## 5.2 SERVOMOTOR. RESOLUCIÓN

Un servomotor es un motor de corriente continua que tiene la capacidad de ser controlado en posición (Figura 16). Es capaz de ubicarse en cualquier posición dentro de un rango de operación (generalmente de 180°) y mantenerse estable en dicha posición.



**Figura 16.- Componentes de un servo: a) carcasa; b) motor DC; c) potenciómetro; d) circuito de control; e) tren reductor; f) brazo (elemento terminal en el eje).**

El servomotor que se adecua a nuestras necesidades de acuerdo a sus características es el siguiente:

DYNAMIXEL AX-18A. (SERVOMOTOR)

Especificaciones:

- Peso: 55.9g (AX-18A)
- Dimensión: 32 mm x 50 mm x 40 mm
- Resolución: 0.29 °
- Relación de reducción de engranajes: 254: 1
- Par de torsión: 18kgf.cm (a 12.0V, 2.2A)
- Velocidad sin carga: 97rpm (a 12V)
- Grado de funcionamiento: 0 ° ~ 360 °, Tornillo sin fin.
- Voltaje: 9 ~ 12V (Voltaje Recomendado 11.1V)



**Figura 17.- Servomotor DYNAMIXEL AX-18A**

La principal ventaja de este tipo de servomotor (Figura 17). es la gran precisión que permiten alcanzar, de acuerdo a su funcionamiento y que permite calcular la velocidad del eje, así como la distancia que ha recorrido.

Mediante el servomotor el cilindro del patrón para calibración de odómetros comenzara girando lentamente e ira aumentando su velocidad, una vez que ya se encuentre próximo a culminar las vueltas programadas deberá disminuir de velocidad. (Lo anterior para reducir la variabilidad de los resultados).

A continuación se muestra un ejemplo con valores de la experimentación aplicando la ecuación del error de resolución de servomotor:

$$E_{\text{Res-serv}} = \frac{\text{Res}}{2\sqrt{3}} = \frac{\text{long de arco}}{2\sqrt{3}} \quad [17]$$

Resolución  $\rightarrow$  rad

$$\text{Res} \frac{(\pi)}{180} = \text{rad} = 0,005 \text{ rad}$$

Con este resultado ahora tendremos que convertirlos a metros para obtener la longitud de arco

Resolución = Longitud de arco

$$L = (\text{Res serv}) (r)$$

$$L = (0,005)(79,265)$$

$$L = 0,3963m$$

donde:

L = Longitud de arco

Res Serv. = Resolución del servomotor

r = Radio del cilindro

Sustituyendo la ecuación obtenemos el siguiente resultado

$$e_{\text{Res-serv}} = \frac{\text{Res}}{2\sqrt{3}} = \frac{\text{long de arco}}{2\sqrt{3}} = \frac{0,3963m}{2\sqrt{3}} = 1,14 \times 10^{-1} m$$

### 5.3 COMPORTAMIENTO LINEAL

El concepto de linealidad es ampliamente utilizado en la instrumentación analítica e industrial, sin embargo su definición suele ser confusa y su determinación puede llegar a ser compleja.

La linealidad se sigue analizando mediante métodos de consistencia gráfica, sin embargo el análisis numérico siempre es necesario cuando se requiere de una evaluación cuantitativa.

En este escenario el cálculo de curvas de ajuste mediante el método de mínimos cuadrados se hace imprescindible.

Recordemos que el concepto de linealidad no aparece en la NMX-Z-055-IMNC.2009. El Vocabulario Electrotécnico Internacional (IEV) en la norma IEC 60050 ([www.electropedia.org](http://www.electropedia.org)) define el concepto de linealidad y el de error lineal, en el contexto de mediciones eléctricas y electrónicas e instrumentos de medición, como se indica a continuación.

Podemos definir Linealidad (de un instrumento de medida) (IEV 311-06-05). Como la capacidad de un instrumento de medición para proporcionar una indicación que tenga una relación lineal con una magnitud determinada distinta de una magnitud de influencia.

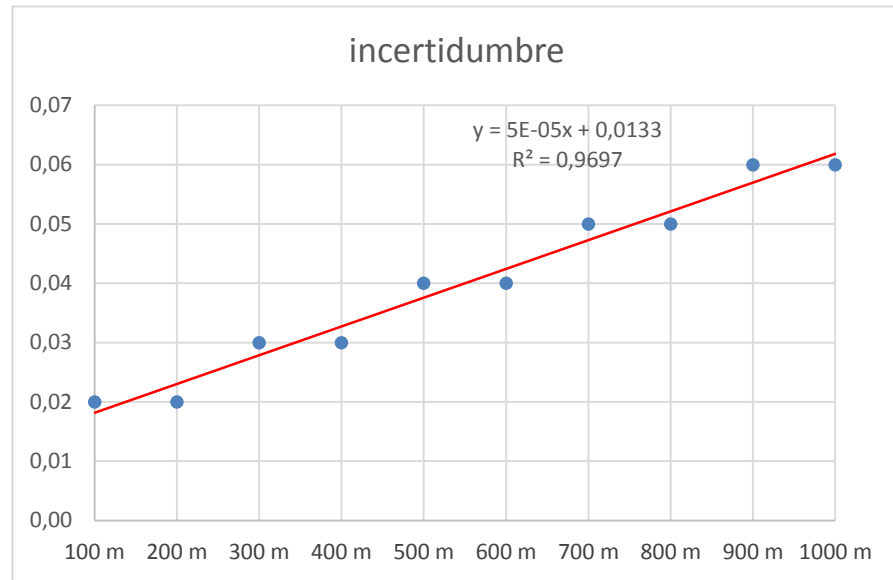
NOTA: El método de expresión de la falta de linealidad es diferente para los distintos tipos de instrumentos y se establece en cada caso particular.

Error lineal (IEV 394-40-31). Desviación de una línea recta a la curva que representa la magnitud de salida en función de la magnitud de entrada.

Por lo cual se propone robustecer el nuevo modelo de estimación de incertidumbre de medida.

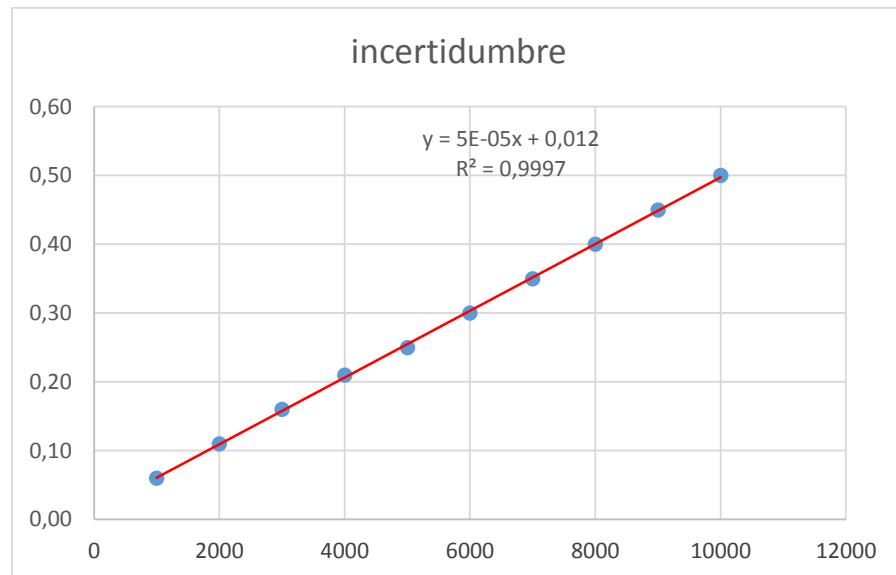
En las siguientes (Tablas 3, 4, 5) se muestran algunos ejemplos del comportamiento lineal en la calibración de un odómetro con resolución de 0,01 m:

nominal	incertidumbre
100	0,02
200	0,02
300	0,03
400	0,03
500	0,04
600	0,04
700	0,05
800	0,05
900	0,06
1000	0,06



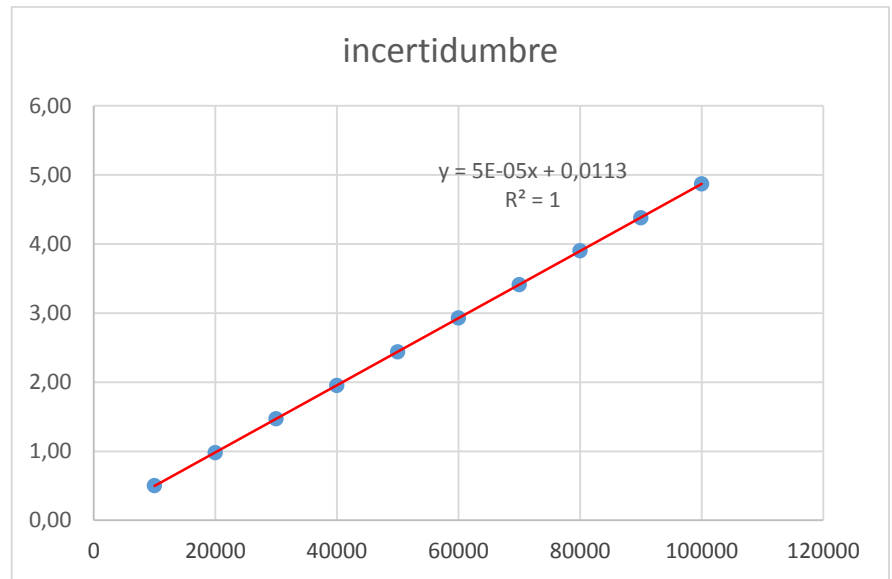
**Tabla 3.- Comportamiento lineal en el intervalo de 100 m a 1 000 m.**

nominal	incertidumbre
1000	0,06
2000	0,11
3000	0,16
4000	0,21
5000	0,25
6000	0,30
7000	0,35
8000	0,40
9000	0,45
10000	0,50



