



POSGRADO INTERINSTITUCIONAL DE CIENCIA Y TECNOLOGIA

**Análisis dinámico de la plataforma Gough-Stewart
del TSPM**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO
ACADÉMICO DE

**MAESTRO EN CIENCIAS Y
TECNOLOGÍA
EN LA ESPECIALIDAD DE MECATRONICA**

PRESENTA

ING. ALDO AUGUSTO LÓPEZ MARTÍNEZ

QUERÉTARO, QRO. ABRIL, 2017

DEDICATORIAS

A Irma por ser quien es para mí y siente la misma emoción que experimenté al platicarle de los retos que implicó desarrollar este trabajo.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo representa la suma de muchos esfuerzos académicos, laborales y familiares; para los que de forma directa o indirecta aportaron en el desarrollo de este trabajo mi más profundo agradecimiento.

Agradezco al equipo académico del Posgrado Interinstitucional de Ciencia Y Tecnología del CIDESI, por su soporte y permitirme conocer en profundidad temas de mucha relevancia en áreas de mí interés, especialmente al Dr. Luis Govinda García Valdovinos que como director de tesis ha sido un gran impulsor de este trabajo y por su paciencia en el proceso.

De la misma forma, agradezco al equipo de trabajo que participa en el desarrollo del proyecto del Telescopio San Pedro Mártir y a las instituciones que los representan; particularmente al equipo multidisciplinario del CIDESI.

Finalmente, al motivo por el que soy quien soy y a los que me han permitido llegar aquí; a mis padres, a las personas de las que quiero ser un buen ejemplo como ser humano; a mis hermanos y a la familia que estoy formando con Irma, Bruno y Leonardo.

Muchas gracias a todos.

RESUMEN

La plataforma Gough-Stewart (GS), también conocida como hexápodo debido a su configuración de 6 actuadores lineales establecidos entre una base fija y una plataforma móvil, es un mecanismo también definido como manipulador de tipo paralelo el cual será utilizado para alinear y mantener enfocado el espejo secundario con el espejo primario del Telescopio San Pedro Mártir (TSPM), en esta posición permitirá la compensación para corregir las deformaciones mecánicas debidas a las cargas, efecto del viento, efecto de la operación, elongación térmica, etc. para lograr que el este mecanismo mantenga la posición del espejo en el espacio con una exactitud de nivel micrométrica.

La plataforma GS es un mecanismo manipulador paralelo que tiene importantes diferencias mecánicas de los manipuladores en serie. Su cadena cinemática cerrada y estructura paralela dan una gran rigidez y una alta relación fuerza-peso.

Este trabajo se refiere a los enfoques analíticos para el modelado y caracterización de estos dispositivos, los cuales abarcan la definición de la plataforma GS, cinemática inversa y análisis dinámico, que permitirán establecer, predecir y diseñar la plataforma en función de la posición y orientación de acuerdo las capacidades y los requerimientos de operación una vez instalado en el TSPM.

Palabras clave: Plataforma Gough-Stewart, Hexápodo, plataforma, telescopio, actuador, cinemática, dinámica.

ÍNDICE DE CONTENIDO

DEDICATORIAS.....	II
AGRADECIMIENTOS.....	III
RESUMEN.....	IV
ÍNDICE DE CONTENIDO.....	V
ÍNDICE DE FIGURAS.....	VIII
ÍNDICE DE TABLAS.....	XI
ÍNDICE DE ECUACIONES.....	XII
GLOSARIO.....	XIV
1. CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 ANTECEDENTES.....	3
1.1.1 Tipos de telescopios.....	4
1.1.2 Configuraciones ópticas.....	8
1.2 DEFINICION DEL PROBLEMA.....	13
1.3 JUSTIFICACIÓN.....	15
1.4 OBJETIVOS.....	17
1.4.1 Objetivo general.....	17
1.4.2 Objetivos específicos.....	17
1.5 HIPÓTESIS.....	18
2. CAPÍTULO 2 MARCO TEÓRICO O FUNDAMENTO TEÓRICO.....	19
2.1 ESTADO DEL ARTE.....	22
3. CAPÍTULO 3 MÉTODO O PROCEDIMIENTO DE INVESTIGACIÓN.....	24
1.1. METODOLOGÍA.....	25
3.1 DEFINICIÓN DE LA ESTRUCTURA DE LA PLATAFORMA GS.....	28
3.1.1 Elementos que componen la plataforma GS.....	28
3.1.2 Definición de parámetros en la plataforma GS.....	30
3.1.3 Definición de posición y orientación de plataforma GS.....	33
3.2 DEFINICIÓN DE TRAYECTORIAS DE MOVIMIENTO.....	35
3.2.1 Tipos de trayectorias.....	36
3.2.2 Características de las trayectorias.....	39

3.2.3	Perfil de movimiento a ser utilizado	41
3.3	ANÁLISIS CINEMÁTICO.....	43
3.3.1	Definición de cinemática directa	44
3.3.2	Definición de cinemática inversa	44
3.3.3	Matriz de rotación en ejes fijos	48
3.3.4	Desarrollo de cinemática diferencia.....	53
3.3.5	Determinación del Jacobiano inverso	54
3.4	ANÁLISIS DINÁMICO	58
3.4.1	Definición de parámetros para análisis dinámico.....	61
3.4.2	Desarrollo de formulación del trabajo virtual.....	66
3.4.3	Velocidades y desplazamientos virtuales	66
3.4.4	Marco de referencia para el actuador.....	68
3.4.5	Análisis de velocidad para el actuador	71
3.4.6	Análisis de aceleración para el actuador	73
3.4.7	Formulación del trabajo virtual.....	75
3.4.8	Ecuaciones del movimiento	77
4.	CAPÍTULO 4 RESULTADOS.....	80
4.1	REFERENCIAS A PUBLICACIONES GENERADAS	80
4.2	PRESENTACIÓN DE RESULTADOS.....	81
4.2.1	Resultados en escenario A.....	82
4.2.2	Resultados en escenario B.....	88
4.2.3	Resultados en escenario C.....	94
4.2.4	Resultados en escenario D.....	100
4.2.5	Resultados en escenario E.....	106
4.2.6	Resultados en escenario F	112
4.2.7	Resultados en escenario G	118
4.2.8	Resultados en escenario H.....	124
4.2.9	Resultados en escenario I	130
4.2.10	Resultados en escenario J	136
4.3	ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	142
4.3.1	Análisis de desplazamiento en actuadores.....	143
4.3.2	Análisis de fuerza aplicada en actuadores	144
4.3.3	Análisis de error de posición por propio peso.....	145

CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTUROS.....	148
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	150
ANEXO A	HOJAS DE CÁLCULO Y PROGRAMAS DESARROLLADOS PARA EL ANÁLISIS DE LA PLATAFORMA GS
ANEXO B	INFORMACIÓN EXTRAÍDA DESDE SolidWorks® PARA LA DEFINICIÓN DEL ANÁLISIS DINÁMICO TEÓRICO.

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1-1 Seis grados de libertad para plataforma GS.	2
Figura 1-2 Maqueta del TSPM.	3
Figura 1-3 Tipos de telescopios; Ecuatorial, Alt-Azimut y Alt-Alt.	4
Figura 1-4 TSPM en orientación zenith.	5
Figura 1-5 TSPM en orientación a 45°.	5
Figura 1-6 TSPM en orientación horizonte.	6
Figura 1-7 Componentes de la configuración óptica.	8
Figura 1-8 Configuración óptica TSPM.	9
Figura 1-9 Configuración óptica f/5 Cassegrain.	11
Figura 1-10 Configuración óptica f/5 Nasmyth.	11
Figura 1-11 Configuración óptica f/11 Nasmyth.	12
Figura 1-12 Representación del peso de los espejos en la óptica del TSPM.	13
Figura 1-13 Representación de la configuración f/5 Cassegrain desalineada y sin enfoque.	14
Figura 1-14 Plataforma GS como compensación para el espejo secundario M2.	16
Figura 2-1 Versión actualizada de la maquina original de pruebas para llantas (cortesía de Mike Beeson, Dunlop Tyres). (ParalleMIC, 2003).	19
Figura 2-2 Simulador de vuelo para entrenamiento (cortesía de FlightSafety International) (FlightSafety, 2015).	20
Figura 2-3 El F-200iB es un robot paralelo de seis grados de libertad para aplicaciones en manufactura y procesos de ensamble en la industria automotriz (cortesía de Fanuc Robotics American Inc.) (Fanuc, 2005).	20
Figura 2-4 F-200iB en una aplicación de manufactura (cortesía de Fanuc Robotics American Inc.) (Fanuc, 2005).	21
Figura 2-5 Modelo M-850K Weatherproof Hexapod Plataforma de movimiento paralelo. (cortesía de Physik Instrumente (PI) GmbH & Co.) (KG, 2012).	21
Figura 2-6 Modelo H-845 Plataforma de movimiento paralelo para carga de 1 ton de alta precisión. (cortesía de Physik Instrumente (PI) GmbH & Co.) (KG, 2012).	21
Figura 3-1 Metodología en diagrama de flujo.	27
Figura 3-2 Componentes de plataforma GS.	29
Figura 3-3 Definición de parámetros en plataforma GS.	30
Figura 3-4 Desplazamiento de plataforma móvil representado por v	34
Figura 3-5 Perfil de movimiento polinomial grado 8.	37
Figura 3-6 Perfil de movimiento armónico.	38

Figura 3-7 Perfil de movimiento cicloidal.....	39
Figura 3-8 Comparación de los tipos de trayectorias analizados.....	40
Figura 3-9 Comparación de las velocidades de trayectorias analizadas.....	40
Figura 3-10 Comparación de las aceleraciones de trayectorias analizadas.....	41
Figura 3-11 Perfil de movimiento polinomial de grado 5.	42
Figura 3-12 Estructura a ser analizada en la plataforma GS.....	43
Figura 3-13 Definición de variables $d1$ y $d2$	45
Figura 3-14 Elementos aislados para analizarlos.....	46
Figura 3-15 Posición de las variables auxiliares $d1$ y $d2$	47
Figura 3-16 Rotación α expresada sobre el eje x para el marco móvil uvw	49
Figura 3-17 Rotación β expresada sobre el eje y para el marco móvil uvw	49
Figura 3-18 Rotación γ expresada sobre el eje z para el marco móvil uvw	50
Figura 3-19 Plataforma GS en posición de zenith.	59
Figura 3-20 Plataforma GS en posición de 45°	60
Figura 3-21 Plataforma GS en posición de horizonte.....	60
Figura 3-22 Elementos de interés para análisis dinámico de plataforma GS	61
Figura 3-23 Definición del marco de referencia local para el actuador lineal.	68
Figura 3-24 Rotación del actuador lineal respecto al marco de referencia general.....	69
Figura 3-25 Definición de DCL para el actuador i	70
Figura 3-26 Definición de velocidad lineal y angular en el punto Bi	71
Figura 3-27 Definición de velocidad lineal del actuador li	72
Figura 3-28 Definición de aceleración lineal y angular en los puntos $e1$ y $e2$	74
Figura 4-1 Condiciones esperadas en escenario A.....	82
Figura 4-2 Presentación grafica en escenario A.....	84
Figura 4-3 Comparación de velocidades lineales en escenario A.	86
Figura 4-4 Comparación de fuerza en actuadores en escenario A.	87
Figura 4-5 Condiciones esperadas en escenario B.....	88
Figura 4-6 Presentación grafica en escenario B.....	90
Figura 4-7 Comparación de velocidades lineales en escenario B.	92
Figura 4-8 Comparación de fuerza en actuadores en escenario B.	93
Figura 4-9 Condiciones esperadas en escenario C.....	94
Figura 4-10 Presentación grafica en escenario C.	96
Figura 4-11 Comparación de velocidades lineales en escenario C.....	98
Figura 4-12 Comparación de fuerza en actuadores en escenario C.	99

Figura 4-13 Condiciones esperadas en escenario D.....	100
Figura 4-14 Presentación grafica en escenario D.	102
Figura 4-15 Comparación de velocidades lineales en escenario D.....	104
Figura 4-16 Comparación de fuerza en actuadores en escenario D.	105
Figura 4-17 Condiciones esperadas en escenario E.....	106
Figura 4-18 Presentación grafica en escenario E.....	108
Figura 4-19 Comparación de velocidades lineales en escenario E.....	110
Figura 4-20 Comparación de fuerza en actuadores en escenario E.	111
Figura 4-21 Condiciones esperadas en escenario F.....	112
Figura 4-22 Presentación grafica en escenario F.....	114
Figura 4-23 Comparación de velocidades lineales en escenario F.	116
Figura 4-24 Comparación de fuerza en actuadores en escenario F.....	117
Figura 4-25 Condiciones esperadas en escenario G.	118
Figura 4-26 Presentación grafica en escenario G.	120
Figura 4-27 Comparación de velocidades lineales en escenario G.....	122
Figura 4-28 Comparación de fuerza en actuadores en escenario G.....	123
Figura 4-29 Condiciones esperadas en escenario H.....	124
Figura 4-30 Presentación grafica en escenario H.	126
Figura 4-31 Comparación de velocidades lineales en escenario H.....	128
Figura 4-32 Comparación de fuerza en actuadores en escenario H.	129
Figura 4-33 Condiciones esperadas en escenario I.	130
Figura 4-34 Presentación grafica en escenario I.....	132
Figura 4-35 Comparación de velocidades lineales en escenario I.	134
Figura 4-36 Comparación de fuerza en actuadores en escenario I.....	135
Figura 4-37 Condiciones esperadas en escenario J.	136
Figura 4-38 Presentación grafica en escenario J.	138
Figura 4-39 Comparación de velocidades lineales en escenario J.....	140
Figura 4-40 Comparación de fuerza en actuadores en escenario J.....	141
Figura 4-41 Gráfica de la deformación en la plataforma GS en posición zenith.....	145
Figura 4-42 Gráfica de la deformación en la plataforma GS en posición 45°.....	146
Figura 4-43 Gráfica de la deformación en la plataforma GS en posición horizonte.....	146

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 3-1 Variables establecidas para plataforma GS.	31
Tabla 3-2 Ejemplo de parámetros para la estructura GS en archivo xlsx.	32
Tabla 3-3 Ejemplo de posiciones de los nodos para la estructura GS en archivo xlsx.	33
Tabla 3-4 Ejemplo de variables para posición y orientación en xlsx.	34
Tabla 3-5 Variables establecidas para la dinámica del sistema.	63
Tabla 3-6 Ejemplo de parámetros dinámicos para la estructura GS en archivo xlsx.	65
Tabla 4-1 Listado de escenarios a ser analizados.	81
Tabla 4-2 Tabla de escenario A.	82
Tabla 4-3 Tabla de escenario B.	88
Tabla 4-4 Tabla de escenario C.	94
Tabla 4-5 Tabla de escenario D.	100
Tabla 4-6 Tabla de escenario E.	106
Tabla 4-7 Tabla de escenario F.	112
Tabla 4-8 Tabla de escenario G.	118
Tabla 4-9 Tabla de escenario H.	124
Tabla 4-10 Tabla de escenario I.	130
Tabla 4-11 Tabla de escenario J.	136
Tabla 4-12 Listado de escenarios que fueron analizados.	142
Tabla 4-13 Valores de desplazamiento lineal en los actuadores.	143
Tabla 4-14 Valores de fuerza en actuadores.	144
Tabla 4-15 Valores de deformación en cada eslabón.	147
Tabla 4-16 Desplazamientos calculados en el escenario I.	147
Tabla 4-17 Porcentaje de error en posición respecto al desplazamiento teórico.	147