**Tabla 4.- Comportamiento lineal en el intervalo de 1 000 m a 10 000 m.**

nominal	incertidumbre
10000	0,50
20000	0,98
30000	1,47
40000	1,95
50000	2,44
60000	2,93
70000	3,41
80000	3,90
90000	4,38
100000	4,87



**Tabla 5.- Comportamiento lineal en el intervalo de 10 000 m a 100 000 m.**

## 6. PRESUPUESTO DE INCERTIDUMBRE DE MEDIDA

El presupuesto de incertidumbre tiene como propósito identificar y describir a las fuentes (contribuciones) a la incertidumbre.

Un presupuesto de incertidumbre considera tanto la incertidumbre tipo A como las de tipo B.

Las funciones de distribución son, a modo de ejemplo:

1. Normales para las mediciones que se realicen en la calibración del IBC,
2. Rectangulares para la resolución, errores, etc.
3. Senoidales para las variaciones de la temperatura,
4. Triangulares para las tolerancias, etc.

Los términos enumerados anteriormente son los contribuyentes o fuentes de incertidumbre.

Ellos son los componentes del presupuesto de incertidumbre (Tabla 6).

L	VARIANZAS; unidades m											$\Sigma$	$\sqrt{\quad}$	U
	Up	uERes-ser	uERep-ser	uwt	u $\Delta\alpha$ xLAT	u $\Delta T^*$ L $\delta\alpha$	u $\alpha^*$ L $\theta$	u $\theta^*$ L $\alpha$	uA0	uEal	2 orden			
1000,38	1,46E-10	1,30E-08	1,16E-07	4,67E-08	1,57E-04	1,26E-05	4,78E-05	6,81E-04	1,66E-07	5,18E-02	5,78E-05	5,28E-02	2,30E-01	0,46
2000,69	1,46E-10	1,30E-08	1,16E-07	4,67E-08	6,28E-04	5,04E-05	1,91E-04	2,73E-03	1,66E-07	1,96E-01	2,31E-04	2,00E-01	4,47E-01	0,89
2501,00	1,46E-10	1,30E-08	1,16E-07	4,67E-08	9,81E-04	7,87E-05	2,99E-04	4,26E-03	1,66E-07	0,00E+00	3,61E-04	5,98E-03	7,73E-02	0,15
3000,68	1,46E-10	1,30E-08	1,16E-07	4,67E-08	1,41E-03	1,13E-04	4,30E-04	6,13E-03	1,66E-07	1,75E-01	5,20E-04	1,83E-01	4,28E-01	0,86
5000,20	1,46E-10	1,30E-08	1,16E-07	4,67E-08	3,92E-03	3,15E-04	1,20E-03	1,70E-02	1,66E-07	4,01E-02	1,44E-03	6,40E-02	2,53E-01	0,51
7500,36	1,46E-10	1,30E-08	1,16E-07	4,67E-08	8,82E-03	7,08E-04	2,69E-03	3,83E-02	1,66E-07	1,79E-01	3,25E-03	2,33E-01	4,83E-01	0,97
8000,87	1,46E-10	1,30E-08	1,16E-07	4,67E-08	1,00E-02	8,06E-04	3,06E-03	4,36E-02	1,66E-07	3,10E-02	3,70E-03	9,22E-02	3,04E-01	0,61
10001,02	1,46E-10	1,30E-08	1,16E-07	4,67E-08	1,57E-02	1,26E-03	4,78E-03	6,81E-02	1,66E-07	5,52E-01	5,78E-03	6,48E-01	8,05E-01	1,6

**Tabla 6.- Ejemplo de presupuesto de incertidumbre.**

En esta tabla se observa que algunas incertidumbres no afectan sustancialmente a la incertidumbre por su baja contribución.

E igualmente se observa que la contribución a la incertidumbre por la deformación que sufre el cilindro patrón bajo la acción del rodamiento no afecta a la estimación.



Por lo que el laboratorio puede tomar la consideración de no contemplar ninguna de estas contribuciones a la incertidumbre en su presupuesto de incertidumbre, debido a que queda demostrado que su contribución es cero o prácticamente nula o insignificante.

## 7. NUEVO MODELO DE ESTIMACIÓN DE INCERTIDUMBRE DE MEDIDA

El estudio y la investigación han propiciado conocer más a detalle el método de calibración de los odómetros.

La experiencia nos ha permitido analizar otras variables que afectan a las mediciones y que son los componentes que analizamos en el nuevo modelo que proponemos.

**El modelo numérico está dada por la ecuación:**

$$E = M - P \quad [18]$$

Donde:

$E$  = Desviación o Error

$M$  = Mediciones Realizadas

$P$  = Valor del Patrón o Valor Convencionalmente Verdadero

Pero como lo que nos interesa es la incertidumbre de medición y no la incertidumbre del error, nos queda:

$$M = P + E \quad [19]$$

Entonces:

$$M = \left( P + L(\Delta\alpha\Delta T + \bar{\alpha}\theta) + E_{A_0} + E_{AL} + E_{\omega\tau} + E_{ResServ} + E_{RepServ} \right) \quad [20]$$

La incertidumbre de medida combinada  $u_c(y)$  queda:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 u^2(x_i) \quad [21]$$

Al analizar la no linealidad de  $f$  necesitamos incluir términos de orden más elevado en el desarrollo en serie de Taylor para la expresión de  $u_c^2(y)$ . Los términos más importantes de orden inmediatamente superior a añadir son los siguientes:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left[ \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \right]^2 + \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial^3 f}{\partial x_i \partial x_j^2} \right] u^2(x_i) u^2(x_j) \quad [22]$$

Entonces la ecuación de la incertidumbre combina  $u_c(y)$  nos queda:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 u^2(x_i) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left[ \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \right]^2 + \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial^3 f}{\partial x_i \partial x_j^2} \right] u^2(x_i) u^2(x_j) \quad [23]$$

Denotemos:

Las primeras derivadas que consisten en definir la relación que existe entre la variación del valor de la medición del mensurando y la variación de la variable  $x_i$  específica, desarrollada mediante derivada parcial de la función  $M$  respecto a la variable  $x_{i-esima}$ .

En el caso concreto de este proceso se verá que todos los coeficientes de sensibilidad son iguales a 1 excepto los que están relacionados con los efectos térmicos que son todos diferentes de 1.

Todos los coeficientes de sensibilidad que incluyen variables de velocidad angular y tiempo se transforman en unidades de longitud.

Definimos las primeras derivadas como:

$$C_i = \frac{\partial f}{\partial x_i}; \quad [24]$$

Las segundas derivadas como:

$$D_{ij} = \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}; \quad [25]$$

Las terceras derivadas como

$$T_{ijj} = \frac{\partial^3 f}{\partial x_i \partial x_j^2}; \quad [26]$$

Sustituyendo estos términos en la ecuación de la incertidumbre de medida combinada  $u_c(y)$ , tenemos:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N C_i^2 u^2(x_i) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left[ \frac{1}{2} D_{ij}^2 + C_i T_{ijj} \right] u^2(x_i) u^2(x_j) \quad [27]$$

**Calculemos ahora los términos  $C_i$ :**

Consideremos:

$$C_i = \frac{\partial M}{\partial x_i} \quad [28]$$

Definamos nuestra  $x_i$ :

$$\begin{aligned} x_1 &= u_P & x_2 &= L & x_3 &= u_{\Delta\alpha} & x_4 &= u_{\Delta T} \\ x_5 &= u_{\bar{\alpha}} & x_6 &= u_{\theta} & x_7 &= u_{E_{A0}} & x_8 &= u_{E_{Al}} \\ x_9 &= u_{E_{or}} & x_{10} &= u_{E_{Res\,serv}} & x_{11} &= u_{E_{Rep\,serv}} \end{aligned} \quad [29]$$

Derivadas de primer orden:

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{\partial M}{\partial P} = 1 & C_2 &= \frac{\partial M}{\partial L} = (\Delta\alpha\Delta T + \bar{\alpha}\theta) \\ C_3 &= \frac{\partial M}{\partial \Delta\alpha} = L\Delta T & C_4 &= \frac{\partial M}{\partial \Delta T} = L\Delta\alpha & C_5 &= \frac{\partial M}{\partial \bar{\alpha}} = L\theta \\ C_6 &= \frac{\partial M}{\partial \theta} = L\bar{\alpha} & C_7 &= \frac{\partial M}{\partial E_{A0}} = 1 & C_8 &= \frac{\partial M}{\partial E_{Al}} = 1 \\ C_9 &= \frac{\partial M}{\partial E_{or}} = 1 & C_{10} &= \frac{\partial M}{\partial E_{Res\,serv}} = 1 & C_{11} &= \frac{\partial M}{\partial E_{Rep\,serv}} = 1 \end{aligned} \quad [30]$$

Determinemos las derivadas de segundo orden:

$$D_{ij} = \frac{\partial f}{\partial x_i \partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} C_i \therefore D_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_j} C_i \quad [31]$$

Si tenemos que:

$i = 1$  y  $j = 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8$ ; entonces:

$$D_{1j} = \frac{\partial}{\partial x_j} C_1 \quad \text{y} \quad C_1 = 1 \quad [32]$$

Como la derivada de una constante es “0”, significa que no sigue variando la variable. No hay que analizar términos de segundo orden. Esto mismo sucede para  $C_1, C_7, C_8, C_9, C_{10}$  y  $C_{11}$ .