ÍNDICE DE ECUACIONES

Ecuación 3-1 Ecuación general de trayectoria polinomial.	36
Ecuación 3-2 Ecuaciones de trayectoria polinomial grado 8.	36
Ecuación 3-3 Ecuaciones de trayectoria armónica.....	37
Ecuación 3-4 Ecuaciones de trayectoria cicloidal.....	38
Ecuación 3-5 Ecuaciones de desplazamiento lineal y angular respectivamente.....	42
Ecuación 3-6 Ecuaciones de velocidad lineal y angular respectivamente.....	42
Ecuación 3-7 Ecuaciones de aceleración lineal y angular respectivamente.	42
Ecuación 3-8 Parámetros que definen la posición de la plataforma móvil.	45
Ecuación 3-9 Vector que define la traslación de la plataforma móvil.	45
Ecuación 3-10 Suma vectorial para definir posición T_i	47
Ecuación 3-11 Definición de la longitud del actuador L_i	48
Ecuación 3-12 Vector unitario en el plano yz	49
Ecuación 3-13 Vector unitario en el plano xz	50
Ecuación 3-14 Vector unitario en el plano xy	50
Ecuación 3-15 Vector en los planos xz y yz	51
Ecuación 3-16 Vector en los planos w y xy	51
Ecuación 3-17 Vector en los planos v y w	51
Ecuación 3-18 Matriz de rotación en ejes fijos.	52
Ecuación 3-19 Componentes de la matriz de rotación en ejes fijos.	52
Ecuación 3-20 Forma general de las velocidades.....	53
Ecuación 3-21 Cinemática directa.....	54
Ecuación 3-22 Matriz Jacobiana desarrollada.....	54
Ecuación 3-23 Forma particular de la ecuación de velocidades.....	55
Ecuación 3-24 Forma general de velocidades.	55
Ecuación 3-25 Matriz Jacobiana.	55
Ecuación 3-26 Longitud de actuadores.	55
Ecuación 3-27 Matriz Jacobiana desarrollada.....	56
Ecuación 3-28 Velocidades de los actuadores lineales.....	56
Ecuación 3-29 Forma general de la cinemática directa.....	57
Ecuación 3-30 Forma general de cinemática inversa.....	57
Ecuación 3-31 Matriz Jacobiana inversa.....	57
Ecuación 3-32 Relación directa para q y l	57

Ecuación 3-33 Ecuación del principio del trabajo virtual.	66
<i>Ecuación 3-34 Velocidad angular de la plataforma móvil.</i>	67
<i>Ecuación 3-35 Aceleración angular de la plataforma móvil.</i>	67
Ecuación 3-36 Matriz de rotación para los actuadores.....	68
Ecuación 3-37 Vector unitario de cada actuador.....	69
Ecuación 3-38 Determinar ángulos de Euler en los actuadores.....	70
Ecuación 3-39 Velocidad en las coordenadas articulares B_i	71
Ecuación 3-40 Velocidad en coordenadas articulares con respecto al actuador i	72
Ecuación 3-41 Ecuación para determinar la velocidad del actuador.	72
Ecuación 3-42 Velocidad lineal del actuador.....	72
Ecuación 3-43 Velocidad angular para el actuador i	73
Ecuación 3-44 Aceleración en coordenadas articulares B_i	73
Ecuación 3-45 Aceleración en coordenadas articulares con respecto al actuador i	73
Ecuación 3-46 Aceleración angular en actuador i	73
Ecuación 3-47 Aceleración del centro de masa del cilindro del actuador i	74
Ecuación 3-48 Aceleración del centro de masa del pistón del actuador i	74
Ecuación 3-49 Ecuación de los desplazamientos virtuales en plataforma móvil.	75
Ecuación 3-50 Ecuación de los desplazamientos virtuales en actuadores.	75
Ecuación 3-51 Ecuación que define τ	75
Ecuación 3-52 Ecuación para definir v_{bi} en el punto B_i	76
Ecuación 3-53 Matriz Jacobiana del marco de referencia i	76
Ecuación 3-54 Ecuación de rotación respecto al marco de referencia i	76
Ecuación 3-55 Ecuación de las velocidades virtuales en actuadores.	76
Ecuación 3-56 Matriz Jacobiana de la plataforma móvil desarrollada.....	77
Ecuación 3-57 Fuerzas aplicadas en la plataforma móvil.	77
Ecuación 3-58 Fuerzas aplicadas en el cilindro del actuador.....	77
Ecuación 3-59 Fuerzas aplicadas en el actuador.....	77
Ecuación 3-60 Principio del trabajo virtual para plataforma GS.	77
Ecuación 3-61 Principio del trabajo virtual para plataforma GS desarrollado.....	78
Ecuación 3-62 Elementos de la Ecuación 3-61	78
Ecuación 3-63 Ecuación que define τ en cada actuador.....	79

GLOSARIO

α	Grados de rotación respecto a eje x
β	Grados de rotación respecto a eje y
γ	Grados de rotación respecto a eje z
x	Desplazamiento en el eje x
y	Desplazamiento en el eje y
z	Desplazamiento en el eje z
l_i, q_i	Vector que representa a un actuador
t	Vector compuesto por el desplazamiento x,y,z.
p_i	Vector en la junta articulada en la plataforma base
b_i	Vector en la junta articulada en la plataforma móvil
R_b^t	Matriz de rotación de la plataforma móvil a la fija
J	Matriz Jacobiana
δp	Desplazamiento incremental cartesiano de la plataforma base
$\delta l, \Delta l$	Desplazamiento del conjunto de actuadores
δx	Desplazamiento incremental lineal respecto al eje x
δy	Desplazamiento incremental lineal respecto al eje y
δz	Desplazamiento incremental lineal respecto al eje z
$\delta \alpha$	Desplazamiento incremental angular respecto al eje x
$\delta \beta$	Desplazamiento incremental angular respecto al eje y
$\delta \gamma$	Desplazamiento incremental angular respecto al eje z
v	Vector de velocidad en el espacio cartesiano
\dot{q}, \dot{l}_i	Vector de desplazamiento del actuador
ω_p	Velocidad angular de la junta articulada en la plataforma base
$\dot{\omega}_p$	Aceleración angular de la junta articulada en la plataforma base
s_i	Vector unitario desde A_i a B_i
e_1	La distancia entre A_i y el centro de masa del cilindro i
e_2	La distancia entre B_i y el centro de masa del cilindro i
R_i	Matriz de rotación del actuador i

r_{ci}	Vector de posición del centro de masa del eslabón i relativa al marco de referencia del i ésimo, expresado con respecto al marco de referencia fijo
v_{bi}	Velocidad del punto Bi expresado respecto a la plataforma fija
v_{bi}^i, v_{bi}	Velocidad expresada con respecto al i ésimo actuador en su marco de referencia
d_i	Longitud del i ésimo actuador
\dot{d}_i	Vector de velocidad respecto al i ésimo actuador
\dot{v}_{bi}	Aceleración lineal del centro de masa del eslabón i respecto al marco fijo
\ddot{d}_i	Vector de aceleración respecto al i ésimo actuador
$\dot{\omega}_i^i$	Aceleración angular del eslabón i
n_i^{iA}	Momento resultante tomado respecto al punto A del eslabón i
h_i^i	Momento angular del i ésimo actuador respecto al punto A
h_i^{iA}, h_i^i	Momento angular del i ésimo actuador expresado en su marco de referencia
h_{1i}^{iC}	Momento angular del i ésimo actuador expresado respecto al centro de masa del eslabón i
I_{1i}^i	Matriz de inercia del eslabón i respecto al centro de masa expresado en el marco de referencia del i ésimo actuador
f_{bi}^i	Fuerza ejercida en el punto Bi de la plataforma móvil en el i ésimo actuador
f_{bi}^i, f_{bi}^i	Fuerza ejercida en el punto Bi expresada en el marco de referencia de la plataforma móvil B
g^A	Aceleración de la gravedad

1. CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN

Este trabajo profundiza en el análisis de la plataforma Gough-Stewart (GS). El análisis se centra en la definición de la estructura para la plataforma GS, la cinemática inversa y el análisis dinámico a través de la velocidad y aceleración necesarias.

Los mecanismos paralelos representan una familia de dispositivos basados en una arquitectura paralela con una cinemática cerrada. Esto es en contraste a los mecanismos seriales, que se componen de un sistema de cadena cinemática serial como una arquitectura cinemática abierta. La arquitectura cerrada de mecanismos paralelos ofrece ciertas ventajas como características dominantes y a su vez, desventajas.

La plataforma GS dependiendo del diseño a ser desarrollada, no cuenta con piezas susceptibles de vibración, de hecho, los actuadores están sometidos a cargas de tensión y compresión, por lo que se obtiene una rigidez muy elevada. Los componentes son, además, muy ligeros. Esta relación, rigidez-peso, permite velocidades de operación muy elevadas, así como altas aceleraciones y desaceleraciones. Sin embargo, no todo son ventajas. Una de las mayores limitantes con las que se ha enfrentado en su desarrollo es la potencia del cálculo. Los algoritmos matemáticos y los controles que definen la extensión o la retracción de los actuadores para reposicionar constantemente la plataforma móvil dentro del espacio, requieren una capacidad de cálculo importante. Otro inconveniente que presentan los mecanismos paralelos es que el área de trabajo es menor que el de los mecanismos seriales.

La plataforma GS presentada en la Figura 1-1 se basa en un conjunto de seis actuadores accionados de forma independiente. Los actuadores transmiten su desplazamiento a través de juntas esféricas que se alojan en una plataforma estacionaria. Cada actuador termina en una articulación de rótula que se localiza en una plataforma móvil. Todas las juntas permiten la rotación en su punto de contacto. El efecto de esta arquitectura cinemática es que la plataforma móvil puede ser controlada para moverse con seis grados de libertad.

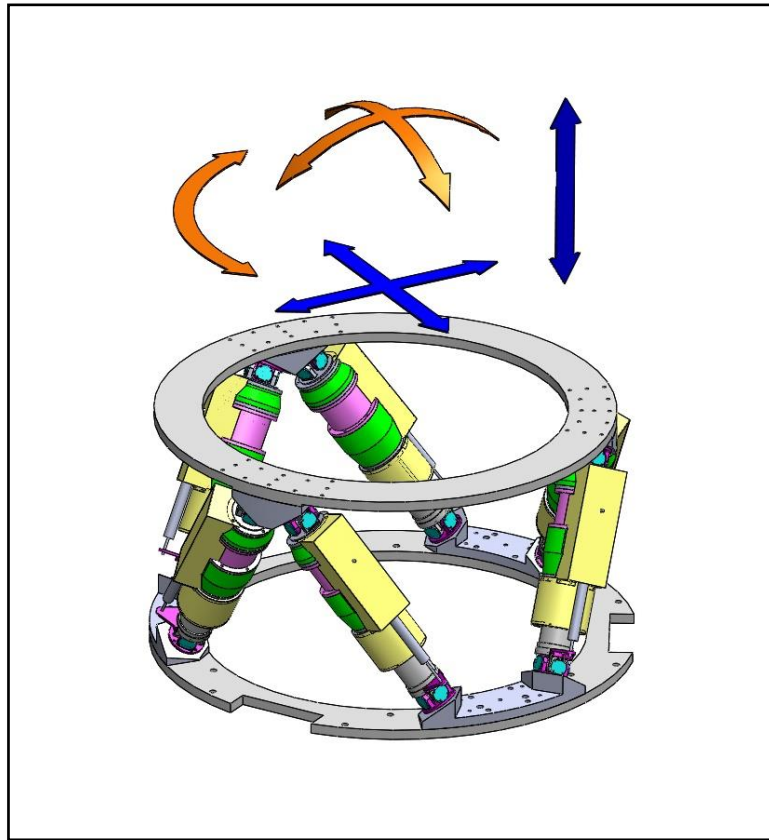


Figura 1-1 Seis grados de libertad para plataforma GS.

Los mecanismos de la arquitectura paralela en general están siendo desarrollados como mecanismos de cinemática especial debido a sus características dominantes. Por esta razón, es de gran importancia evaluar estos sistemas mediante modelos empíricos, modelos numéricos y simulaciones virtuales. Los mecanismos paralelos presentan desafíos particulares que los diferencian de los mecanismos en serie; generalmente, este tipo de sistemas presenta una alta complejidad para su modelado cinemático y dinámico. El modelado dinámico es complicado debido a la existencia de múltiples cadenas cinemáticas cerradas, por lo tanto es importante crear un marco de referencia apropiado para modelar estos dispositivos. Para un diseño preestablecido, la caracterización analítica también es muy importante.

1.1 ANTECEDENTES

Se está llevando a cabo un proyecto de gran impacto para el desarrollo de la ciencia de frontera en el descubrimiento del espacio mediante la observación a través de un telescopio con un espejo primario de 6.5 metros (Figura 1-2). Este proyecto es conocido como:

Diseño y construcción del edificio y telescopio con espejo primario de 6.5 metros de diámetro para el observatorio astronómico Nacional San Pedro Mártir



Figura 1-2 Maqueta del TSPM.

La astronomía es una de las ciencias que ha despertado la curiosidad del ser humano desde sus inicios, siendo una de las más antiguas que han acompañado al hombre en la búsqueda de las explicaciones del origen del universo y otras tantas incógnitas que guarda el universo, los astrónomos realizaban sus observaciones a simple vista, sin instrumentos, al paso del tiempo esta situación cambió, el avance en la tecnología propició un desarrollo en la instrumentación que se utilizó y favoreció la generación de los telescopios. El telescopio dio la pauta para que el astrónomo requiera instrumentos cada vez más precisos para poder dar resultados veraces y sobretodo con carácter profesional.

1.1.1 Tipos de telescopios

El progreso de la astronomía ha sido promovido por el desarrollo y la construcción de telescopios clásicos y modernos, los cuales son más grandes, de más costo y muy sofisticados; también son colosales en dimensiones, extremadamente exigentes en tecnología y como consecuencia muy costosos. Debido a la tecnología, la escala de las construcciones y el deseo de los científicos para sondear las profundidades del universo, la astronomía actual confirma la expresión frecuentemente usada “Big Science”.

La clasificación de los telescopios es diversa y se indica en la Figura 1-3, de acuerdo a su mecánica, su configuración óptica incluso a su espectro de visión, la clasificación de nuestro interés es la mecánica y para ello tenemos los telescopios ecuatoriales, telescopios altitud-azimut (Alt-Azimut) y telescopios altitud-altitud (Alt-Alt).

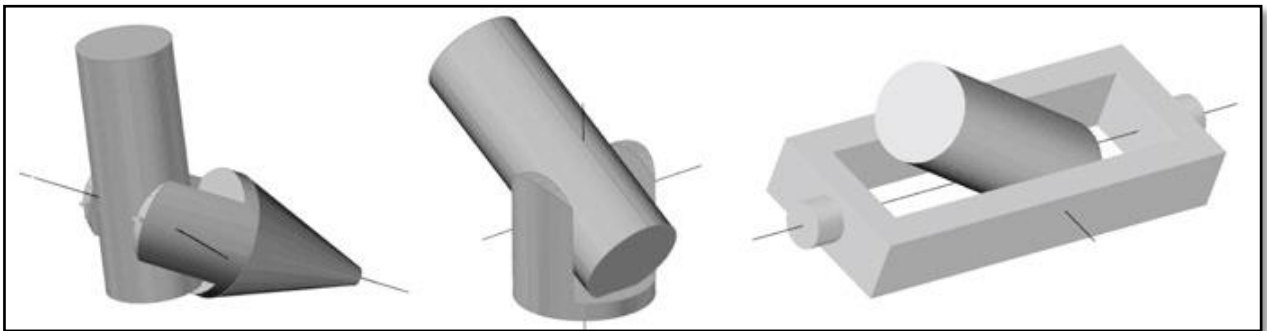


Figura 1-3 Tipos de telescopios; Ecuatorial, Alt-Azimut y Alt-Alt.

La configuración del telescopio a ser desarrollado en este proyecto será el tipo altitud-azimuth tal como se indica en la Figura 1-4, Figura 1-5 y Figura 1-6. Para el cual el horizonte será como un plano fundamental. Este plano divide al cielo en hemisferios superior e inferior. El polo del hemisferio superior es el zenith. Las coordenadas altitud-azimuth son respectivamente, la elevación o altitud medida desde el horizonte y el azimuth medido hacia el este desde el norte.

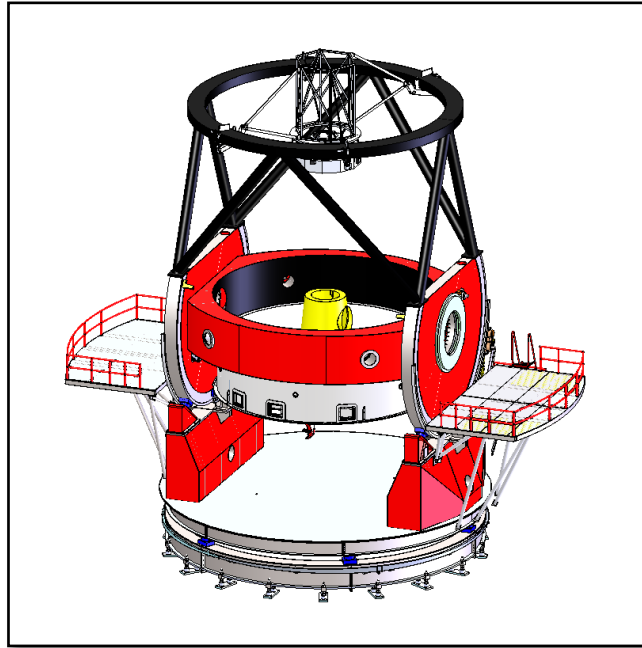


Figura 1-4 TSPM en orientación zenith.

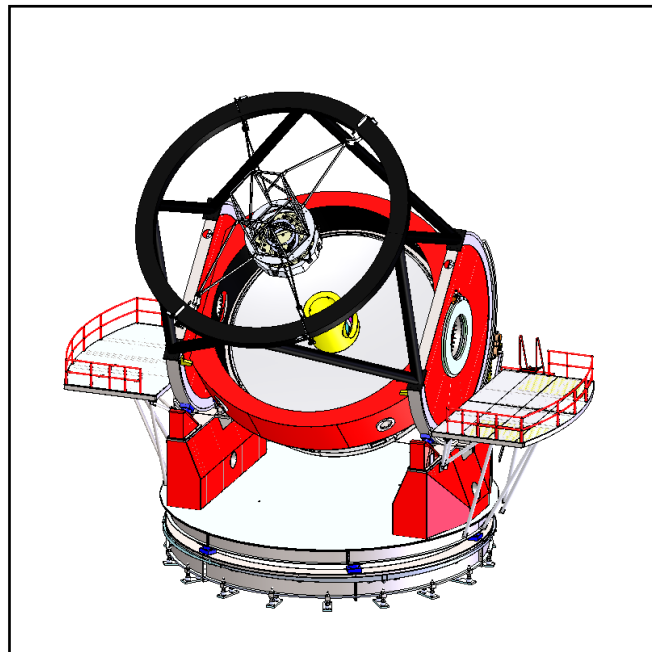


Figura 1-5 TSPM en orientación a 45°.

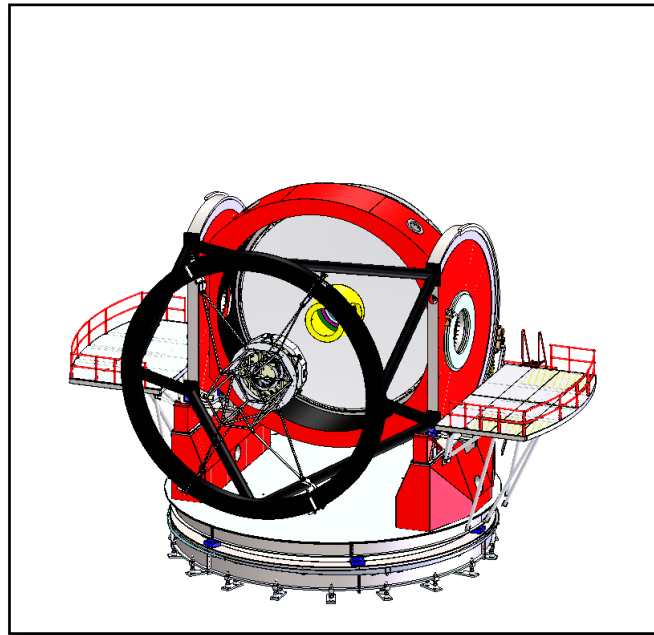


Figura 1-6 TSPM en orientación horizonte.

El Telescopio San Pedro Mártir (TSPM) será operado por el Instituto de Astronomía de la UNAM y su propósito principal es hacer observaciones astronómicas para investigación de la más alta calidad.

El TSPM tiene dos telescopios referentes muy cercanos: los telescopios Magallanes (Observatorio de las Campanas, Chile); y el MMT (Observatorio de Mt Hopkins, Arizona). Estos telescopios de montura Alt-azimuth comparten los espejos primarios que son prácticamente idénticos así como un sistema de sujeción y termalización del mismo. Ambos proyectos han estado en operación por más de una década y han demostrado ser extremadamente eficientes y competitivos. Sin embargo, los proyectos Magallanes y MMT tienen historias, desarrollos, optimizaciones e intereses diferentes entre sí y no necesariamente del todo compatibles con lo que se espera del TSPM, que iniciará operaciones al menos dos décadas después de concebidos sus predecesores.

Requerimientos generales del TSPM

1. Telescopio de uso general de diámetro considerable.
2. Concepto que pueda estar en operaciones en menos de un lustro.
3. Debe permitir desde un inicio el uso de los instrumentos f/5 actuales del MMT/Magallanes.
4. El diseño no debe impedir que el telescopio pueda ser de uso dedicado en una etapa posterior.
5. Versatilidad y eficiencia.

De una reciente encuesta a la comunidad astronómica mexicana al respecto del uso y visión a corto, mediano y largo plazo del observatorio San Pedro Mártir se deriva que tanto la estructura del telescopio como su edificio y cúpula deben cumplir con:

1. Maximizar el aprovechamiento de la experiencia técnica de telescopios similares Magallanes y MMT, en particular, así como de otros modernos telescopios de otras envergaduras.
2. Adecuar a San Pedro Mártir en los conceptos referentes aprovechando al máximo las características y limitantes propias de este sitio.
3. Actualizar la tecnología de componentes y conceptos que así lo requieran sin aumentar riesgos, costos y tiempos de conceptos innecesariamente novedosos.
4. Buscar que la totalidad del desarrollo faltante del observatorio San Pedro Mártir (estructura, edificio, cúpula y servicios) sea realizado en México por instituciones e industria nacionales.

Bajo el esquema propuesto por el consorcio MMT de aportar en una primera etapa al TSPM el espejo secundario f/5, que de acuerdo a las referencias del MMT tiene un peso aproximado de 1.0 Ton., su óptica correctora de campo y sus instrumentos científicos f/5, así como la posibilidad de compartir la operación de ambos telescopios.

1.1.2 Configuraciones ópticas

Los espejos considerados en la configuración óptica para el TSPM son los siguientes y se identifican en la Figura 1-7:

- Espejo secundario M2 f/11
- Espejo secundario M2 f/5
- Espejo secundario M2 f/5 Nasmyth
- Espejo terciario M3
- Espejo primario M1

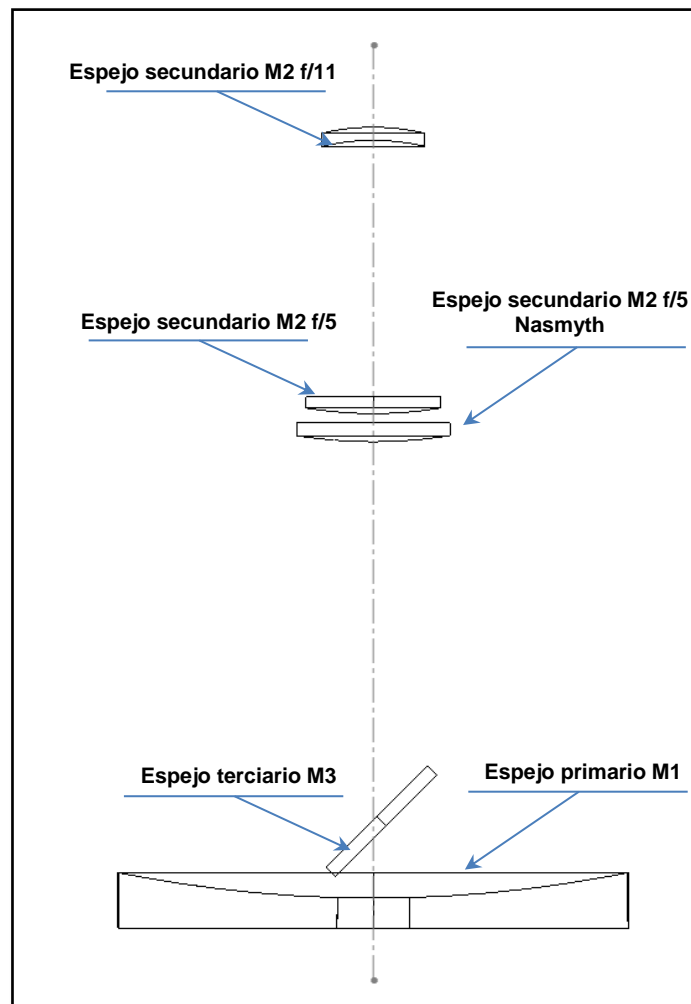


Figura 1-7 Componentes de la configuración óptica.

Para el TSPM son consideradas tres configuraciones ópticas.

Las configuraciones ópticas para las que está conceptualizado el TSPM son las siguientes:

- f/5 Cassegrain
- f/5 Nasmyth
- f/11 Nasmyth

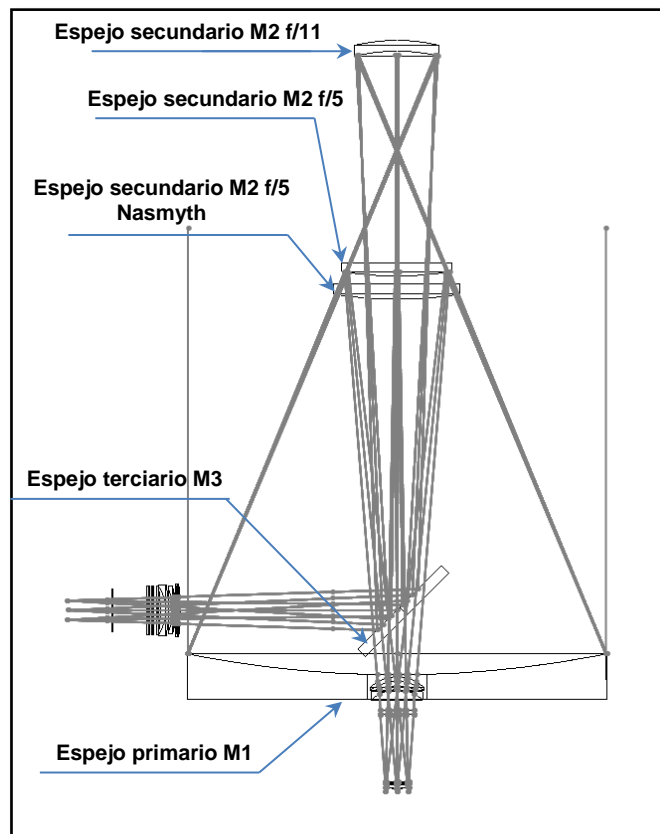


Figura 1-8 Configuración óptica TSPM.

Estas configuraciones ópticas dependen de la relación focal existente y de la localización de los instrumentos.

- f/5 Cassegrain

La relación focal es f/5, esto determina el tamaño del campo de visión que tendrá el TSPM, y la ubicación del instrumento utilizado en la parte inferior del TSPM, denominado Cassegrain, para esta configuración solo es necesario el espejo primario M1 y secundario M2, ya que el instrumento recibe la imagen directamente del espejo secundario.

- f/5 Nasmyth

La relación focal es f/5, el mismo que el anterior, la diferencia es la ubicación del instrumento, este se localiza en una de las plataformas Nasmyth, para que reciba la luz proveniente del espejo secundario M2 es necesario utilizar un espejo terciario M3, el cual refleja la luz hacia una de las plataformas Nasmyth donde se encuentre instalado el instrumento, el uso de las plataformas Nasmyth, permite tener en uso dos instrumentos diferentes, (uno en cada plataforma) y utilizarlos en tiempo mínimo, ya que solo es necesario direccionar el espejo terciario M3 a una u otra plataforma Nasmyth.

- f/11 Nasmyth

La relación focal es f/11, esto es un campo de visión menor con un mayor detalle de los objetos, esta configuración, al ser un espejo secundario de menor tamaño y la posición del espejo diferente, requiere de una mayor distancia entre el espejo primario M1 y secundario M2, por ello esta configuración óptica solo puede ser utilizada con instrumentos instalados en las plataformas Nasmyth.

Las Figura 1-9, Figura 1-10 y Figura 1-11 se muestran las tres configuraciones ópticas.

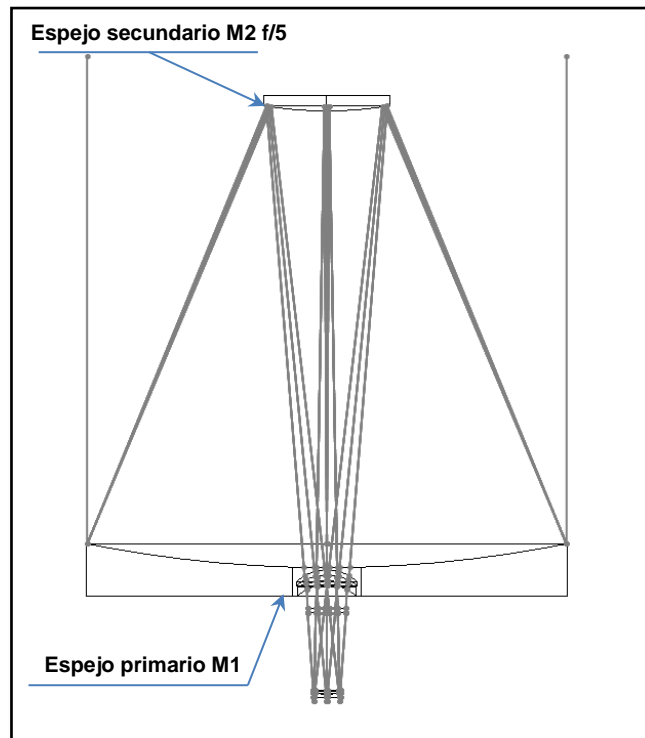


Figura 1-9 Configuración óptica f/5 Cassegrain.

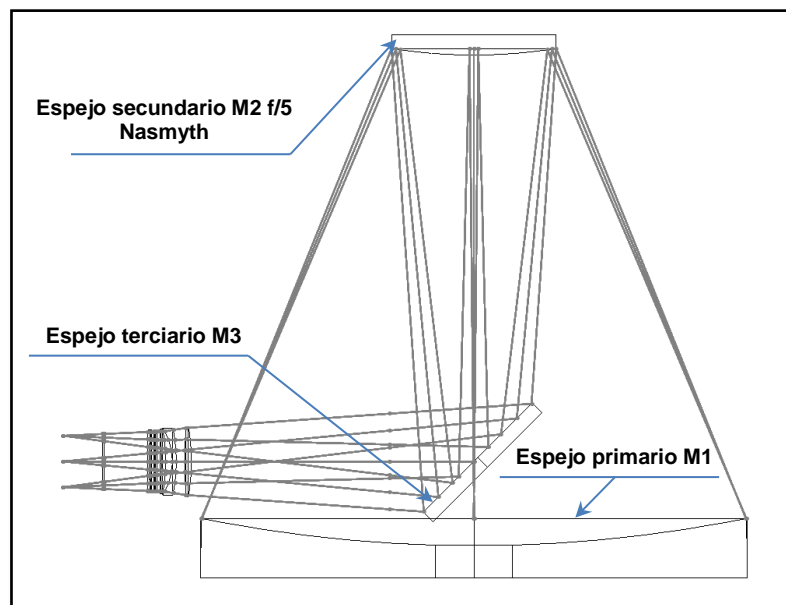


Figura 1-10 Configuración óptica f/5 Nasmyth.

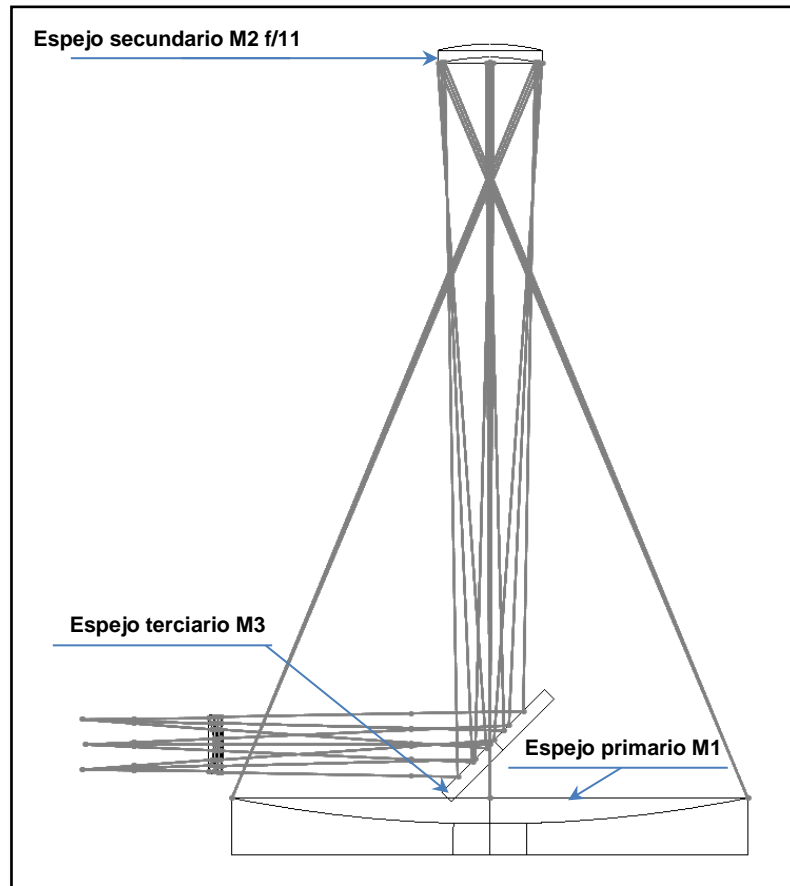


Figura 1-11 Configuración óptica f/11 Nasmyth.