Si tenemos que:

$i = 2$  y  $j = 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8$ ; entonces:

$$D_{2j} = \frac{\partial}{\partial x_j} C_2 \quad \text{y} \quad C_2 = (\Delta\alpha\Delta T + \bar{\alpha}\theta); \text{ entonces:}$$

$$\begin{aligned} D_{21} &= \frac{\partial}{\partial u_p} C_2 = 0 & D_{22} &= \frac{\partial}{\partial L} C_2 = 0 & D_{23} &= \frac{\partial}{\partial \Delta T} C_2 = \Delta\alpha & D_{24} &= \frac{\partial}{\partial \Delta\alpha} C_2 = \Delta T & [33] \\ D_{25} &= \frac{\partial}{\partial \alpha} C_2 = \theta & D_{26} &= \frac{\partial}{\partial \theta} C_2 = \bar{\alpha} & D_{27} &= \frac{\partial}{\partial E_{A0}} C_2 = 0 & D_{28} &= \frac{\partial}{\partial E_{A1}} C_2 = 0 \\ D_{29} &= \frac{\partial}{\partial E_{or}} C_2 = 0 & D_{210} &= \frac{\partial}{\partial E_{ResSer}} C_2 = 0 & D_{211} &= \frac{\partial}{\partial E_{Re pSer}} C_2 = 0 \end{aligned}$$

Si tenemos que:

$i = 2$  y  $j = 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8$ ; entonces:

$$D_{3j} = \frac{\partial}{\partial x_j} C_3 \quad \text{y} \quad C_3 = L\Delta T; \text{ entonces:}$$

$$\begin{aligned} D_{31} &= \frac{\partial}{\partial u_p} C_3 = 0 & D_{32} &= \frac{\partial}{\partial L} C_3 = \Delta T & D_{33} &= \frac{\partial}{\partial \Delta\alpha} C_3 = 0 & D_{34} &= \frac{\partial}{\partial \Delta T} C_3 = L & [34] \\ D_{35} &= \frac{\partial}{\partial \alpha} C_3 = 0 & D_{36} &= \frac{\partial}{\partial \theta} C_3 = 0 & D_{37} &= \frac{\partial}{\partial E_{A0}} C_3 = 0 & D_{38} &= \frac{\partial}{\partial E_{A1}} C_3 = 0 \end{aligned}$$

$$D_{39} = \frac{\partial}{\partial E_{\omega r}} C_3 = 0 \quad D_{310} = \frac{\partial}{\partial E_{Re sSer}} C_3 = 0 \quad D_{311} = \frac{\partial}{\partial E_{Re pSer}} C_3 = 0$$

Si tenemos que:

**i = 2 y j = 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7, 8;** entonces:

$$D_{4j} = \frac{\partial}{\partial x_j} C_4 \quad y \quad C_4 = L\Delta\alpha; \text{ entonces:}$$

$$\begin{aligned} D_{41} &= \frac{\partial}{\partial u_p} C_4 = 0 & D_{42} &= \frac{\partial}{\partial L} C_4 = \Delta\alpha & D_{43} &= \frac{\partial}{\partial \Delta\alpha} C_4 = L & D_{44} &= \frac{\partial}{\partial \Delta T} C_4 = 0 & [35] \\ D_{45} &= \frac{\partial}{\partial \alpha} C_4 = 0 & D_{46} &= \frac{\partial}{\partial \theta} C_4 = 0 & D_{47} &= \frac{\partial}{\partial E_{A0}} C_4 = 0 & D_{48} &= \frac{\partial}{\partial E_{A1}} C_4 = 0 \\ D_{49} &= \frac{\partial}{\partial E_{\omega r}} C_4 = 0 & D_{410} &= \frac{\partial}{\partial E_{Re sSer}} C_4 = 0 & D_{411} &= \frac{\partial}{\partial E_{Re pSer}} C_4 = 0 \end{aligned}$$

Si tenemos que:

**i = 2 y j = 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7, 8;** entonces:

$$D_{5j} = \frac{\partial}{\partial x_j} C_5 \quad y \quad C_5 = L\theta; \text{ entonces:}$$

$$\begin{aligned} D_{51} &= \frac{\partial}{\partial u_p} C_5 = 0 & D_{52} &= \frac{\partial}{\partial L} C_5 = \theta & D_{53} &= \frac{\partial}{\partial \Delta\alpha} C_5 = 0 & D_{54} &= \frac{\partial}{\partial \Delta T} C_5 = 0 & [36] \\ D_{55} &= \frac{\partial}{\partial \alpha} C_5 = 0 & D_{56} &= \frac{\partial}{\partial \theta} C_5 = L & D_{57} &= \frac{\partial}{\partial E_{A0}} C_5 = 0 & D_{58} &= \frac{\partial}{\partial E_{A1}} C_5 = 0 \\ D_{59} &= \frac{\partial}{\partial E_{\omega r}} C_5 = 0 & D_{510} &= \frac{\partial}{\partial E_{Re sSer}} C_5 = 0 & D_{511} &= \frac{\partial}{\partial E_{Re pSer}} C_5 = 0 \end{aligned}$$

Si tenemos que:

**i = 2 y j = 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7, 8;** entonces:

$$D_{6,j} = \frac{\partial}{\partial x_j} C_6 \quad y \quad C_6 = L\bar{\alpha}; \text{ entonces:}$$

$$\begin{aligned} D_{61} &= \frac{\partial}{\partial u_p} C_6 = 0 & D_{62} &= \frac{\partial}{\partial L} C_6 = \bar{\alpha} & D_{63} &= \frac{\partial}{\partial \Delta\alpha} C_6 = 0 & D_{64} &= \frac{\partial}{\partial \Delta T} C_6 = 0 & [37] \end{aligned}$$

$$\begin{array}{cccc}
 D_{65} = \frac{\partial}{\partial \alpha} C_6 = L & D_{66} = \frac{\partial}{\partial \theta} C_6 = 0 & D_{67} = \frac{\partial}{\partial E_{A0}} C_6 = 0 & D_{68} = \frac{\partial}{\partial E_{Al}} C_6 \neq 0 \\
 D_{69} = \frac{\partial}{\partial E_{or}} C_6 = 0 & D_{610} = \frac{\partial}{\partial E_{ResSer}} C_6 = 0 & D_{611} = \frac{\partial}{\partial E_{RepSer}} C_6 = 0 & 
 \end{array}$$

**Determinemos las terceras derivadas:**

$$T_{ij} = \frac{\partial^3}{\partial x_i \partial^2 x_j} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \frac{\partial^2 f}{\partial x_j^2} \right] \Rightarrow$$

pero

$$D_{jj} = \frac{\partial^2 f}{\partial x_j^2} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial f}{\partial x_j} \right), \text{ entonces :} \quad [38]$$

$$T_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_i} D_{jj}$$

Sustituyendo cada valor de la magnitud de influencia a evaluar ( $x_i$ ) y cada valor de los coeficientes  $D_i$ :

**Para  $i = 1$ ;  $x_1 = l_s$ ; y  $j=1$ ; entonces:**

$$T_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_i} D_{jj} \cdot o \quad \text{lo que es lo mismo cuando } x_i = l_s$$

$$T_{l_s, jj} = \frac{\partial}{\partial x_{l_s}} D_{jj}$$

Considerando  $D_{11}$  como: [39]

$$D_{11} = \frac{\partial}{\partial u_p} C_1 \quad \text{Como } C_1 = 1$$

$$D_{11} = \frac{\partial}{\partial u_p} C_1 = 0$$

Tenemos  $T_{111}$ :

$$T_{111} = \frac{\partial}{\partial x_1} D_{11} = \frac{\partial}{\partial u_p} [0] = 0$$