Ante estos antecedentes la relevancia de la alineación entre el espejo primario M1 y el espejo secundario M2 en sus diferentes configuraciones ópticas tiene una importancia muy alta para la calidad de observaciones que se esperan del TSPM. Debido a estas condiciones de operación, y de acuerdo a (ADS, 1999), (ADS, 2001) y (Jorge Uribe, 2014) se define la necesidad de aplicar un sistema de plataforma GS con una capacidad de desplazamiento por cada actuador de $20\mu\text{m}$ para mantener la alineación y el enfoque entre los espejos primario M1 y secundario M2 en el recorrido del TSPM desde el zenit hasta el horizonte, lo cual será justificado en los siguientes capítulos de este documento.

1.2 DEFINICION DEL PROBLEMA

De acuerdo a lo que se ha puesto en contexto en los antecedentes del proyecto, es necesario controlar la alineación y el enfoque del espejo secundario M2 contra el espejo primario M1, la cual debe mantenerse durante las trayectorias que realiza el TSPM durante la propia operación de observación para obtener imágenes de alta calidad en todo momento para el estudio de la astronomía.

En la Figura 1-12 se hace una representación de los espejos en las configuraciones ópticas del TSPM donde se ven afectados por la gravedad y por su propio peso.

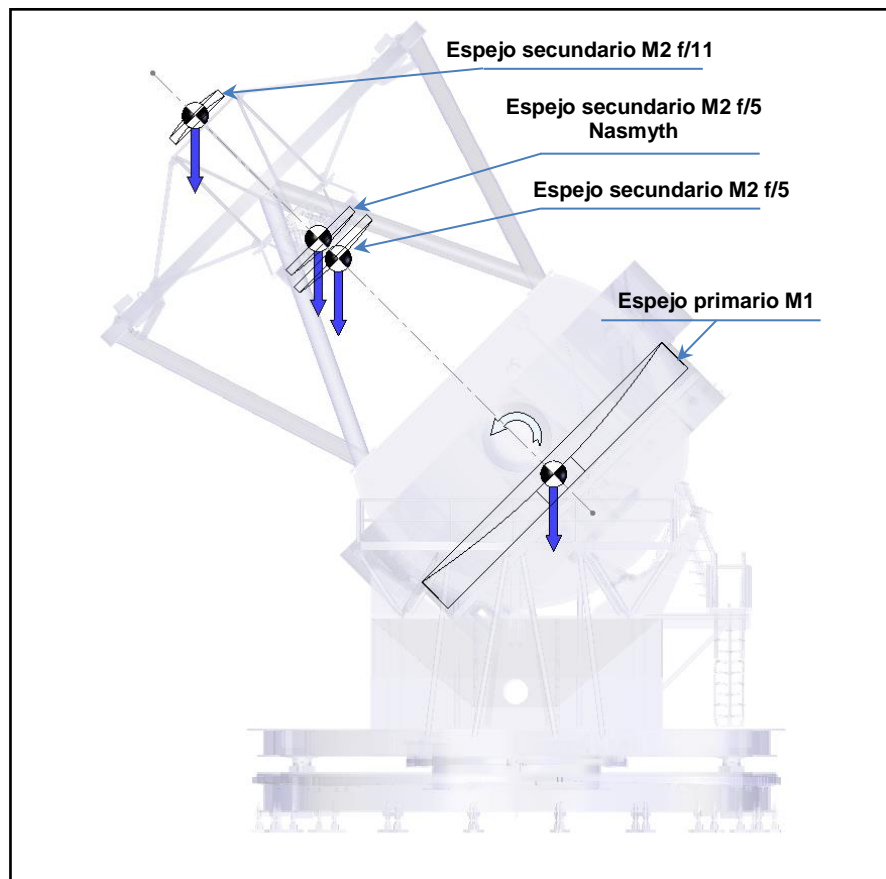


Figura 1-12 Representación del peso de los espejos en la óptica del TSPM.

Por lo que se define el problema a ser atendido en este trabajo como la forma de mantener la alineación y enfoque del espejo secundario M2 respecto al espejo primario M1 durante las trayectorias del TSPM de Alt-Azimuth en los periodos de observación tal como se representa en la Figura 1-13.

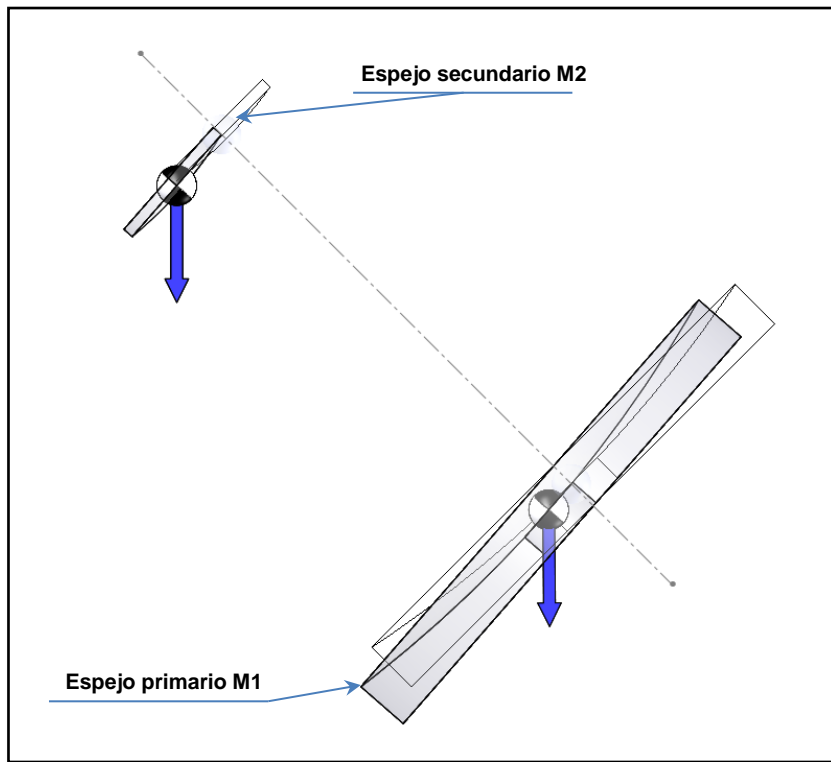


Figura 1-13 Representación de la configuración f/5 Cassegrain desalineada y sin enfoque.

1.3 JUSTIFICACIÓN

El TSPM al ser un telescopio de gran tamaño implica que muchos de sus componentes tendrán una gran masa, esto provocará que, por el efecto de la gravedad, de las aceleraciones, de los efectos inerciales, de las deformaciones térmicas, deformaciones en elementos mecánicos y con ello errores en la alineación, enfoque y como consecuencia de exactitud, al realizar el movimiento de apuntado y seguimiento del astro de interés en la observación. La plataforma GS será utilizada para alinear y mantener enfocado el espejo secundario M2 con el espejo primario M1 del TSPM, lo que permitirá la compensación en la posición del espejo secundario M2 para contrarrestar los efectos antes mencionados en el TSPM.

Lo que justifica este trabajo se concentra en el análisis teórico en profundidad para permitir conocer el comportamiento de la plataforma GS en detalle, que será una entrada en estudios posteriores de análisis de error por posición debido a expansiones térmicas, propuesta de control para plataforma GS dirigida a ser implementada en el TSPM y las que se desprendan como necesidades en etapas posteriores del desarrollo del TSPM.

Adicional al punto que justifica este trabajo, se busca que mediante el análisis detallado de la plataforma GS; una vez que se concrete la fabricación y construcción del prototipo; se refleje un beneficio económico al definir de forma certera la capacidad de los actuadores que se van a instalar en el prototipo. Lo cual tiene una importancia relevante dado que son necesarios seis actuadores y que al dimensionar los actuadores se verá un impacto favorable en el costo total del prototipo.

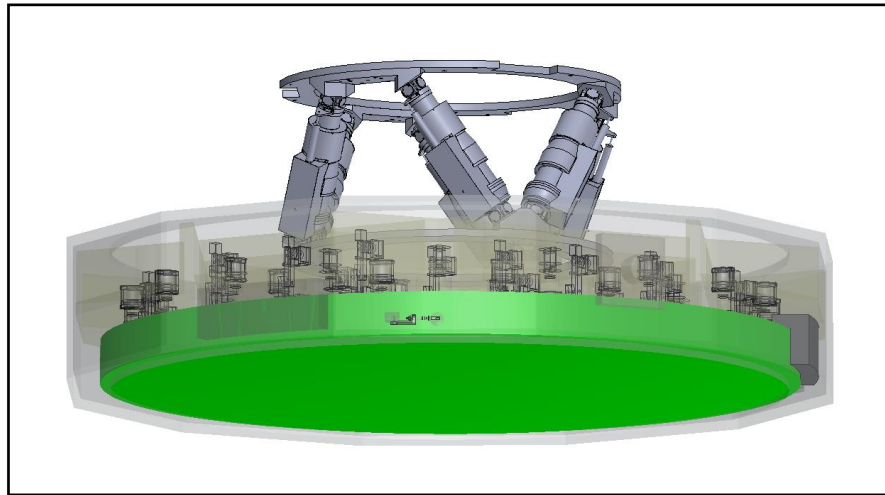


Figura 1-14 Plataforma GS como compensación para el espejo secundario M2.

La celda del espejo secundario M2 se representa en la Figura 1-14 adaptada con la propuesta de la plataforma GS, los cuales estarán instalados de esta manera en el TSPM acorde a la configuración óptica en la que se esté haciendo la operación del TSPM.

1.4 OBJETIVOS

1.4.1 Objetivo general

Como actividad principal en este trabajo, se busca generar una base del conocimiento para las plataformas GS que permitan desarrollar estos sistemas con el objetivo de estudiar el comportamiento de las plataformas GS como un elemento de orientación y posicionamiento para el espejo secundario M2, es necesario analizar en detalle todas las variables y componentes que intervienen en el sistema. De tal manera que mediante los modelos numéricos a ser establecidos, la caracterización de la plataforma GS sea amigable a través de la manipulación de las variables para el estudio del comportamiento generado.

1.4.2 Objetivos específicos

Desarrollar un método para caracterizar una plataforma GS que permita de forma iterativa encontrar la mejor configuración para que mediante los 6GDL se mantenga la alineación y el enfoque para el espejo secundario M2 y el espejo primario M1 del TSPM. Para conseguir la caracterización de la plataforma GS se ampliarán las siguientes actividades específicas:

1. Modelado a nivel primario para definir la estructura que será propuesta para la configuración óptica específica que se ha mencionado para el TSPM.
2. Definir una trayectoria genérica para caracterizar la plataforma GS.
3. Desarrollar el modelo cinemático para caracterizar la plataforma GS.
4. Desarrollar el modelo dinámico para caracterizar la plataforma GS.

1.5 HIPÓTESIS

Definida la estructura para una plataforma GS y mediante un análisis del modelo paramétrico, la estructura propuesta será capaz de realizar las traslaciones y rotaciones necesarias para mantener la alineación y enfoque del espejo secundario M2 y el espejo primario M1; lo cual será evaluado en este trabajo de forma teórica.

2. CAPÍTULO 2 MARCO TEÓRICO O FUNDAMENTO TEÓRICO

Al utilizar mecanismos de arquitectura paralela se tiene un gran respaldo para operarlos a velocidades y aceleraciones elevadas respecto a los de arquitectura serial; por ello, se debe tener en cuenta los efectos dinámicos al momento de caracterizarlos. El diseño estructural básico está basado en la plataforma de D. Stewart convencional (Stewart, 1965). La plataforma de Stewart o hexápodo fue presentada por primera vez por VE Gough en 1956 (Gough, 1962) en la Figura 2-1 se representa la primera aplicación práctica de una plataforma GS. En la actualidad, los robots de configuración paralela están tomando gran importancia en diversas aplicaciones industriales bastante específicas, tal es el caso de la industria de la manufactura (Figura 2-4), como herramientas de manipulación para diferentes aplicaciones (Figura 2-3), en la industria médica, aplicaciones militares (Figura 2-2), aplicaciones en óptica (Figura 2-5 y Figura 2-6) y entre otras tantas necesidades industriales donde sea posible obtener el mejor provecho de las ventajas técnicas que cuentan comparados a los de cadena cinemática abierta o tipo serie.



Figura 2-1 Versión actualizada de la maquina original de pruebas para llantas (cortesía de Mike Beeson, Dunlop Tyres). (ParalleMIC, 2003).



Figura 2-2 Simulador de vuelo para entrenamiento (cortesía de FlightSafety International) (FlightSafety, 2015).



Figura 2-3 El F-200iB es un robot paralelo de seis grados de libertad para aplicaciones en manufactura y procesos de ensamble en la industria automotriz (cortesía de Fanuc Robotics American Inc.) (Fanuc, 2005).



Figura 2-4 F-200iB en una aplicación de manufactura (cortesía de Fanuc Robotics American Inc.) (Fanuc, 2005).



Figura 2-5 Modelo M-850K Weatherproof Hexapod Plataforma de movimiento paralelo. (cortesía de Physik Instrumente (PI) GmbH & Co.) (KG, 2012).

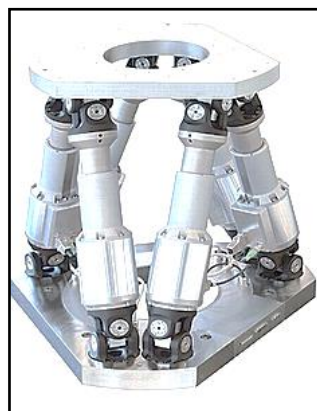


Figura 2-6 Modelo H-845 Plataforma de movimiento paralelo para carga de 1 ton de alta precisión. (cortesía de Physik Instrumente (PI) GmbH & Co.) (KG, 2012).

2.1 ESTADO DEL ARTE

En la búsqueda de referencias respecto a la plataforma GS se ha documentado información relevante en el estudio de este tipo de sistemas, una referencia importante en el desarrollo de este trabajo es (Vincent De Sapio, 1998) en el cual presenta una aproximación al estudio de la plataforma Stewart clásica, la cual cubre un modelado para la cinemática directa e inversa, además de una evaluación del Jacobiano, seguimiento de trayectorias, incluyendo un análisis de espacio de trabajo y la caracterización de la velocidad de la plataforma móvil y su rigidez estructural.

Una aproximación en las aplicaciones en telescopios para la alineación del espejo primario con el espejo secundario es desarrollada en (ADS, 1999) y (ADS, 2001) por ADS Internation s.r.l. para la University of Arizona, en la que se desarrolla una aplicación específica desde el punto de vista del modelado matemático para conceptualizar la plataforma GS y el diseño de tallado de un sistema para alineación y orientación de un espejo secundario f/5.

Un reto importante en el estudio de la plataforma GS es el análisis de la cinemática directa la cual han abordado algunos autores, como Zhelong Wang en (Zhelong Wang, 2011), quien presenta un algoritmo mediante el análisis de componentes independientes (ICA) y el algoritmo de Nelder – Mead; por otro lado Liu Sheng (Liu Sheng, 2006) propone un método con algoritmo híbrido inmune, un algoritmo genérico y un sistema fuzzy para resolver la cinemática directa en una plataforma GS. Para Pratik J. Parikh en (Pratik J. Parikh S. S., 2005) la cinemática directa para una plataforma GS es intratable, entonces, para dar una aproximación en la solución, propone una solución mediante una estrategia híbrida basada en una red neuronal que combina con una técnica numérica estándar de Newton-Raphson lo cual generó resultados de gran exactitud en posición y orientación en muy pocas iteraciones. En otro estudio S. N. Yurt (S. N. Yurt, 2007) propone una solución mediante una red neuronal utilizando un algoritmo de retroprogramación para resolver el problema de la cinemática directa.

En (Afzali-Far, 2015) se presenta un modelo paramétrico de una plataforma GS donde se estudia la parametrización de la matriz de inercia en las juntas espaciales; donde se desarrolla una matriz Jacobiana estructurada basada en la cinemática del sistema, linealizando las ecuaciones de movimiento. Los resultados del estudio numérico son comparados con un estudio obtenido del espacio cartesiano.