**Analizamos los términos  $C_i$  y  $D_{ij}$  diferentes de 0:**

Los  $C_i$  son:

$$\begin{aligned}
 C_1 &= \frac{\partial M}{\partial P} = 1 & C_2 &= \frac{\partial M}{\partial L} = (\Delta\alpha\Delta T + \bar{\alpha}\theta) \\
 C_3 &= \frac{\partial M}{\partial \Delta\alpha} = L\Delta T & C_4 &= \frac{\partial M}{\partial \Delta T} = L\Delta\alpha & C_5 &= \frac{\partial M}{\partial \alpha} = L\theta \\
 C_6 &= \frac{\partial M}{\partial \theta} = L\bar{\alpha} & C_7 &= \frac{\partial M}{\partial E_{A_0}} = 1 & C_8 &= \frac{\partial M}{\partial E_{A_l}} = 1 \\
 C_9 &= \frac{\partial M}{\partial E_{or}} = 1 & C_{10} &= \frac{\partial M}{\partial E_{Res\ serv}} = 1 & C_{11} &= \frac{\partial M}{\partial E_{Rep\ serv}} = 1
 \end{aligned}$$

Los  $D_{ij}$  son:

$$\begin{aligned}
 D_{23} &= \frac{\partial}{\partial \Delta T} C_2 = \Delta\alpha & D_{24} &= \frac{\partial}{\partial \Delta\alpha} C_2 = \Delta T & D_{25} &= \frac{\partial}{\partial \alpha} C_2 = \theta & D_{26} &= \frac{\partial}{\partial \theta} C_2 = \bar{\alpha} \\
 D_{32} &= \frac{\partial}{\partial L} C_3 = \Delta T & D_{34} &= \frac{\partial}{\partial \Delta T} C_3 = L \\
 D_{42} &= \frac{\partial}{\partial L} C_4 = \Delta\alpha & D_{43} &= \frac{\partial}{\partial \Delta\alpha} C_4 = L \\
 D_{52} &= \frac{\partial}{\partial L} C_5 = \theta & D_{56} &= \frac{\partial}{\partial \theta} C_5 = L \\
 D_{62} &= \frac{\partial}{\partial L} C_6 = \bar{\alpha} & D_{65} &= \frac{\partial}{\partial \alpha} C_6 = L
 \end{aligned}$$

No hay derivadas de tercer orden.



Retomando la ecuación:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N C_i u^2(x_i) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left[ \frac{1}{2} D_{ij}^2 + C_i T_{ijj} \right] u^2(x_i) u^2(x_j) \quad [40]$$

**Ley de Propagación de los Errores:**

$$u_c^2(y) = C_1^2 u_p^2 + C_2^2 u^2(L) + C_3^2 u^2(\Delta\alpha) + C_4^2 u^2(\Delta T) + C_5^2 u^2(\bar{\alpha}) + C_6^2 u^2(\theta) + C_7^2 u^2(E_{A0}) + C_8^2 u^2(E_{Al}) + C_9^2 u^2(E_{\omega\tau}) + C_{10}^2 u^2(E_{ResSer}) + C_{11}^2 u^2(E_{RepSer}) +$$

$$\left[ \frac{1}{2} [D_{24}^2 u^2(L) u^2(\Delta\alpha)] + \frac{1}{2} [D_{32}^2 u^2(\Delta\alpha) u^2(L)] + \frac{1}{2} [D_{23}^2 u^2(L) u^2(\Delta T)] + \frac{1}{2} [D_{42}^2 u^2(\Delta T) u^2(L)] + \frac{1}{2} [D_{25}^2 u^2(L) u^2(\bar{\alpha})] + \frac{1}{2} [D_{52}^2 u^2(\bar{\alpha}) u^2(L)] \right]$$

$$\left[ + \frac{1}{2} [D_{26}^2 u^2(L) u^2(\theta)] + \frac{1}{2} [D_{62}^2 u^2(\theta) u^2(L)] + \frac{1}{2} [D_{34}^2 u^2(\Delta T) u^2(\Delta\alpha)] + \frac{1}{2} [D_{43}^2 u^2(\Delta\alpha) u^2(\Delta T)] + \frac{1}{2} [D_{56}^2 u^2(\bar{\alpha}) u^2(\theta)] + \frac{1}{2} [D_{65}^2 u^2(\theta) u^2(\bar{\alpha})] \right]$$

Sustituyendo

$$u_c^2(y) = u_p^2 + (\Delta\alpha\Delta T + \bar{\alpha}\theta)^2 u^2(L) + (L\Delta T)^2 u^2(\Delta\alpha) + (L\Delta\alpha)^2 u^2(\Delta T) + (L\theta)^2 u^2(\bar{\alpha}) + (L\bar{\alpha})^2 u^2(\theta) + u^2(E_{A0}) + u^2(E_{Al}) + u^2(E_{\omega\tau}) + u^2(E_{ResSer}) + u^2(E_{RepSer}) +$$

$$\left[ \frac{1}{2} [\Delta T^2 u^2(L) u^2(\Delta\alpha)] + \frac{1}{2} [\Delta T^2 u^2(\Delta\alpha) u^2(L)] + \frac{1}{2} [\Delta\alpha^2 u^2(L) u^2(\Delta T)] + \frac{1}{2} [\Delta\alpha^2 u^2(\Delta T) u^2(L)] + \frac{1}{2} [\theta^2 u^2(L) u^2(\bar{\alpha})] + \frac{1}{2} [\theta^2 u^2(\bar{\alpha}) u^2(L)] \right]$$

$$\left[ + \frac{1}{2} [\bar{\alpha}^2 u^2(L) u^2(\theta)] + \frac{1}{2} [\bar{\alpha}^2 u^2(\theta) u^2(L)] + \frac{1}{2} [L^2 u^2(\Delta T) u^2(\Delta\alpha)] + \frac{1}{2} [L^2 u^2(\Delta\alpha) u^2(\Delta T)] + \frac{1}{2} [L^2 u^2(\bar{\alpha}) u^2(\theta)] + \frac{1}{2} [L^2 u^2(\theta) u^2(\bar{\alpha})] \right]$$

Donde:

$P$ ; Contribución debida al Patrón.

$L$ ; Longitud medida

$\Delta\alpha$ ; Contribución debida a la diferencia entre los coeficientes de expansión térmica de ambos artefactos (patrón y calibrando).

$\Delta T$ ; Contribución debida a la diferencia entre la temperatura de la sala y la temperatura de referencia.

$\bar{\alpha}$ ; Contribución debida al coeficiente de expansión térmica promedio entre el calibrando y el patrón,

$\theta$ ; Contribución debida a la diferencia de temperatura entre artefactos

$E_{A0}$ ; Contribución debida a l ajuste a 0.

$E_{Al}$ ; Contribución debida a los errores aleatorios de las mediciones.

$E_{\omega\tau}$ ; Contribución de distancia de paro debido a la velocidad angular ( $\omega_r$ ) y tiempo de paro ( $E_t$ ) en el rodillo (R).

$E_{Res.Serv}$ ; Contribución debida a resolución del servomotor.

$E_{Rep.Serv}$ ; Contribución debida a repetibilidad del servomotor.

El rodillo del patrón para calibración de odómetros propuesto es de material Nylamid. Mientras que la mayoría de las ruedas de los odómetros son de aluminio (Tabla 7).

Características de los materiales:

Coeficientes de expansión térmica	
Material	Coeficiente
Aluminio	2,38E-05°C <sup>-1</sup>
Nylamid	7,2E-05°C <sup>-1</sup>

**Tabla 7.- Coeficientes de expansión térmica.**

## 8. Ejemplo de cálculo de incertidumbre para un alcance de 1000,00 m:

$$\frac{\partial M}{\partial L} = (\Delta\alpha\Delta T + \bar{\alpha}\theta) = [(4,82E-05^{\circ}C \times 0,9^{\circ}C) + (4,79E-05^{\circ}C \times 0,5^{\circ}C)] = 6,73 \times 10^{-5} \quad [41]$$

Podemos considerar este coeficiente como “0” por lo cual despreciamos este factor, sin embargo lo vamos a incluir en el cálculo.

$$\frac{\partial M}{\partial \Delta\alpha} = L\Delta T = 1000,38 \text{ m} \times 0,9^{\circ}C = 900,342 \text{ m}^{\circ}C \quad [42]$$

$$\frac{\partial M}{\partial \Delta T} = L\Delta\alpha = 1000,38 \text{ m} \times 4,82 \times 10^{-5} C^{-1} = 4,82 \times 10^{-2} \text{ m}^{\circ}C^{-1}$$

$$\frac{\partial M}{\partial \alpha} = L\theta = 1000,38 \text{ m} \times 0,5^{\circ}C = 500,19 \text{ m}^{\circ}C$$

$$\frac{\partial M}{\partial \theta} = L\bar{\alpha} = 1000,38 \text{ m} \times 4,79 \times 10^{-5} C^{-1} = 0,047918 \text{ m}^{\circ}C^{-1}$$

### Estimación de las incertidumbres individuales:

#### a. Incertidumbre del patrón, en este caso es el cilindro ( $u_p$ ):

Se busca la incertidumbre de calibración del patrón y se divide entre 2 por la expansión de origen de  $k=2$ .

$$u_{p1} = \frac{U_{med \text{ Rodillo}}}{k} \quad [43]$$

$$u_p = \frac{2,4 \times 10^{-5} \text{ m}}{2} = 1,21 \times 10^{-5} \text{ m}$$

#### b. Incertidumbre de la resolución del servomotor:

$$u_{E_{Res-serv}} = \frac{Res}{2\sqrt{3}} = \frac{long \text{ de arco}}{2\sqrt{3}} \quad [44]$$