Los trabajos mencionados presentan diferentes enfoques y aproximaciones para el análisis de la plataforma GS y han sido estudiados en detalle para desarrollar el trabajo presentado en este documento, es importante señalar que la cinemática directa de la plataforma GS es un problema que no se incluye en este documento, el cual se propone para próximos trabajos.

3. CAPÍTULO 3 MÉTODO O PROCEDIMIENTO DE INVESTIGACIÓN

A continuación se detallará el procedimiento para analizar la plataforma GS a través de una cadena cinemática cerrada; donde es necesario definir un método de trabajo o metodología en este proceso de análisis, donde se toman en cuenta desde la DEFINICIÓN DE LA ESTRUCTURA DE LA PLATAFORMA GS para establecer las condiciones de evaluación del sistema y parámetros como las posiciones x , y y z de cada articulación esférica, distancia entre las articulaciones en la plataforma fija a la plataforma móvil además, de sus propias topologías. En esta etapa se define la posición a la que se desea desplazar la plataforma móvil, mediante una ruta definida por el vector v .

En este estudio, la importancia de establecer una trayectoria para seguir la ruta definida se cubre en la DEFINICIÓN DE TRAYECTORIAS DE MOVIMIENTO, donde se propone el tipo de perfil de movimiento que será aplicada en los estudios cinemáticos a ser realizados con la estructura de la plataforma GS que se ha establecido como sistema de estudio.

Un elemento importante en el estudio de la plataforma GS es el entendimiento y la asimilación de la cinemática de este tipo de manipuladores paralelos conformados de cadenas cinemáticas cerradas, por lo cual, se estudia en el ANÁLISIS CINEMÁTICO de donde se realiza un modelo numérico que permitirá conocer el comportamiento del sistema al buscar un punto específico en el espacio y conocer las posiciones de los actuadores que lo conforman.

Una parte trascendente del estudio para la plataforma GS es el ANÁLISIS DINÁMICO, que nos permite una vez definida la cinemática del sistema, conocer mediante un modelo numérico el comportamiento de las fuerzas que ejerce y recibe el sistema, siendo esto de gran interés en la definición final de la plataforma GS.

1.1. METODOLOGÍA

La metodología que se propone para cubrir los objetivos planteados para resolver las necesidades de alineación y enfoque entre el espejo secundario y el espejo primario se puede revisar gráficamente en la Figura 3-1, la cual se describe en detalle a continuación.

Definición de estructura de plataforma GS; debido a las necesidades específicas del TSPM, la configuración que tomará la plataforma será específica para cubrir las necesidades de operación que el espejo secundario M2 del telescopio demandará. Es por esto que, se deberá proponer una configuración inicial que físicamente cubra los espacios señalados para la propia plataforma, en la cual se deberá conocer los espacios definidos para la plataforma fija y la plataforma móvil, de tal manera que sea posible conocer los puntos en el espacio de las articulaciones mediante sus coordenadas x, y y z . Con estos elementos definidos se establecerá una posición o trayectoria deseada a la que se deberá desplazar el sistema, la cual estará especificada mediante $x_d, y_d, z_d, \alpha_d, \beta_d, \gamma_d$ o una función $f(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$ respectivamente.

Definición de la trayectoria; una vez conocidas las posiciones espaciales de las articulaciones de la plataforma GS y la posición deseada a la que se deberá desplazar la plataforma móvil; en este estudio se establece un perfil de movimiento para cubrir la trayectoria requerida, de tal manera que $v_o = 0, v_f = 0, a_o = 0$ y $a_f = 0$, donde estas condiciones favorecerán el desplazamiento evitando errores de posición generadas por reacciones inerciales en la búsqueda de la posición deseada.

Análisis cinemático; el siguiente paso en esta metodología consiste en establecer la cinemática de la plataforma GS, lo que permitirá conocer los desplazamientos de la plataforma móvil y los actuadores para cubrir la trayectoria deseada. En este proceso se determinarán los desplazamientos máximos y mínimos para los seis actuadores de la plataforma GS, los cuales estarán identificados mediante l_{max} y l_{min} , siendo estos parámetros importantes para ser evaluados en la siguiente etapa del proceso.

Replantear la estructura; en este punto de la metodología se debe evaluar si la estructura planteada y la cinemática definida de la plataforma GS cubrirá las necesidades de alineación y enfoque entre el espejo secundario M2 y el espejo primario M1, por lo cual tendremos dos vías; al confirmar que el sistema propuesto es válido se continuará al siguiente paso, al *Análisis dinámico;* en caso contrario, donde el sistema no sea válido será necesario volver a la *Definición de estructura de plataforma GS* para hacer ajustes a la estructura propuesta o definir una estructura diferente y seguir los pasos de la metodología propuesta hasta encontrar una estructura válida para las necesidades establecidas.

Análisis dinámico; al determinar que la estructura de la plataforma GS es válida, es necesario identificar las condiciones dinámicas del sistema, de esta manera, mediante el modelo dinámico de la plataforma se podrán identificar los desplazamientos, velocidades y aceleraciones lineales y angulares, que estarán definidas d , v y a ; θ , ω y α respectivamente, que además intervendrán parámetros como la masa de los componentes, la gravedad terrestre y los momentos de inercia asociados a los elementos de la plataforma GS. Este análisis dará como resultado las fuerzas que estarán demandando cada uno de los actuadores durante el seguimiento de la trayectoria deseada. Esta información permitirá realizar la apropiada selección de los actuadores a ser aplicados en la plataforma GS propuesta.

Ajuste de parámetros; para este método, se buscará que las condiciones dinámicas cubran las necesidades de carga debido a las necesidades de operación del espejo secundario M2 en el TSPM, de tal manera que se ajusten las variables como velocidad, aceleración e incluso, los materiales con lo que se ha conceptualizado la plataforma GS para modificar las masas de los componentes y los momentos de inercia. Al identificar las condiciones óptimas se continúa al siguiente paso de método.

Propuesta de la plataforma GS; de esta manera se concluye con una propuesta conceptual optimizada para la plataforma GS que se estará estudiando en el ejercicio.

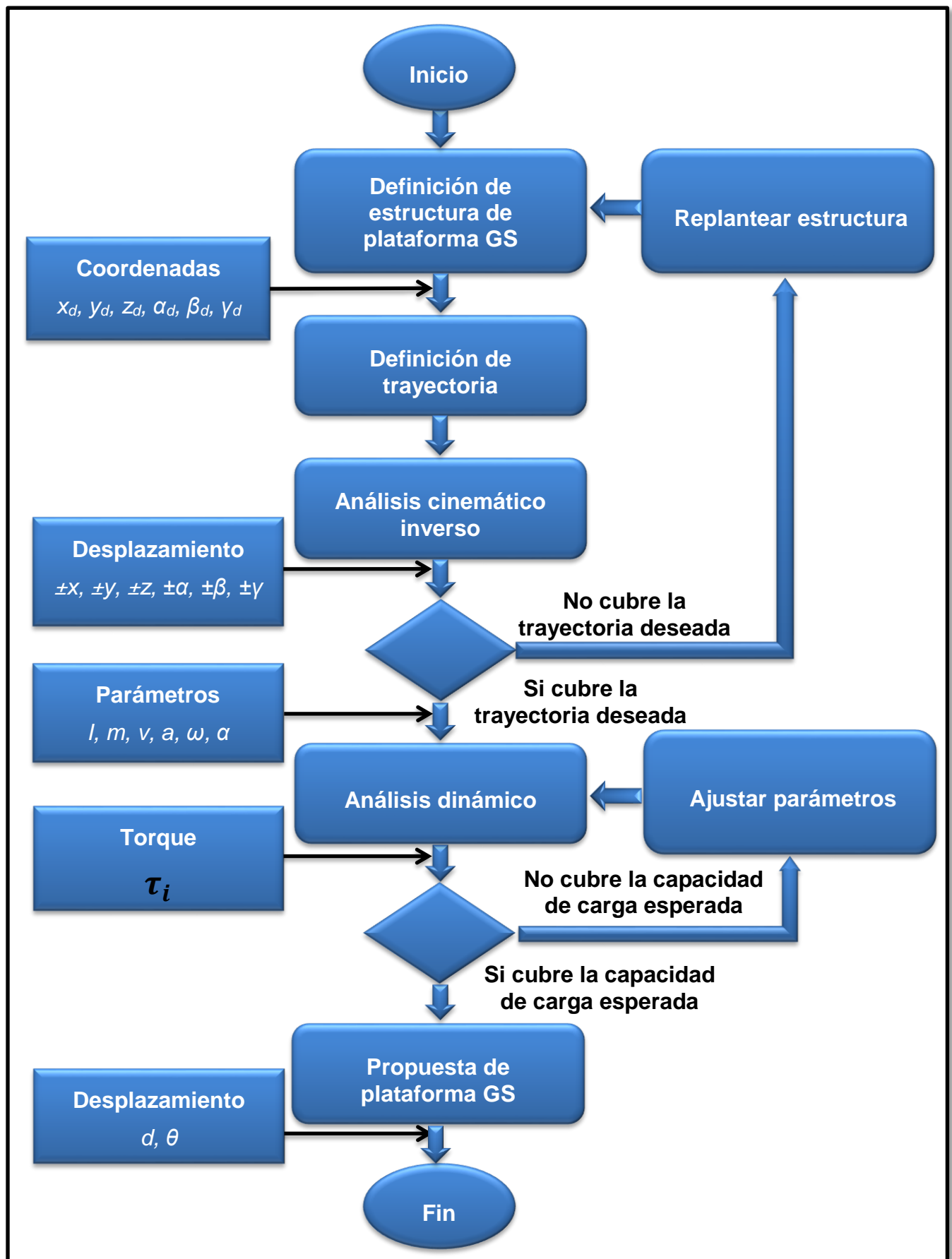


Figura 3-1 Metodología en diagrama de flujo.

3.1 DEFINICIÓN DE LA ESTRUCTURA DE LA PLATAFORMA GS

Al estudiar la plataforma GS como un manipulador paralelo que se puede considerar como mecanismo de cadena cinemática cerrada el cual al ser estudiado en comparación con manipuladores seriales o de cadena cinemática abierta se pueden identificar diferencias importantes en la estructura, en la cinemática y de más parámetros que tienen un impacto importante de acuerdo a la aplicación en la que se utilizarán, por lo cual, para uno serán ventajas y para otro desventajas; en el caso particular de la plataforma GS de acuerdo a las aplicaciones en la que se utilizará un sistema de este tipo se pueden resaltar las siguientes características:

- Los elementos estructurales actúan simultáneamente, permitiéndoles manipular cargas superiores a su propio peso.
- Presentan una alta rigidez, lo cual se traduce en mayores precisiones en operación.
- Su arquitectura le permite alcanzar alta velocidad y aceleración, lo cual les permite realizar tareas industriales rápidamente.
- El espacio de trabajo es proporcional al desplazamiento de los actuadores, y en general es menor al de un manipulador serial convencional.

3.1.1 Elementos que componen la plataforma GS

La plataforma GS propuesta en este estudio es un mecanismo paralelo de 6GDL tal como se indica en la Figura 1-1 que consta de un cuerpo en la placa móvil o plataforma móvil, conectada a una placa base fija o plataforma fija a través de seis actuadores independientes que son señalados en la Figura 3-2. Estos actuadores son cadenas cinemáticas idénticas, que acoplan la plataforma superior y la plataforma inferior fija mediante juntas universales. La longitud de los actuadores lineales es variable y que pueden ser controlados por separado para llevar a cabo el movimiento de la plataforma móvil.

Esta configuración estructural de la plataforma GS permite una mayor precisión y una mayor velocidad de los manipuladores de cadena cinemática cerrada o manipuladores paralelos teniendo un mejor rendimiento en comparación con los manipuladores de cadena cinemática abierta o manipuladores seriales en términos de un alto grado de precisión, altas velocidades, altas aceleraciones y alta rigidez.

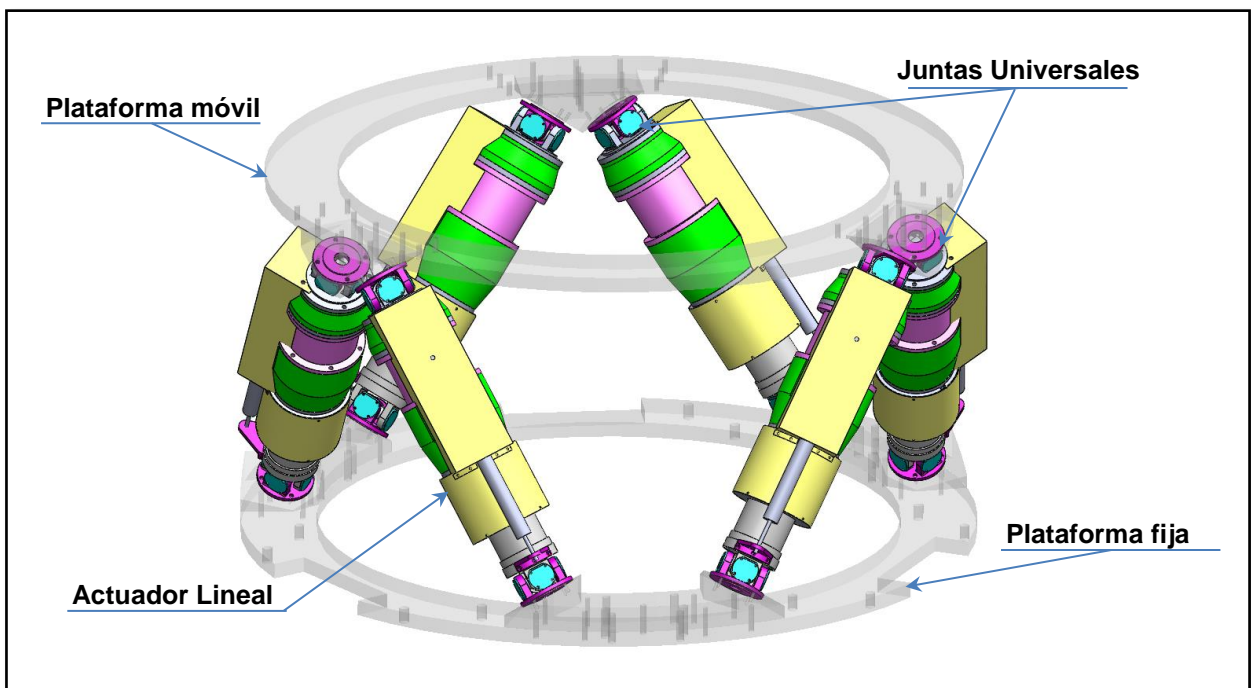


Figura 3-2 Componentes de plataforma GS.

Plataforma móvil; este elemento consiste en el soporte que se mantiene fijo y como referencia de la plataforma GS para todos sus desplazamientos.

Plataforma fija; al contrario, la plataforma móvil, es la que realiza los movimientos a las posiciones deseadas; además, es el elemento que tiene colocado el aditamento o la herramienta con la que la plataforma GS realizará su operación.

Actuador lineal; este elemento al permitir el desplazamiento lineal por sí mismo mediante una fuente de potencia que puede ser eléctrica, hidráulica, etc., permite la movilidad de la plataforma GS.

Juntas universales; este elemento de unión cuenta con 2GDL rotacionales para acoplar ejes no alienados (Mabie & Reinholtz, 2007); en las aplicaciones para plataformas GS permiten la movilidad de la plataforma móvil en posición y orientación gracias a los sistemas de actuación lineal.

3.1.2 Definición de parámetros en la plataforma GS

En la Figura 3-3 se establecen los símbolos y variables que se utilizan para el desarrollo del modelo numérico y en las ecuaciones subsecuentes para los análisis correspondientes.