Resolución  $\rightarrow$  rad

$$\text{Res} \frac{(\pi)}{180} = \text{rad} = 0,005 \text{ rad}$$

Con este resultado ahora tendremos que convertirlos a metros para obtener la longitud de arco

Resolución = Longitud de arco

$$L = (\text{Res serv}) (R)$$

Donde

- L.- Longitud de arco, en mm
- Res Serv.- Resolución del servomotor, en rad.
- R.- Radio del cilindro, en mm

$$L = (0,005 \text{ rad}) \times (79,265 \text{ mm})$$

$$L = 0,396 \text{ mm, convirtiendo a } 0,00039 \text{ m}$$

$$u_{E_{\text{Res-serv}}} = \frac{\text{Res}}{2\sqrt{3}} = \frac{\text{long de arco}}{2\sqrt{3}} = \frac{0,00039 \text{ m}}{2\sqrt{3}} = 1,14 \times 10^{-4} \text{ m}$$

### c. Incertidumbre de la repetibilidad del servomotor:

Para la repetibilidad del servomotor se realizó una toma de lecturas, obtenidas de una experimentación como se muestra a continuación:

$$u_{E_{\text{RepServ}}} = \frac{\text{Rep}}{2\sqrt{3}} = \frac{\text{Long de arco}}{2\sqrt{3}} \quad [45]$$

Repetibilidad → rad

$$\text{Re } p \frac{(\pi)}{180} = 0,005 \text{ rad}$$

Ya que contamos con nuestro valor en radianes, ahora hay que convertirlos en metros con la siguiente ecuación como se muestra a continuación:

Repetibilidad = Longitud de arco

$$L = \text{Re } p \text{Serv} \times R$$

Donde

- L.- Longitud de arco, en mm
- Rep Serv.- Repetibilidad del servomotor, en rad.
- R.- Radio del cilindro, en mm

Tomando en cuenta que la repetibilidad es igual a 0,005 radianes, se realiza la experimentación tomando tres lecturas y nos da como resultado 0,015 radianes. Como nuestro resultado está en radianes ahora tenemos que convertirlos a metros.

$$L = (0,015 \text{ rad}) \times (79,265 \text{ mm})$$

$$L = 1,188 \text{ mm, convirtiendo a } 0,00118 \text{ m}$$

$$u_{E \text{Re } p \text{-serv}} = \frac{\text{Re } p}{2\sqrt{3}} = \frac{\text{long de arco}}{2\sqrt{3}} = \frac{0,00118 \text{ m}}{2\sqrt{3}} = 3,41 \times 10^{-4} \text{ m}$$

**d. Incertidumbre de la distancia de paro debido a la velocidad angular ( $\omega_r$ ) y tiempo de paro ( $\tau$ ) en el rodillo (R):**

La velocidad angular del rodillo del patrón para calibración de odómetros está dada por la ecuación:

$$\omega R = 2\pi fT \quad [46]$$

$$2\pi \text{ rad} = 6,2832 \text{ rad} = 1 \text{ rev}$$

$$180 \text{ rpm} = 3 \text{ rps}$$

Sustituyendo la ecuación:

$$\omega R = (2\pi) (3 \text{ rps})$$

Obtenemos una velocidad angular:

$$\omega R = 18,849 \text{ rad/seg.}$$

donde:

$\omega R$ : velocidad angular

Ahora para la distancia de paro se realiza la siguiente ecuación:

$$D_{\text{paro}} = \omega R \tau \quad [47]$$

Sustituyendo la ecuación:

$$D_{\text{paro}} = 18,849 \text{ rad/seg} \times 0,25 \text{ seg} = 4,712 \text{ rad.}$$

donde:

$\omega R$ : velocidad angular

$\tau$ : tiempo de paro

Ya que contamos con nuestro valor en radianes, ahora hay que convertirlos en metros con la siguiente formula, como se muestra a continuación:

$$\text{Longitud de Arco: } (R) (D_{\text{paro}}) \quad [48]$$

Sustituyendo la ecuación:

$$\begin{aligned} \text{Longitud de Arco: } & (0,079 \text{ 49 m}) \times (4,712 \text{ 2 rad.}) = \\ & = 0,374 \text{ mm convirtiendo a } 0,000 \text{ 374 m} \end{aligned}$$

Donde

Dparo.- distancia de paro, en mm

R.- Radio del cilindro, en mm

Entonces:

$$u_{or} = \frac{\text{Longitud de arco}}{\sqrt{3}} = \frac{0,000\ 374\ m}{\sqrt{3}} = 0,000\ 216\ m$$

**e. Incertidumbre por diferencia de coeficientes de expansión térmica entre el patrón y el mensurando ( $u_{\Delta\alpha}$ ).**

Se determina la expansión térmica, tanto del patrón como del mensurando, y se les asocia un 10% de desconfianza a cada uno, por lo que:

$$u_{\Delta\alpha} = \frac{(\alpha_1 + 0,1\alpha_1) - (\alpha_2 - 0,1\alpha_2)}{\sqrt{3}} \quad [49]$$

donde:

$\alpha_1$  = Coeficiente Nylamid =  $7,2 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

$\alpha_2$  = Coeficiente Aluminio =  $2,38 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

Para nuestro caso queda:

$$u_{\Delta\alpha} = \frac{((7,2 \times 10^{-5}) - (2,38 \times 10^{-5})) \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}}{\sqrt{12}} = 1,39 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

**f. Incertidumbre por diferencia de temperatura de la sala y la de referencia ( $u_{\Delta T}$ ):**

$$u_{\Delta T} = \frac{\left[ (T_s - T_r) + \left( \frac{U_{\text{Sis.Mon}}}{k} \right) \right]}{\sqrt{12}} = \frac{\left[ (20,5 - 20) + \frac{0,31}{2} \right] \text{ } ^\circ\text{C}}{\sqrt{12}} = 7,36 \text{E} - 02 \text{ } ^\circ\text{C} \quad [50]$$

**g. Incertidumbre debida al coeficiente de expansión térmica promedio entre el calibrando y el patrón ( $u_{\alpha}$ )**

$$u_{\alpha} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2\sqrt{3}} \quad [51]$$

$$u_{\alpha} = \frac{\left[ \frac{(7,2 \times 10^{-5} + 2,38 \times 10^{-5})^{\circ} C^{-1}}{2} \right]}{\sqrt{12}} = 1,39 \times 10^{-5} C^{-1}$$

**h. Incertidumbre debida a la diferencia de temperatura entre el patrón y el mensurando ( $u_{\theta}$ )**

$$u_{\theta} = \frac{\left[ (T_{cuen} - T_p) + \left( \frac{U_{Sis.Mon}}{k} \right) \right]}{\sqrt{12}} = \frac{\left[ (21 - 20,1) + \left( \frac{0,31}{2} \right) \right]^{\circ} C}{\sqrt{12}} = 5,45 E - 05^{\circ} C \quad [52]$$

**i. Incertidumbre debida al ajuste a cero ( $u_{A0}$ ).**

En esta incertidumbre se considera el ancho del trazo A de referencia y el ancho del trazo B del cilindro patrón considerando que el error máximo posible cometido es A/2 o B/2.

$$u_{A0} = \sqrt{\left( \frac{A}{2\sqrt{3}} \right)^2 + \left( \frac{B}{2\sqrt{3}} \right)^2} \quad [53]$$

$$u_{A0} = \sqrt{\left( \frac{0,001 m}{2\sqrt{3}} \right)^2 + \left( \frac{0,001 m}{2\sqrt{3}} \right)^2} = 4,08 \times 10^{-4} m$$



**J. Incertidumbre debida a los errores aleatorios de las mediciones ( $u_{AI}$ )**

$$u_{EAI} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \times t \quad [54]$$

Mediciones Repetidas en m:

1 000,04

1 000,5

1 000,6

Valor medio 1 000,38 m

Desviación estándar 0,298664 m

t de student para 3 mediciones: 1,32

$$u_{EAI} = \frac{0,298664\text{m}}{\sqrt{3}} \times 1,32 = 0,2276 \text{ m}$$

**En la (tabla 8) se muestra el resumen de incertidumbres para la longitud de 1 000,00 m**

L	VARIANZAS									
	Up	uERes-ser	uERep-ser	uwt	uΔαxLΔT	uΔT*Lδα	uα*Lθ	uθ*Lα	uA0	uEal
1000,38	1,46E-10	1,30E-08	1,16E-07	4,67E-08	1,57E-04	1,26E-05	4,78E-05	6,81E-04	1,66E-07	5,18E-02