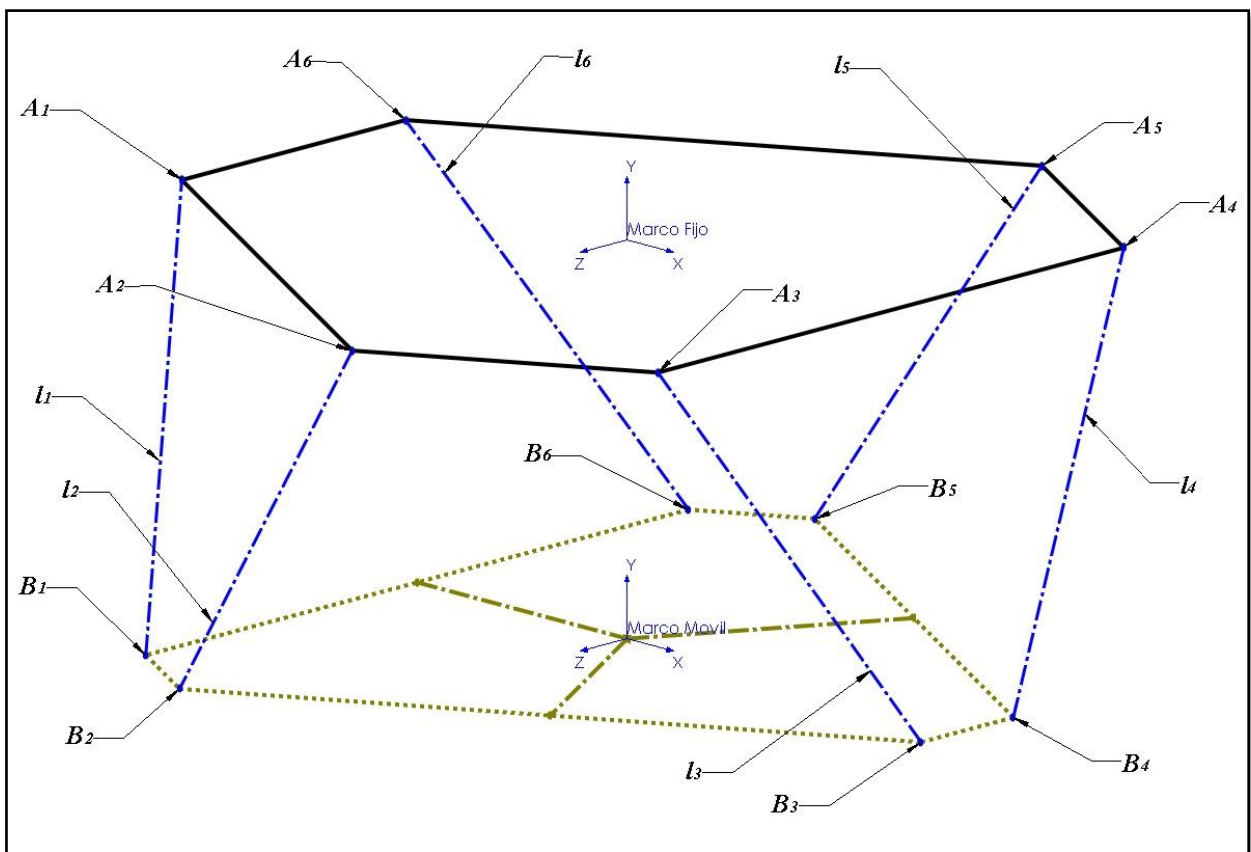


Figura 3-3 Definición de parámetros en plataforma GS.

Para lo cual se establece que las articulaciones en la plataforma fija estarán denotadas por A_i y las articulaciones en la plataforma móvil serán establecidas como B_i . En el caso de la definición de los actuadores que se conectarán a las articulaciones de la plataforma móvil y a la plataforma fija estarán especificados como l_i . Donde i tomará los valores desde 1 hasta 6 como se indica en la Figura 3-3.

Adicional a estas variables, se define la distancia entre la plataforma fija y la plataforma móvil mediante h aunado a un parámetros adicional que refleja la distancia del centro de masa del sistema móvil respecto a la plataforma móvil como dcm el cual será considerado para el análisis del modelo numérico y se presentan en la Figura 3-4.

En la Tabla 3-1 se establecen los parámetros que definen la posición mediante el vector v con las componentes x , y y z , además de los ángulos de orientación α , β y γ .

Tabla 3-1 Variables establecidas para plataforma GS.

Variables	Descripción	Unidades
l_i	longitud de actuador i	mm
B_i	coordenada del nodo móvil (x,y,z)	mm,mm,mm
A_i	coordenada del nodo fijo P_i (x,y,z)	mm,mm,mm
x	desplazamiento de x	mm
y	desplazamiento de y	mm
z	desplazamiento de z	mm
α	ángulo en eje x	grados
β	ángulo en eje y	grados
γ	ángulo en eje z	grados
h	distancia entre plataformas	mm
dcm	distancia al centro de masa	mm

Al proponer la estructura de la plataforma GS a ser analizada, es necesario determinar las condiciones de las variables indicadas, estas variables serán recopiladas en el archivo "Para_Hexa_A.xlsx" para ser llamadas desde los códigos donde será desarrollado el

modelo cinemático del sistema. En la Tabla 3-2 se indica un ejemplo de la forma que se deberán cargar las variables.

Tabla 3-2 Ejemplo de parámetros para la estructura GS en archivo xlsx.

Variables	X	Y	Z
l_1	460.0000	0.0000	0.0000
l_2	460.0000	0.0000	0.0000
l_3	460.0000	0.0000	0.0000
l_4	460.0000	0.0000	0.0000
l_5	460.0000	0.0000	0.0000
l_6	460.0000	0.0000	0.0000
B_1	277.7100	0.0000	314.3300
B_2	411.0700	0.0000	83.3400
B_3	133.3600	0.0000	-397.6700
B_4	-133.3600	0.0000	-397.6700
B_5	-411.0700	0.0000	83.3400
B_6	-277.7100	0.0000	314.3300
A_1	54.9700	0.0000	405.3500
A_2	378.5300	0.0000	-155.0700
A_3	323.5600	0.0000	-250.2800
A_4	-323.5600	0.0000	-250.2800
A_5	-378.5300	0.0000	-155.0700
A_6	-54.9700	0.0000	405.3500
dcm	0.0000	0.0000	0.0000
h	0.0000	-392.0500	0.0000

Adicionalmente a esta información, será generada la Tabla 3-3 para identificar los nodos de la plataforma fija y la plataforma móvil tal como se indica en la Figura 3-3 la cual nos permitirá hacer un seguimiento al desplazamiento esperado de la plataforma GS.

Tabla 3-3 Ejemplo de posiciones de los nodos para la estructura GS en archivo xlsx.

Variables	X	Y	Z
A_1	277.7100	0.0000	314.3300
A_2	411.0700	0.0000	83.3400
A_3	133.3600	0.0000	-397.6700
A_4	-133.3600	0.0000	-397.6700
A_5	-411.0700	0.0000	83.3400
A_6	-277.7100	0.0000	314.3300
B_1	54.9700	-392.0500	405.3500
B_2	378.5300	-392.0500	-155.0700
B_3	323.5600	-392.0500	-250.2800
B_4	-323.5600	-392.0500	-250.2800
B_5	-378.5300	-392.0500	-155.0700
B_6	-54.9700	-392.0500	405.3500

3.1.3 Definición de posición y orientación de plataforma GS

Adicional a los parámetros de la estructura que se propone para ser analizada es necesario conocer el punto al que la plataforma móvil se desplazará, este punto deseado estará definido por la posición y orientación en función de las coordenadas generalizadas $f(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$. Este punto deseado estará denotado mediante v , la cual se indica en la Figura 3-4.

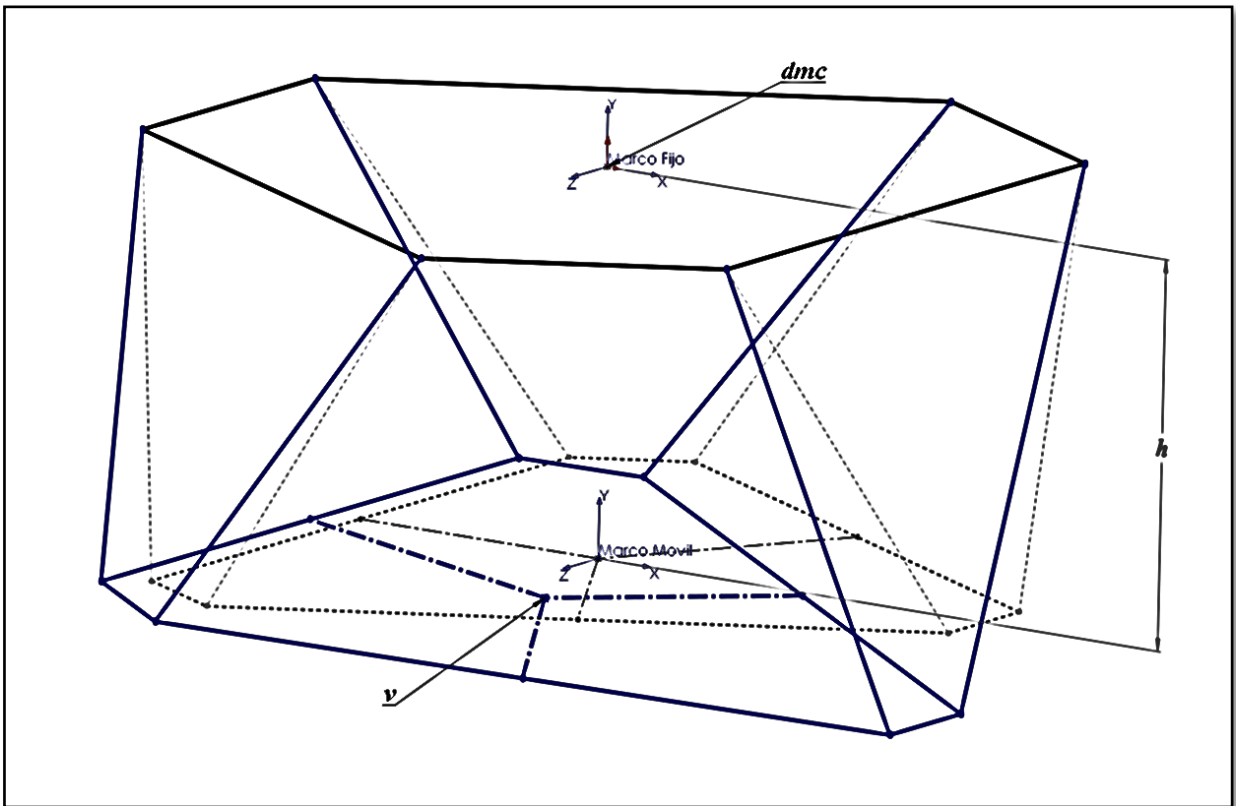


Figura 3-4 Desplazamiento de plataforma móvil representado por v .

Se propone una posición y orientación al generar la estructura de la plataforma GS, estas variables serán recopiladas en el archivo "Punto_Hexa_B.xlsx" para ser invocadas desde los códigos donde serán desarrollados los modelos numérico del sistema. En la Tabla 3-4 se indica un ejemplo de la forma que se deberán cargar las variables.

Tabla 3-4 Ejemplo de variables para posición y orientación en *xlsx*.

Variables	X
x	-20.0000
y	15.0000
z	30.0000
α	5.0000
β	-3.0000
tf	3.0000
j	150.0000

3.2 DEFINICIÓN DE TRAYECTORIAS DE MOVIMIENTO

De acuerdo a las necesidades que se han establecido para el desarrollo de la plataforma GS; la cual será la responsable de realizar la alineación y el enfoque del espejo secundario, por lo cual, de forma análoga se considera que el sistema debe ser capaz de moverse de una posición inicial a una posición final deseada. El traslado desde un punto al otro estará regulado por las leyes del movimiento que establecerán los desplazamientos en los actuadores. Es necesario que la trayectoria que se seguirá sea definida mediante movimientos suaves al iniciar y detener el manipulador (Siciliano & Sciavicco, 2010).

Es importante establecer un par de definiciones que nos permitirán aclarar el lenguaje cuando se haga referencia a los movimientos que se estudiarán; uno de estos términos es ruta¹, la cual define una descripción geométrica del movimiento únicamente, mientras tanto, trayectoria² es una ruta que se debe ejecutar en un tiempo específico, por lo cual está involucrada la velocidad y aceleración como consecuencia de la consideración del tiempo en el estudio.

Es importante mencionar que las rutas que se definan para el movimiento de la plataforma GS deben tener una característica que es necesaria para establecer la trayectoria con su velocidad y aceleración correspondiente, y esto es debido a que la función que se utilizará debe permanecer continua a través de un número importante de derivadas, donde se pueda obtener al menos la primera y segunda derivada que corresponden a la velocidad y aceleración respectivamente.

La definición de la trayectoria incluye los siguientes puntos a ser considerados:

- Definición de una trayectoria para la plataforma móvil entre dos puntos (posición inicial y posición final).
- Definición de la orientación entre los dos puntos (posición inicial y posición final).
- Definición del rango de tiempo en el que se realizará el desplazamiento.

¹ De la terminología en inglés “path”

² De la terminología en inglés “trajectory”

3.2.1 Tipos de trayectorias

Para la definición de la trayectoria que se utilizará para llegar a la posición deseada se tienen algunos perfiles de movimiento que se han estudiado a través de los diferentes sistemas de movimiento, en este documento se presentan los siguientes tipos de trayectorias como antecedentes de acuerdo a (Mabie & Reinholtz, 2007) y (Siciliano & Sciavicco, 2010):

Polinomial; estas trayectorias se caracterizan por ser descritas en su totalidad por funciones polinomiales de diferente orden, dependiendo de la complejidad y el grado de descripción que se quiera tener en la trayectoria se pondrán implementar diferentes tipos de polinomios para describir la trayectoria a ser seguida. Estos polinomios tendrían la siguiente forma:

$$f(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + \dots + a_nt^n$$

Ecuación 3-1 Ecuación general de trayectoria polinomial.

Donde el grado n del polinomio dependerá de las condiciones de suavidad en el movimiento resultante (Figura 3-5).

$$\begin{aligned}d_{p8} &= d_T \left(6.09755 \left(\frac{t}{tf} \right)^3 - 20.7804 \left(\frac{t}{tf} \right)^5 + 26.73155 \left(\frac{t}{tf} \right)^6 - 13.60965 \left(\frac{t}{tf} \right)^7 + 2.56095 \left(\frac{t}{tf} \right)^8 \right) \\v_{p8} &= \frac{d_T}{tf} \left(18.29265 \left(\frac{t}{tf} \right)^2 - 103.902 \left(\frac{t}{tf} \right)^4 + 160.3893 \left(\frac{t}{tf} \right)^5 - 95.26755 \left(\frac{t}{tf} \right)^6 + 20.4876 \left(\frac{t}{tf} \right)^7 \right) \\a_{p8} &= \frac{d_T}{tf^2} \left(36.5853 \left(\frac{t}{tf} \right) - 415.608 \left(\frac{t}{tf} \right)^3 + 801.9465 \left(\frac{t}{tf} \right)^4 - 571.6053 \left(\frac{t}{tf} \right)^5 + 143.4132 \left(\frac{t}{tf} \right)^6 \right)\end{aligned}$$

Ecuación 3-2 Ecuaciones de trayectoria polinomial grado 8.

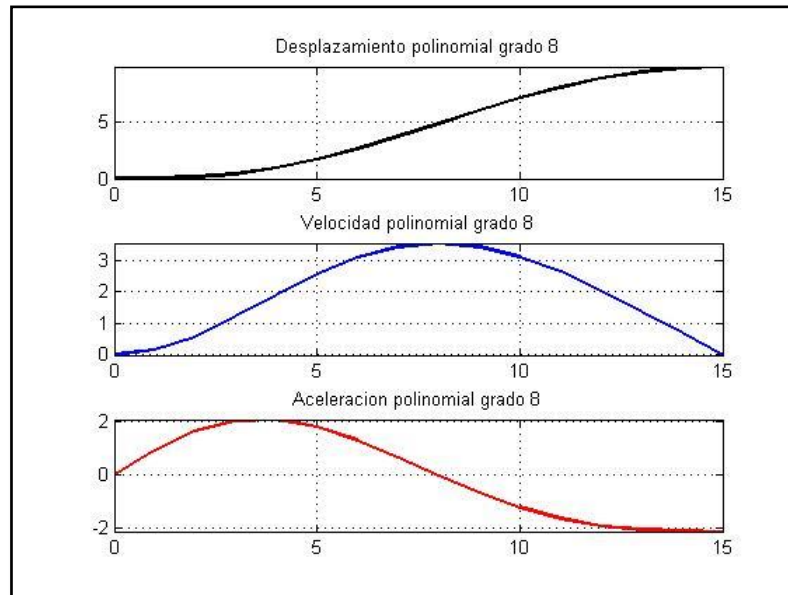


Figura 3-5 Perfil de movimiento polinomial grado 8.

Armónico; una trayectoria armónica se caracteriza principalmente por poseer un perfil de aceleración que es proporcional al perfil de posición, pero con signo opuesto y que se refiere a la siguiente Ecuación 3-3 como la trayectoria armónica (Figura 3-6).

$$d_a = \frac{d_T}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi t}{t_f} \right)$$

$$v_a = \frac{\pi d_T}{2 t_f} \left(\sin \frac{\pi t}{t_f} \right)$$

$$a_a = \frac{\pi^2 d_T}{2 t_f^2} \left(\cos \frac{\pi t}{t_f} \right)$$

Ecuación 3-3 Ecuaciones de trayectoria armónica.

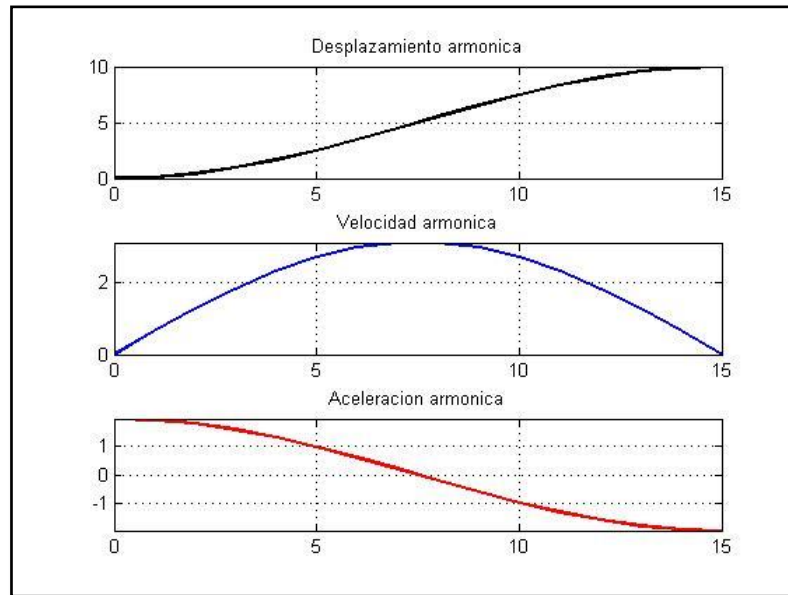


Figura 3-6 Perfil de movimiento armónico.

Cicloidal; A diferencia de la trayectoria armónica, la trayectoria cicloidal (Figura 3-7) tiene la característica de que se pueden obtener perfiles de aceleración continuos, y que en forma general pueden ser definidos por Ecuación 3-4.

$$d_c = d_T \left(\frac{t}{t_f} - \frac{1}{\pi} \sin 2\pi \frac{t}{t_f} \right)$$

$$v_c = \frac{d_T}{t_f} \left(1 - \cos 2\pi \frac{t}{t_f} \right)$$

$$a_c = \frac{2\pi d_T}{t_f^2} \left(\sin 2\pi \frac{t}{t_f} \right)$$

Ecuación 3-4 Ecuaciones de trayectoria cicloidal.

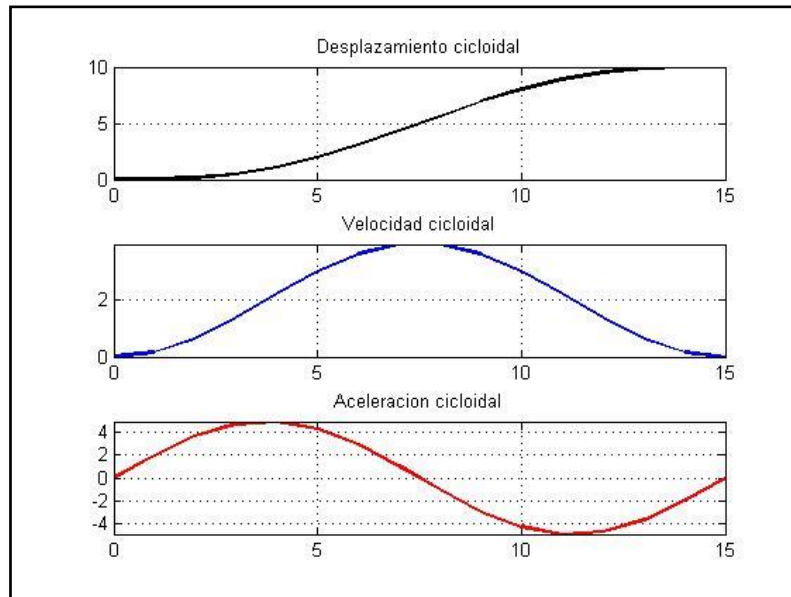


Figura 3-7 Perfil de movimiento cicloidal.

3.2.2 Características de las trayectorias

Con referencia al desplazamiento de los perfiles de movimiento indicados anteriormente, al sobreponer los perfiles en la Figura 3-8 de forma general los desplazamientos tienen una trayectoria similar, en la cual el inicio del movimiento es paulatino y finaliza de forma suave, lo que favorece que se alcance la posición deseada con demandas de fuerzas mínimas a la plataforma GS.

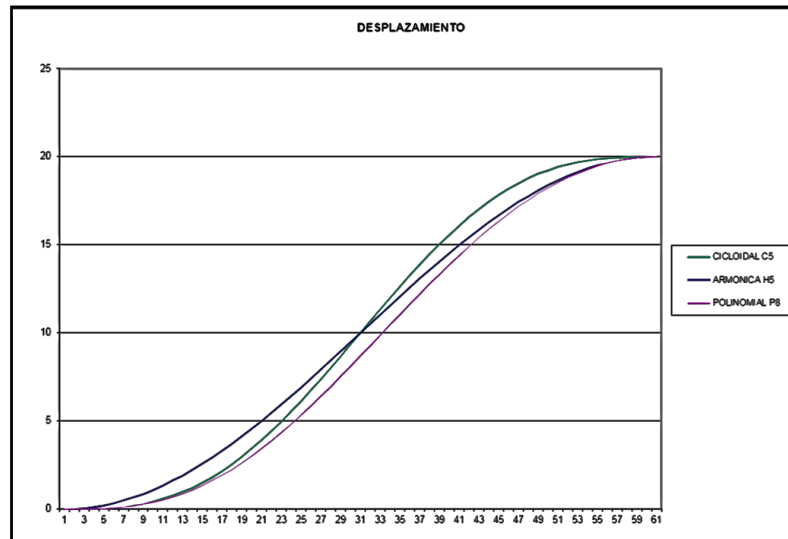


Figura 3-8 Comparación de los tipos de trayectorias analizados.

La velocidad relativa a los perfiles de desplazamientos presentados en la Figura 3-9 es importante en el movimiento de la plataforma GS ya que aunque la $v_o = 0$ y $v_f = 0$ la forma en la que se aproxima a la velocidad cero sobre todo al final del movimiento cobra una mayor relevancia para evitar errores en la posición deseada.

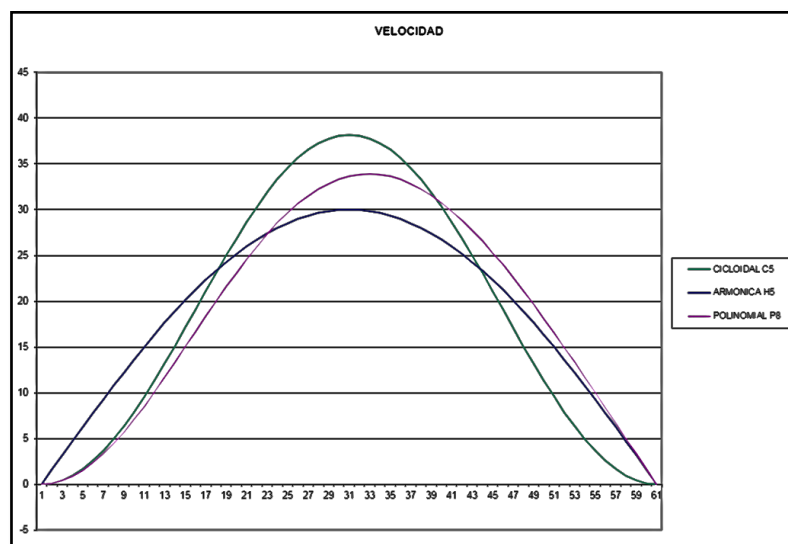


Figura 3-9 Comparación de las velocidades de trayectorias analizadas.

De la misma manera, en la Figura 3-10 se presenta la aceleración relativa a los perfiles de movimiento presentados, en los cuales $a_o = 0$ y $a_f = 0$ es importante para alcanzar de forma correcta la posición deseada. Cabe mencionar que en los perfiles armonico y polinomial P8 la $a_f \neq 0$, lo cual no es apropiado en la definición de una trayectoria al no terminar en la condición asociada al reposo de la posición deseada, como puede ser $v_f = 0$ y $a_f = 0$.

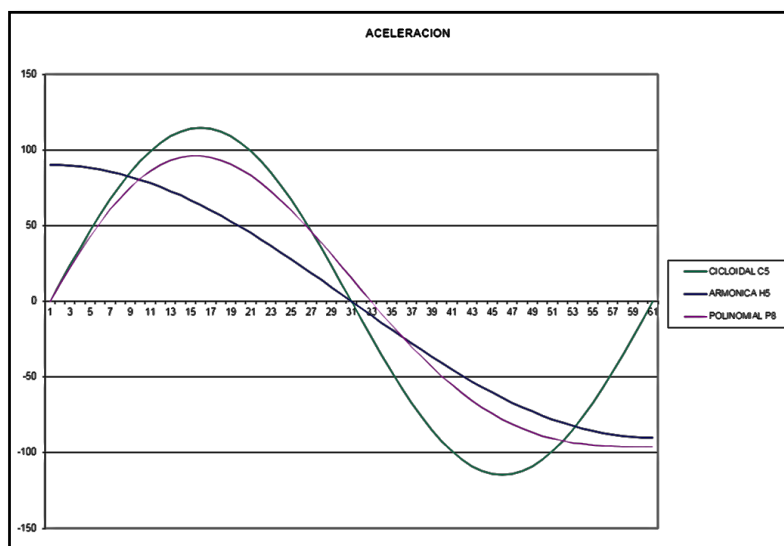


Figura 3-10 Comparación de las aceleraciones de trayectorias analizadas.

3.2.3 Perfil de movimiento a ser utilizado

Un perfil de velocidad y aceleración adecuado para la plataforma GS es aquel en que se inician con incrementos muy pequeños y terminen de la misma manera, esto para que las fuerzas iniciales tengan incrementos pequeños, y hacia el final del desplazamiento la aceleración existente no genere fuerzas inerciales.

Tratando de cumplir este objetivo la ecuación que aplicaremos en análisis de la plataforma GS y que cumple con las características mencionadas es del tipo polinómica, la cual esta descrita en la Ecuación 3-5 que se presenta a continuación para los

desplazamientos, las Ecuación 3-6 para las velocidades y las Ecuación 3-7 para las aceleraciones en posición y orientación:

$$d = d_t \left(10 \left(\frac{t}{t_f} \right)^3 - 15 \left(\frac{t}{t_f} \right)^4 + 6 \left(\frac{t}{t_f} \right)^5 \right)$$

$$\theta = \theta_t \left(10 \left(\frac{t}{t_f} \right)^3 - 15 \left(\frac{t}{t_f} \right)^4 + 6 \left(\frac{t}{t_f} \right)^5 \right)$$

Ecuación 3-5 Ecuaciones de desplazamiento lineal y angular respectivamente.

$$\dot{d} = v = d_t \left(30 \left(\frac{t^2}{t_t^3} \right) - 60 \left(\frac{t^3}{t_t^4} \right) + 30 \left(\frac{t^4}{t_t^5} \right) \right)$$

$$\dot{\theta} = \omega = \alpha_t \left(30 \left(\frac{t^2}{t_t^3} \right) - 60 \left(\frac{t^3}{t_t^4} \right) + 30 \left(\frac{t^4}{t_t^5} \right) \right)$$

Ecuación 3-6 Ecuaciones de velocidad lineal y angular respectivamente.

$$\ddot{d} = \dot{v} = a = d_t \left(60 \left(\frac{t}{t_t^3} \right) - 180 \left(\frac{t^2}{t_t^4} \right) + 120 \left(\frac{t^3}{t_t^5} \right) \right)$$

$$\ddot{\theta} = \dot{\omega} = \alpha = \alpha_t \left(60 \left(\frac{t}{t_t^3} \right) - 180 \left(\frac{t^2}{t_t^4} \right) + 120 \left(\frac{t^3}{t_t^5} \right) \right)$$

Ecuación 3-7 Ecuaciones de aceleración lineal y angular respectivamente.

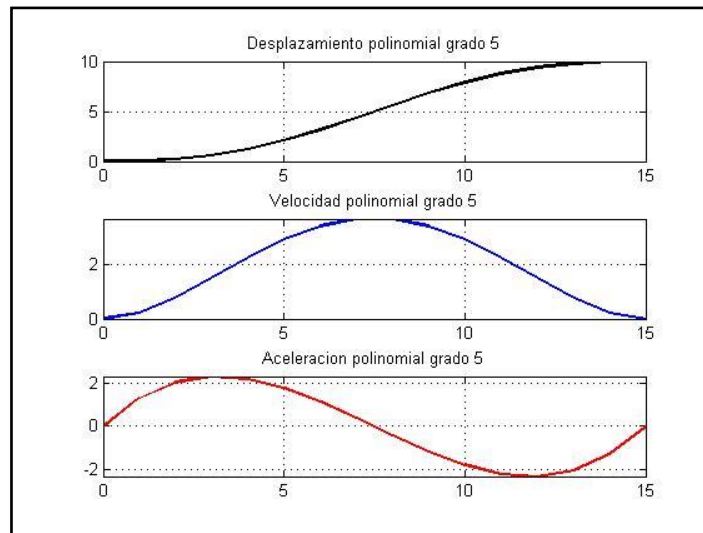


Figura 3-11 Perfil de movimiento polinomial de grado 5.

3.3 ANÁLISIS CINEMÁTICO

La cinemática estudia el movimiento de un mecanismo sin tomar en cuenta los pesos, las inercias y las fuerzas que lo generan. En particular, el problema principal de un análisis cinemático consiste en establecer la relación entre la posición de la plataforma móvil y las variables de las articulaciones. De forma general, existen dos problemas principales en el análisis cinemático de un manipulador paralelo o serial: la cinemática inversa y la cinemática directa.

Antes de continuar con el análisis cinemático del sistema, es importante establecer las variables de los componentes a ser estudiados.

Antes de iniciar el análisis cinemático del robot es necesario describirlo. Como se mencionó antes en los Elementos que componen la plataforma GS tiene seis columnas con uniones esféricas tanto en la base fija como en la base móvil. Estas columnas están compuestas por dos eslabones unidos mediante una articulación prismática la cual será actuada linealmente, esto quiere decir que para mover el robot se controla la longitud de cada columna mediante este actuador lineal. La posición y orientación de la plataforma móvil de la plataforma GS se relaciona con la posición de cada uno de sus actuadores representados en forma de alambre en la Figura 3-12.

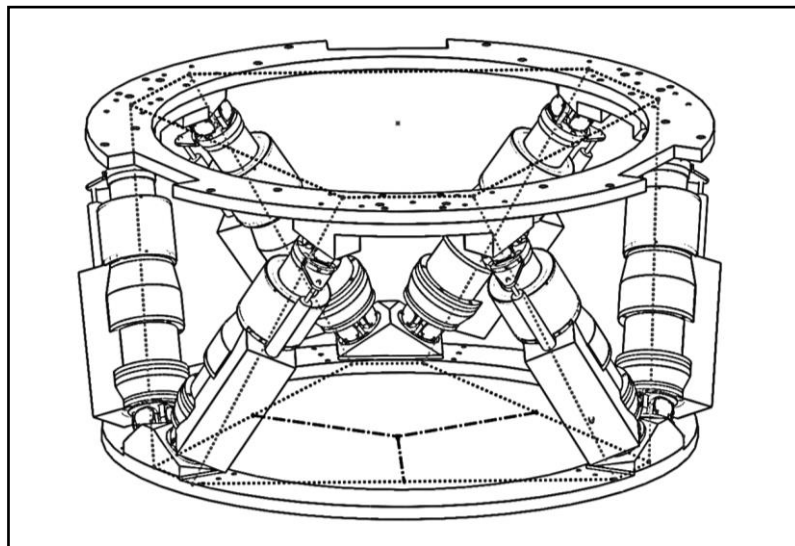


Figura 3-12 Estructura a ser analizada en la plataforma GS.

3.3.1 Definición de cinemática directa

La cinemática directa determina la posición y orientación de la plataforma móvil a partir de que el valor conocido sea el desplazamiento de los actuadores, o en este caso a partir de los desplazamientos realizados por los actuadores.

La cinemática directa busca determinar la posición y orientación de una plataforma GS dada la posición de sus actuadores. En el caso de las articulaciones esféricas, se conoce el ángulo, mientras que en los actuadores prismáticos se conoce la longitud.