**Tabla 8. Resumen de incertidumbre en 1 000, 00 m.**

**Términos de segundo orden**

$$u_c(y) = \sqrt{\frac{1}{2}[\Delta T^2 u^2(L) u^2(\Delta\alpha)] + \frac{1}{2}[\Delta T^2 u^2(\Delta\alpha) u^2(L)] + \frac{1}{2}[\Delta\alpha^2 u^2(L) u^2(\Delta T)] + \frac{1}{2}[\Delta\alpha^2 u^2(\Delta T) u^2(L)] + \frac{1}{2}[\theta^2 u^2(L) u^2(\bar{\alpha})] + \frac{1}{2}[\theta^2 u^2(\bar{\alpha}) u^2(L)] + \frac{1}{2}[\bar{\alpha}^2 u^2(L) u^2(\theta)] + \frac{1}{2}[\bar{\alpha}^2 u^2(\theta) u^2(L)] + \frac{1}{2}[L^2 u^2(\Delta T) u^2(\Delta\alpha)] + \frac{1}{2}[L^2 u^2(\Delta\alpha) u^2(\Delta T)] + \frac{1}{2}[L^2 u^2(\bar{\alpha}) u^2(\theta)] + \frac{1}{2}[L^2 u^2(\theta) u^2(\bar{\alpha})]}$$

$$\begin{aligned} D_{23} &= \frac{\partial}{\partial \Delta T} C_2 = \Delta\alpha & D_{42} &= \frac{\partial}{\partial L} C_4 = \Delta\alpha & D_{34} &= \frac{\partial}{\partial \Delta T} C_3 = L \\ D_{24} &= \frac{\partial}{\partial \Delta\alpha} C_2 = \Delta T & D_{32} &= \frac{\partial}{\partial L} C_3 = \Delta T & D_{43} &= \frac{\partial}{\partial \Delta\alpha} C_4 = L \\ D_{25} &= \frac{\partial}{\partial \alpha} C_2 = \theta & D_{52} &= \frac{\partial}{\partial L} C_5 = \theta & D_{56} &= \frac{\partial}{\partial \theta} C_5 = L \\ D_{26} &= \frac{\partial}{\partial \theta} C_2 = \bar{\alpha} & D_{62} &= \frac{\partial}{\partial L} C_6 = \bar{\alpha} & D_{65} &= \frac{\partial}{\partial \alpha} C_6 = L \end{aligned} \quad [55]$$

$\left[\frac{1}{2}[\Delta T^2 u^2(L)u^2(\Delta\alpha)]\right]$	$\left[\frac{1}{2}[\Delta T^2 u^2(\Delta\alpha)u^2(L)]\right]$	$\frac{1}{2}[\Delta\alpha^2 u^2(L)u^2(\Delta T)]$	$\left[\frac{1}{2}[\Delta\alpha^2 u^2(\Delta T)u^2(L)]\right]$	$\left[\frac{1}{2}[\theta^2 u^2(L)u^2(\bar{\alpha})]\right]$	$\left[\frac{1}{2}[\theta^2 u^2(\bar{\alpha})u^2(L)]\right]$	$\left[\frac{1}{2}[\bar{\alpha}^2 u^2(L)u^2(\theta)]\right]$	$\left[\frac{1}{2}[\bar{\alpha}^2 u^2(\theta)u^2(L)]\right]$	$\frac{1}{2}[L^2 u^2(\Delta T)u^2(\Delta\alpha)]$	$\frac{1}{2}[L^2 u^2(\Delta\alpha)u^2(\Delta T)]$	$\frac{1}{2}[L^2 u^2(\bar{\alpha})u^2(\theta)]$	$\frac{1}{2}[L^2 u^2(\theta)u^2(\bar{\alpha})]$	$\Sigma$
1,148E-20	1,148E-20	9,2158E-22	9,2158E-22	3,4992E-21	3,4992E-21	4,9842E-20	4,9842E-20	5,2494E-07	5,2494E-07	2,8391E-05	2,8391E-05	5,78E-05

**Tabla 9. Resultados de los términos de segundo orden**

**Estimación de la Incertidumbre Combinada ( $u_c$ ):**

$$u_c(y) = \sqrt{\begin{aligned} & (1,21E-05)^2 + [(0,9 \times 4,82E-05) + [4,79E-05 \times 0,5]]^2 (1)^2 + [(1000,38 \times 0,5)^2 \times (1,39E-05)^2] + [(1000,38 \times 4,82E-05)^2 \times (7,36E-02)^2] + \\ & [(1000,38 \times 0,5)^2 \times (1,38E-05)^2] + [(1000,38 \times 4,79E-05)^2 \times (5,45E-05)^2] + (4,8E-04)^2 + (2,28E-01)^2 + (2,16E-04)^2 + (1,4E-04)^2 + (3,41E-04)^2 + \\ & [1,148E-20 + 1,148E-20 + 9,2158E-22 + 9,2158E-22 + 3,49292E-21 + 3,49292E-21 + 4,9842E-20 + 4,9842E-20 + 5,2494E-07 + 5,2494E-07] \\ & + 2,8391E-05 + 2,8391E-05 \end{aligned}}$$

$$u_c(y) = \sqrt{5,28E-02 \text{ m}^2}$$

$$u_c(y) = 2,30E-01 \text{ m}$$

Estimación de la incertidumbre expandida:

$$U = \pm 0,46 \text{ m}$$

Esto debe hacerse por cada intervalo:

Resumiendo:

L	VARIANZAS; unidades m											$\Sigma$	$\sqrt{\quad}$	U
	Up	uERes-ser	uERep-ser	uwt	u $\Delta\alpha$ X $\Delta$ T	u $\Delta$ T*L $\delta\alpha$	u $\alpha$ *L $\theta$	u $\theta$ *L $\alpha$	uA0	uEal	2 orden			
1000,38	1,46E-10	1,30E-08	1,16E-07	4,67E-08	1,57E-04	1,26E-05	4,78E-05	6,81E-04	1,66E-07	5,18E-02	5,78E-05	5,28E-02	2,30E-01	0,46
2000,69	1,46E-10	1,30E-08	1,16E-07	4,67E-08	6,28E-04	5,04E-05	1,91E-04	2,73E-03	1,66E-07	1,96E-01	2,31E-04	2,00E-01	4,47E-01	0,89
2501,00	1,46E-10	1,30E-08	1,16E-07	4,67E-08	9,81E-04	7,87E-05	2,99E-04	4,26E-03	1,66E-07	0,00E+00	3,61E-04	5,98E-03	7,73E-02	0,15
3000,68	1,46E-10	1,30E-08	1,16E-07	4,67E-08	1,41E-03	1,13E-04	4,30E-04	6,13E-03	1,66E-07	1,75E-01	5,20E-04	1,83E-01	4,28E-01	0,86
5000,20	1,46E-10	1,30E-08	1,16E-07	4,67E-08	3,92E-03	3,15E-04	1,20E-03	1,70E-02	1,66E-07	4,01E-02	1,44E-03	6,40E-02	2,53E-01	0,51
7500,36	1,46E-10	1,30E-08	1,16E-07	4,67E-08	8,82E-03	7,08E-04	2,69E-03	3,83E-02	1,66E-07	1,79E-01	3,25E-03	2,33E-01	4,83E-01	0,97
8000,87	1,46E-10	1,30E-08	1,16E-07	4,67E-08	1,00E-02	8,06E-04	3,06E-03	4,36E-02	1,66E-07	3,10E-02	3,70E-03	9,22E-02	3,04E-01	0,61
10001,02	1,46E-10	1,30E-08	1,16E-07	4,67E-08	1,57E-02	1,26E-03	4,78E-03	6,81E-02	1,66E-07	5,52E-01	5,78E-03	6,48E-01	8,05E-01	1,6

**Tabla 10. Resultados de la incertidumbre expandida**

Ecuación de incertidumbre:

$$\pm(3,41E-01+8,52E-05L); L \text{ en m} \quad [56]$$

Comparaciones de incertidumbre:

L	Ecuación acreditada (m)	Ecuación propuesta (m)
(m)	$\pm(1,70E-05+1,65E-04L)$	$\pm(3,41E-01+8,52E-05L)$
1 000	0,16	0,42
2 000	0,33	0,51
2 500	0,41	0,55
3 000	0,50	0,60
5 000	0,83	0,77
7 500	1,2	0,98
8 000	1,3	1,1
10 000	1,7	1,2

**Tabla 11.- Comparación de incertidumbres**

Realizando el balance de incertidumbre tenemos que las incertidumbres con más peso son las que enmarcamos en color naranja:

L	VARIANZAS; unidades m										
	Up	uERes-ser	uERep-ser	uwt	uΔαXLΔT	uΔT*Lδ̄α	uα*Lθ	uθ*Lα	uA0	uEal	2 orden
1000,38	1,46E-10	1,30E-08	1,16E-07	4,67E-08	1,57E-04	1,26E-05	4,78E-05	6,81E-04	1,66E-07	5,18E-02	5,78E-05
2000,69	1,46E-10	1,30E-08	1,16E-07	4,67E-08	6,28E-04	5,04E-05	1,91E-04	2,73E-03	1,66E-07	1,96E-01	2,31E-04
2501,00	1,46E-10	1,30E-08	1,16E-07	4,67E-08	9,81E-04	7,87E-05	2,99E-04	4,26E-03	1,66E-07	0,00E+00	3,61E-04
3000,68	1,46E-10	1,30E-08	1,16E-07	4,67E-08	1,41E-03	1,13E-04	4,30E-04	6,13E-03	1,66E-07	1,75E-01	5,20E-04
5000,20	1,46E-10	1,30E-08	1,16E-07	4,67E-08	3,92E-03	3,15E-04	1,20E-03	1,70E-02	1,66E-07	4,01E-02	1,44E-03
7500,36	1,46E-10	1,30E-08	1,16E-07	4,67E-08	8,82E-03	7,08E-04	2,69E-03	3,83E-02	1,66E-07	1,79E-01	3,25E-03
8000,87	1,46E-10	1,30E-08	1,16E-07	4,67E-08	1,00E-02	8,06E-04	3,06E-03	4,36E-02	1,66E-07	3,10E-02	3,70E-03
10001,02	1,46E-10	1,30E-08	1,16E-07	4,67E-08	1,57E-02	1,26E-03	4,78E-03	6,81E-02	1,66E-07	5,52E-01	5,78E-03

**Tabla 12.- Balance de incertidumbre**

Que si queremos continuar mejorando nuestro proceso, debemos controlar las variables de temperatura y los errores aleatorios. Sin embargo para el tipo de medición que referimos la incertidumbre que se obtiene es suficiente.

## **9. CONCLUSIÓN**

Como se muestra en el nuevo modelo de la estimación de la incertidumbre, los resultados de la experimentación son bastante satisfactorios, ya que ahora son valores más pequeños y tiene una mejor estimación al considerar más contribuciones.

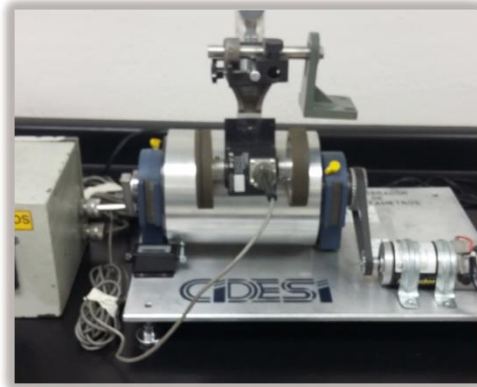
Finalmente, el aprendizaje en el modelo de la estimación de la incertidumbre junto con la aplicación automática apoyaron a mejorar la estimación de incertidumbre mediante la realización de una investigación experimental que permitió evaluar las técnicas propuestas y definir los valores de control que garanticen la calidad de los resultados y el análisis de tendencias.

Ya que se puede abrir campo para nuevas investigaciones, por ejemplo el determinar los coeficientes de rozamiento de materiales actuales existentes en los odómetros, que podrán ser aplicados por la Ema en la evaluación a los laboratorios que conforman el Sistema Nacional de Calibración. Implementando una aplicación automática validada de medición para la calibración de odómetros para los laboratorios de calibración de Metrología Mecánica del CIDESI en sus tres sedes (Querétaro, Nuevo León y Baja California).

## 10. BIBLIOGRAFÍA

- 1 Guía Técnica de Trazabilidad Metrológica e Incertidumbre de Medida en Metrología Dimensional, 2013.
- 2 NOM-008-SCFI-2002, Sistema General de Unidades de Medida.
- 3 NMX-Z-055-IMNC-2009- Vocabulario Internacional de Metrología-Conceptos fundamentales y generales, y términos asociados (VIM).
- 4 Ingeniería de la automatización industrial. 2ª EDICIÓN AMPLIADA Y ACTUALIZADA. Ra-ma editorial, S.A. 2ª ED., 1ª IMP.(01/2004) 712 páginas
- 5 NMX-CH-140-IMNC-2002. Guía para la expresión de incertidumbre en las mediciones.
- 6 Paul E. Tippens. Física: Conceptos y aplicaciones. México: Mac Graw Hill, 1998.
- 7 Edgardo J. Escalante. Seis- Sigma: Metodología y técnicas. México: Limusa, 2010.
- 8 Carlos González González y Ramón Zeleny Vázquez. Metrología. México: Mc Graw Hill, 1998.
- 9 Das, Kassimali, Sami. Mecánica para ingenieros: Dinámica. México: Limusa, 1999.
- 10 Das, Kassimali, Sami. Mecánica para ingenieros: Estática. México: Limusa, 2000.
- 11 “Longitud de arco, Ecuación para convertir radianes a longitud de arco, 2014”; 5.1 distancia de paro debido a la velocidad angular y tiempo de paro del cilindro. <https://miprofe.com/longitud-de-un-arco-de-circunferencia/> (2017-05-18)
- 12 “Herramientas de medición, Odómetro, Demaquinas.com, 2014”; 3. Marco Teórico <http://www.demaquinasyherramientas.com/herramientas-de-medicion/odometro/> (2017-05-19)

## 11. ANEXO I



**Figura A.1 – Patrón de Calibración de Odómetros, vista frontal.**



**Figura A.2 – Patrón de Calibración de Odómetros. Vista lateral**

## 12. Anexo II

t = 1,32

L	X1	X2	X3	Promedio	uAl
1000,00	1000,04	1000,50	1000,60	1000,38	0,23
2000,00	2000,02	2001,00	2001,05	2000,69	0,44
2500,00	2501,00	2501,00	2501,00	2501,00	0,00
3000,00	3000,05	3001,00	3001,00	3000,68	0,42
5000,00	5000,50	5000,05	5000,04	5000,20	0,20
7500,00	7501,00	7500,00	7500,08	7500,36	0,42
8000,00	8001,00	8001,00	8000,60	8000,87	0,18
10000,00	10001,00	10000,05	10002,00	10001,02	0,74

$\Delta T$	0,90
$\Delta \alpha$	4,82E-05
$\theta$	5,00E-01
$\alpha$	4,79E-05

Coeficientes de sensibilidad				Incertidumbres parciales									
LDT	LDa	Lq	La	Up	uERes-ser	uERep-ser	uwt	uDa	uDT	ua	uq	uA0	uEal
900,34	0,05	500,19	0,05	1,21E-05	1,14E-04	3,41E-04	2,16E-04	1,39E-05	7,36E-02	1,38E-05	5,45E-01	4,08E-04	2,28E-01
1800,62	0,10	1000,35	0,10	1,21E-05	1,14E-04	3,41E-04	2,16E-04	1,39E-05	7,36E-02	1,38E-05	5,45E-01	4,08E-04	4,43E-01
2250,90	0,12	1250,50	0,12	1,21E-05	1,14E-04	3,41E-04	2,16E-04	1,39E-05	7,36E-02	1,38E-05	5,45E-01	4,08E-04	0,00E+00
2700,62	0,14	1500,34	0,14	1,21E-05	1,14E-04	3,41E-04	2,16E-04	1,39E-05	7,36E-02	1,38E-05	5,45E-01	4,08E-04	4,18E-01
4500,18	0,24	2500,10	0,24	1,21E-05	1,14E-04	3,41E-04	2,16E-04	1,39E-05	7,36E-02	1,38E-05	5,45E-01	4,08E-04	2,00E-01
6750,32	0,36	3750,18	0,36	1,21E-05	1,14E-04	3,41E-04	2,16E-04	1,39E-05	7,36E-02	1,38E-05	5,45E-01	4,08E-04	4,23E-01
7200,78	0,39	4000,43	0,38	1,21E-05	1,14E-04	3,41E-04	2,16E-04	1,39E-05	7,36E-02	1,38E-05	5,45E-01	4,08E-04	1,76E-01
9000,91	0,48	5000,51	0,48	1,21E-05	1,14E-04	3,41E-04	2,16E-04	1,39E-05	7,36E-02	1,38E-05	5,45E-01	4,08E-04	7,43E-01

L	Up	uERes-ser	uERep-ser	uwt	$u\Delta\alpha * L\Delta T$	$u\Delta T * L\delta\alpha$	$u\alpha * L\theta$	$u\theta * L\alpha$	uA0	uEal
1000,38	1,21E-05	1,14E-04	3,41E-04	2,16E-04	1,25E-02	3,55E-03	6,92E-03	2,61E-02	4,08E-04	2,28E-01
2000,69	1,21E-05	1,14E-04	3,41E-04	2,16E-04	2,51E-02	7,10E-03	1,38E-02	5,22E-02	4,08E-04	4,43E-01
2501,00	1,21E-05	1,14E-04	3,41E-04	2,16E-04	3,13E-02	8,87E-03	1,73E-02	6,53E-02	4,08E-04	0,00E+00
3000,68	1,21E-05	1,14E-04	3,41E-04	2,16E-04	3,76E-02	1,06E-02	2,07E-02	7,83E-02	4,08E-04	4,18E-01
5000,20	1,21E-05	1,14E-04	3,41E-04	2,16E-04	6,26E-02	1,77E-02	3,46E-02	1,30E-01	4,08E-04	2,00E-01
7500,36	1,21E-05	1,14E-04	3,41E-04	2,16E-04	9,39E-02	2,66E-02	5,19E-02	1,96E-01	4,08E-04	4,23E-01
8000,87	1,21E-05	1,14E-04	3,41E-04	2,16E-04	1,00E-01	2,84E-02	5,53E-02	2,09E-01	4,08E-04	1,76E-01
10001,02	1,21E-05	1,14E-04	3,41E-04	2,16E-04	1,25E-01	3,55E-02	6,91E-02	2,61E-01	4,08E-04	7,43E-01

DESARROLLO DEL NUEVO MODELO DE LA ESTIMACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE DE MEDIDA DE UN PATRÓN PARA LA CALIBRACIÓN DE ODÓMETROS

Up	% Contr.	uRes-ser	% Contr.	uERep-ser	% Contr.	uwt	% Contr.	uΔα*LΔT	% Contr.	uΔT*Lδα	% Contr.	uα*Lθ	% Contr.	uθ*Lα	% Contr.	uA0	% Contr.	uEal	% Contr.	Σ
1,46E-10	9,15E-08	1,30E-08	8,12E-06	1,16E-07	7,27E-05	4,67E-08	2,92E-05	1,57E-04	9,81E-02	1,26E-05	7,87E-03	4,78E-05	2,99E-02	6,81E-04	4,26E-01	1,66E-07	1,04E-04	5,18E-02	3,24E+01	0,16
1,46E-10	3,75E-09	1,30E-08	3,33E-07	1,16E-07	2,98E-06	4,67E-08	1,20E-06	6,28E-04	1,61E-02	5,04E-05	1,29E-03	1,91E-04	4,91E-03	2,73E-03	6,99E-02	1,66E-07	4,27E-06	1,96E-01	5,02E+00	3,9
1,46E-10	4,18E-10	1,30E-08	3,71E-08	1,16E-07	3,32E-07	4,67E-08	1,33E-07	9,81E-04	2,80E-03	7,87E-05	2,25E-04	2,99E-04	8,54E-04	4,26E-03	1,22E-02	1,66E-07	4,76E-07	0,00E+00	0,00E+00	35
1,46E-10	1,51E-10	1,30E-08	1,34E-08	1,16E-07	1,20E-07	4,67E-08	4,81E-08	1,41E-03	1,46E-03	1,13E-04	1,17E-04	4,30E-04	4,44E-04	6,13E-03	6,32E-03	1,66E-07	1,72E-07	1,75E-01	1,80E-01	97
1,46E-10	3,75E-11	1,30E-08	3,33E-09	1,16E-07	2,98E-08	4,67E-08	1,20E-08	3,92E-03	1,01E-03	3,15E-04	8,07E-05	1,20E-03	3,06E-04	1,70E-02	4,36E-03	1,66E-07	4,27E-08	4,01E-02	1,03E-02	390
1,46E-10	1,67E-11	1,30E-08	1,48E-09	1,16E-07	1,33E-08	4,67E-08	5,32E-09	8,82E-03	1,01E-03	7,08E-04	8,08E-05	2,69E-03	3,07E-04	3,83E-02	4,37E-03	1,66E-07	1,90E-08	1,79E-01	2,05E-02	877
1,46E-10	9,39E-12	1,30E-08	8,34E-10	1,16E-07	7,46E-09	4,67E-08	2,99E-09	1,00E-02	6,44E-04	8,06E-04	5,17E-05	3,06E-03	1,96E-04	4,36E-02	2,80E-03	1,66E-07	1,07E-08	3,10E-02	1,99E-03	1559
1,46E-10	2,35E-12	1,30E-08	2,08E-10	1,16E-07	1,86E-09	4,67E-08	7,48E-10	1,57E-02	2,51E-04	1,26E-03	2,02E-05	4,78E-03	7,66E-05	6,81E-02	1,09E-03	1,66E-07	2,67E-09	5,52E-01	8,85E-03	6238

Términos de segundo orden.

Δα	ΔT	θ	α	L	$\left[\frac{1}{2}u_{\Delta\alpha}^2(\Delta T)^2\right]$	$\left[\frac{1}{2}u_{\Delta T}^2(\Delta\alpha)^2\right]$	$\left[\frac{1}{2}u_{\theta}^2(L\alpha)^2\right]$	$\left[\frac{1}{2}u_{\alpha}^2(L\Delta T)^2\right]$	$\left[\frac{1}{2}u_{\Delta T}^2(L\delta\alpha)^2\right]$	$\left[\frac{1}{2}u_{\alpha}^2(L\theta)^2\right]$	$\left[\frac{1}{2}u_{\theta}^2(L\alpha)^2\right]$	$\left[\frac{1}{2}u_{\Delta\alpha}^2(L\Delta T)^2\right]$	$\left[\frac{1}{2}u_{\Delta T}^2(L\delta\alpha)^2\right]$	$\left[\frac{1}{2}u_{\alpha}^2(L\theta)^2\right]$	$\left[\frac{1}{2}u_{\theta}^2(L\alpha)^2\right]$	Σ	
4,82E-05	0,90	5,00E-01	4,79E-05	1000,38	1,15E-20	1,15E-20	9,22E-22	9,22E-22	3,50E-21	3,50E-21	4,98E-20	4,98E-20	5,25E-07	5,25E-07	2,84E-05	2,84E-05	5,78E-05
4,82E-05	0,90	5,00E-01	4,79E-05	2000,69	1,15E-20	1,15E-20	9,22E-22	9,22E-22	3,50E-21	3,50E-21	4,98E-20	4,98E-20	2,10E-06	2,10E-06	1,14E-04	1,14E-04	2,31E-04
4,82E-05	0,90	5,00E-01	4,79E-05	2501,00	1,15E-20	1,15E-20	9,22E-22	9,22E-22	3,50E-21	3,50E-21	4,98E-20	4,98E-20	3,28E-06	3,28E-06	1,77E-04	1,77E-04	3,61E-04
4,82E-05	0,90	5,00E-01	4,79E-05	3000,68	1,15E-20	1,15E-20	9,22E-22	9,22E-22	3,50E-21	3,50E-21	4,98E-20	4,98E-20	4,72E-06	4,72E-06	2,55E-04	2,55E-04	5,20E-04
4,82E-05	0,90	5,00E-01	4,79E-05	5000,20	1,15E-20	1,15E-20	9,22E-22	9,22E-22	3,50E-21	3,50E-21	4,98E-20	4,98E-20	1,31E-05	1,31E-05	7,09E-04	7,09E-04	1,44E-03
4,82E-05	0,90	5,00E-01	4,79E-05	7500,36	1,15E-20	1,15E-20	9,22E-22	9,22E-22	3,50E-21	3,50E-21	4,98E-20	4,98E-20	2,95E-05	2,95E-05	1,60E-03	1,60E-03	3,25E-03
4,82E-05	0,90	5,00E-01	4,79E-05	8000,87	1,15E-20	1,15E-20	9,22E-22	9,22E-22	3,50E-21	3,50E-21	4,98E-20	4,98E-20	3,36E-05	3,36E-05	1,82E-03	1,82E-03	3,70E-03
4,82E-05	0,90	5,00E-01	4,79E-05	10001,02	1,15E-20	1,15E-20	9,22E-22	9,22E-22	3,50E-21	3,50E-21	4,98E-20	4,98E-20	5,25E-05	5,25E-05	2,84E-03	2,84E-03	5,78E-03

VARIANZAS; unidades m														
L	Up	uRes-ser	uERep-ser	uwt	uΔα*LΔT	uΔT*Lδα	uα*Lθ	uθ*Lα	uA0	uEal	2 orden	Σ	√	U
1000,38	1,46E-10	1,30E-08	1,16E-07	4,67E-08	1,57E-04	1,26E-05	4,78E-05	6,81E-04	1,66E-07	5,18E-02	5,78E-05	5,28E-02	2,30E-01	0,46
2000,69	1,46E-10	1,30E-08	1,16E-07	4,67E-08	6,28E-04	5,04E-05	1,91E-04	2,73E-03	1,66E-07	1,96E-01	2,31E-04	2,00E-01	4,47E-01	0,89
2501,00	1,46E-10	1,30E-08	1,16E-07	4,67E-08	9,81E-04	7,87E-05	2,99E-04	4,26E-03	1,66E-07	0,00E+00	3,61E-04	5,98E-03	7,73E-02	0,15
3000,68	1,46E-10	1,30E-08	1,16E-07	4,67E-08	1,41E-03	1,13E-04	4,30E-04	6,13E-03	1,66E-07	1,75E-01	5,20E-04	1,83E-01	4,28E-01	0,86
5000,20	1,46E-10	1,30E-08	1,16E-07	4,67E-08	3,92E-03	3,15E-04	1,20E-03	1,70E-02	1,66E-07	4,01E-02	1,44E-03	6,40E-02	2,53E-01	0,51
7500,36	1,46E-10	1,30E-08	1,16E-07	4,67E-08	8,82E-03	7,08E-04	2,69E-03	3,83E-02	1,66E-07	1,79E-01	3,25E-03	2,33E-01	4,83E-01	0,97
8000,87	1,46E-10	1,30E-08	1,16E-07	4,67E-08	1,00E-02	8,06E-04	3,06E-03	4,36E-02	1,66E-07	3,10E-02	3,70E-03	9,22E-02	3,04E-01	0,61
10001,02	1,46E-10	1,30E-08	1,16E-07	4,67E-08	1,57E-02	1,26E-03	4,78E-03	6,81E-02	1,66E-07	5,52E-01	5,78E-03	6,48E-01	8,05E-01	1,6

Figura A.3.- Hoja de cálculo del nuevo modelo de estimación de incertidumbre.