De acuerdo a la operación de la plataforma GS a ser desarrollada para la operación en el TSPM, el análisis de la cinemática directa no es relevante y por el mismo motivo, no será parte del estudio de este trabajo.

3.3.2 Definición de cinemática inversa

La cinemática inversa consiste en determinar las longitudes de las columnas o actuadores dada la posición y orientación de la plataforma móvil. La solución de este problema es relevante para el control de posición de la plataforma GS, en donde se exige a la plataforma móvil siga una trayectoria definida; lo cual requiere que sea conocido el desplazamiento de los actuadores lineales que llegarán a la posición deseada mediante la trayectoria deseada.

Es importante mencionar que la cinemática inversa de los manipuladores seriales es más complicada en su resolución, comparada con la de manipuladores paralelos; esto es debido a que existen varias combinaciones de posiciones en los actuadores que pueden resultar en una posición y una orientación. Caso contrario para los manipuladores paralelos se tiene una solución única en la cinemática inversa.

La cinemática inversa determina las coordenadas articulares de cada actuador para una posición de la plataforma móvil conocida establecido en la Ecuación 3-8.

$$q_i = (x \ y \ z \ \alpha \ \beta \ \gamma)^T$$

Ecuación 3-8 Parámetros que definen la posición de la plataforma móvil.

En la Figura 3-13 se indica en forma de estructura de alambre la propuesta de plataforma GS, donde de forma adicional se indica la plataforma GS desplazada y en una orientación diferente que representa una posición y orientación deseada, de la cual se identifican dos variables de apoyo d_1 y d_2 en la definición de la cinemática inversa.

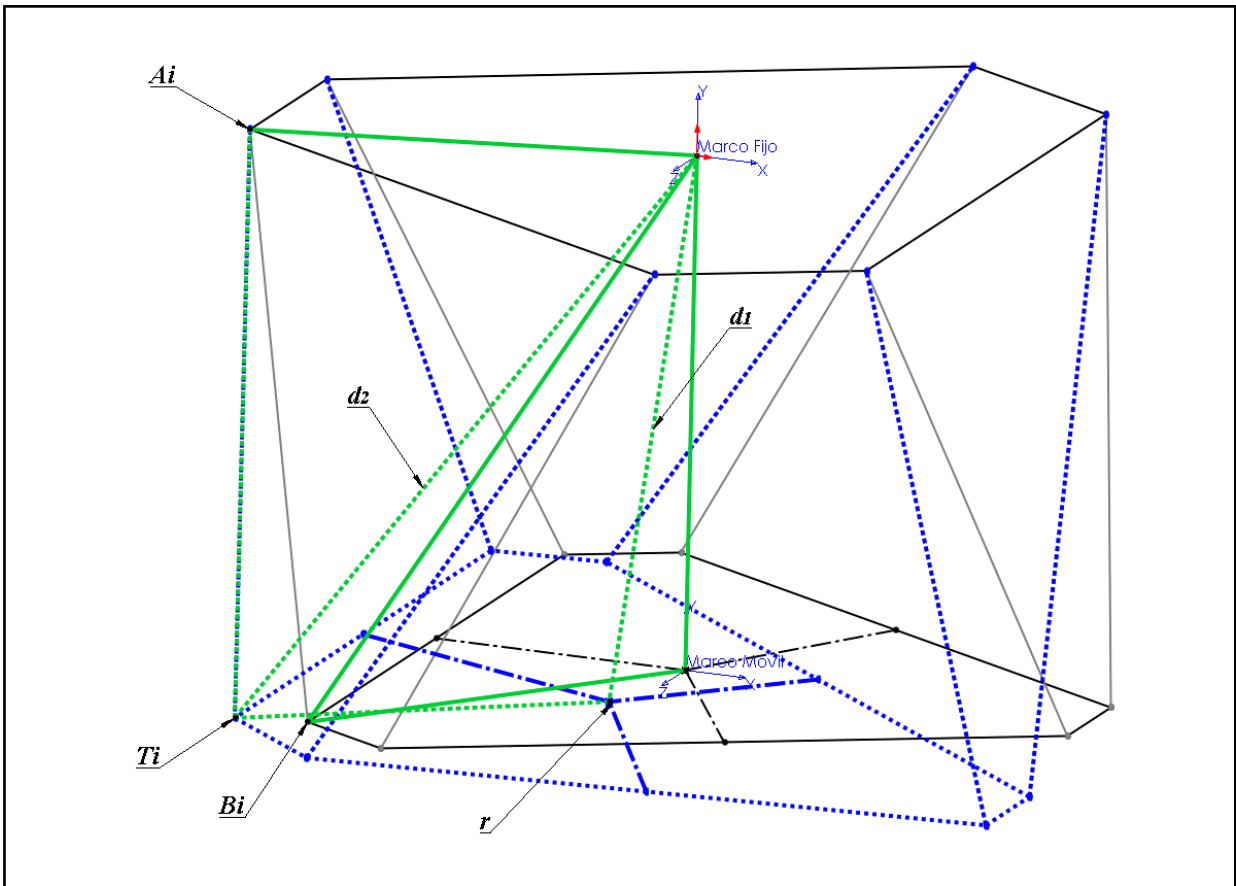


Figura 3-13 Definición de variables d_1 y d_2 .

$$\mathbf{t} = (x \ y \ z)$$

Ecuación 3-9 Vector que define la traslación de la plataforma móvil.

Desde la Figura 3-13 se extraen los elementos de interés señalados en la *Figura 3-14* para el análisis detallado de una articulación de la plataforma fija y una articulación de la plataforma móvil en la posición inicial y la posición deseada.

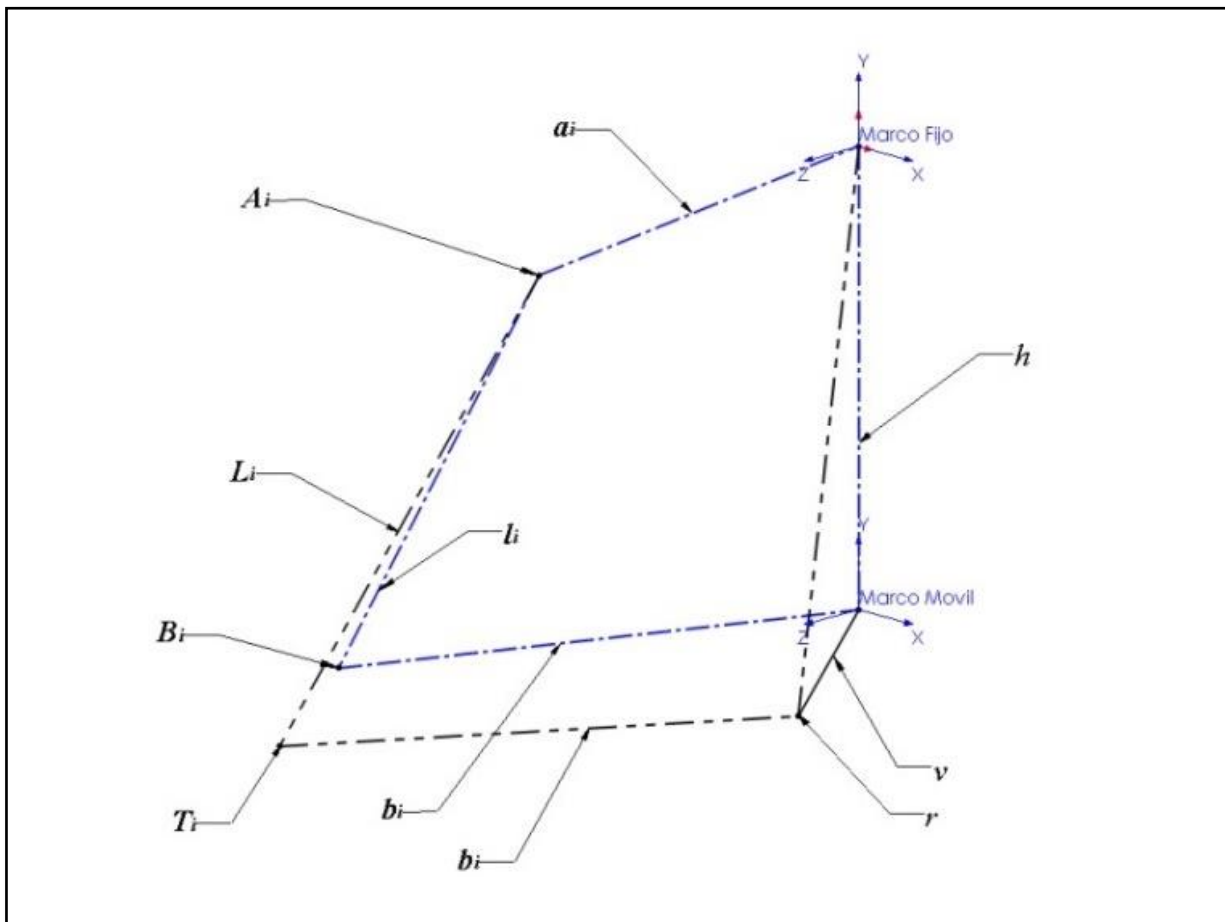


Figura 3-14 Elementos aislados para analizarlos.

De acuerdo a las posiciones de las articulaciones y las dos variables adicionales d_1 y d_2 en la Figura 3-15 que permitirán definir la cinemática inversa del sistema con apoyo del vector de traslación de la Ecuación 3-9.

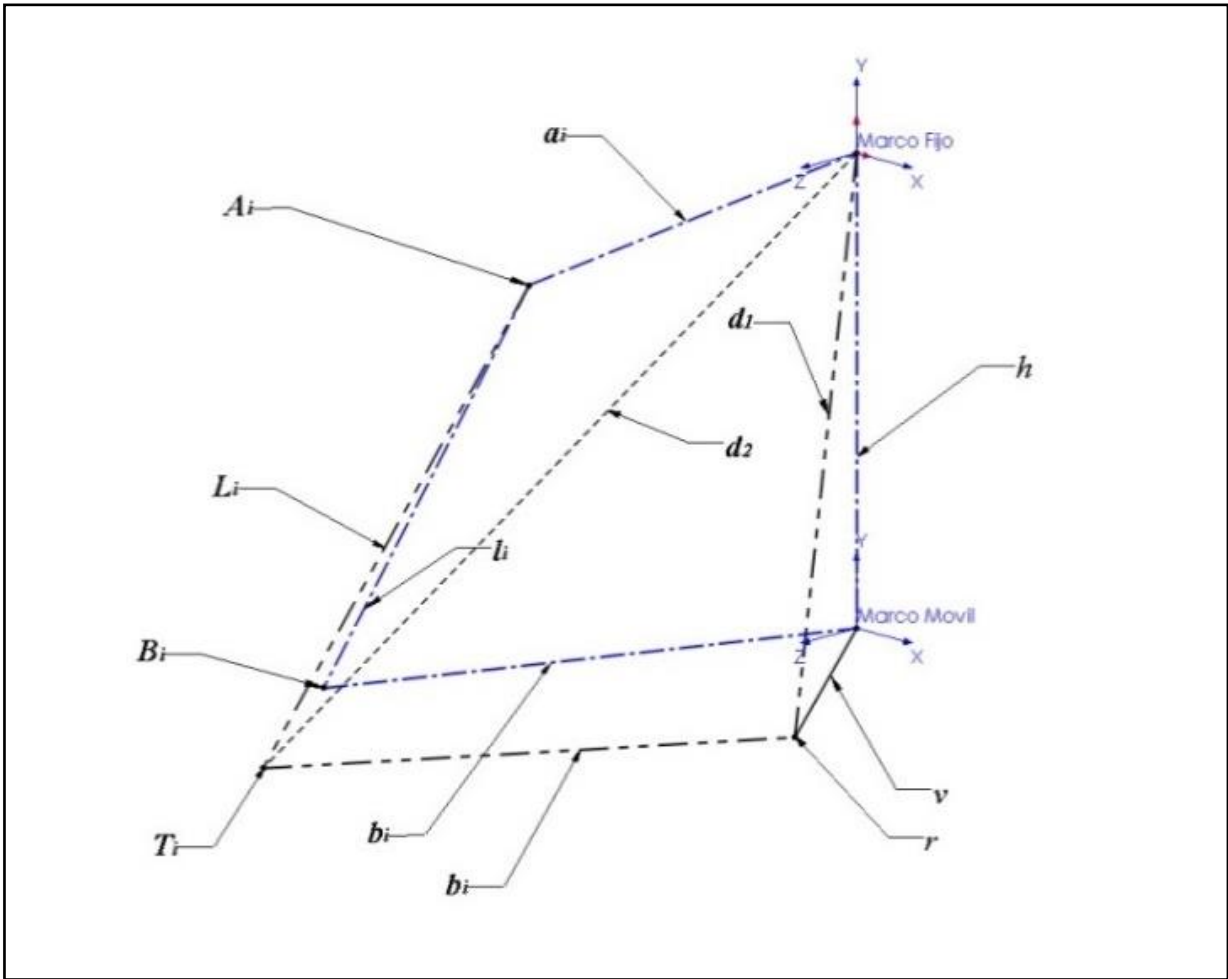


Figura 3-15 Posición de las variables auxiliares d_1 y d_2 .

La ecuación para definir la cinemática del sistema se define de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \vec{d}_1 &= \vec{h} + \vec{v} \\ \vec{d}_2 &= \vec{b}_i + \vec{d}_1 \\ \vec{d}_2 &= \vec{b}_i + \vec{h} + \vec{v} \end{aligned}$$

Ecuación 3-10 Suma vectorial para definir posición T_i .

Con la Ecuación 3-10 se representan las sumas vectoriales que permitirán identificar de forma iterativa la posición de cada articulación de la plataforma móvil T_i .

Finalmente la Ecuación 3-11 define la posición de la articulación en la posición deseada y la longitud del actuador correspondiente al mismo punto. Para la cual es necesario identificar la orientación de \vec{b}_i mediante la matriz de rotación $[r]_f$.

$$\vec{T}_i = [r]_f \vec{b}_i + \vec{h} + \vec{v}$$

$$T = \begin{bmatrix} T_{ix} \\ T_{iy} \\ T_{iz} \end{bmatrix}$$

$$L_i = |T_i + A_i|$$

Ecuación 3-11 Definición de la longitud del actuador L_i .

3.3.3 Matriz de rotación en ejes fijos

A continuación se determinan las rotaciones sobre los ejes fijos expresado en las rotaciones de los ejes que son fijos principales, las rotaciones serán sobre x , y , y z , estos ángulos miden la distancia angular a la cual se cortan los planos creados por los ejes rotados y los planos creados por los ejes fijos principales. La rotación α está dada sobre el eje x (Figura 3-16), la rotación β sobre el eje y (Figura 3-17), la rotación γ sobre el eje z (Figura 3-18).

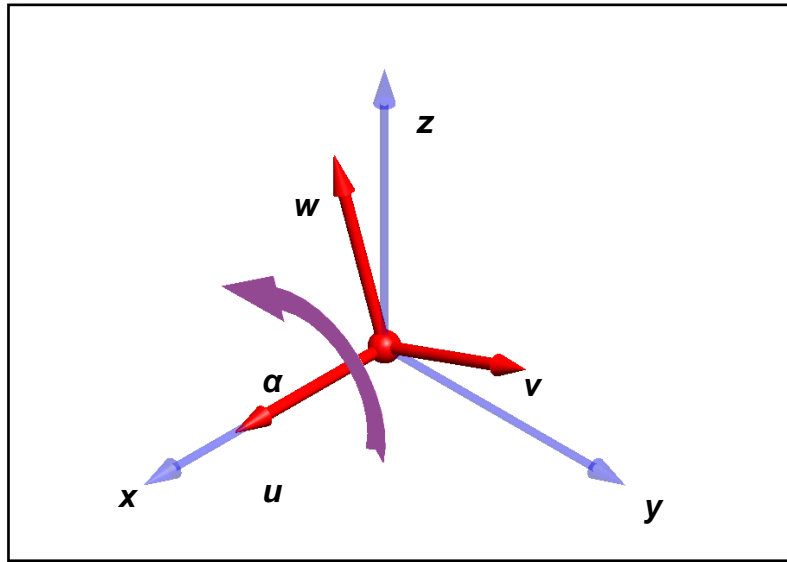


Figura 3-16 Rotación α expresada sobre el eje x para el marco móvil uvw .

Donde se define el vector unitario en el plano yz (Ecuación 3-12):

$$uv - yz = [0 \quad \cos(\alpha) \quad \sin(\alpha)]$$

Ecuación 3-12 Vector unitario en el plano yz .

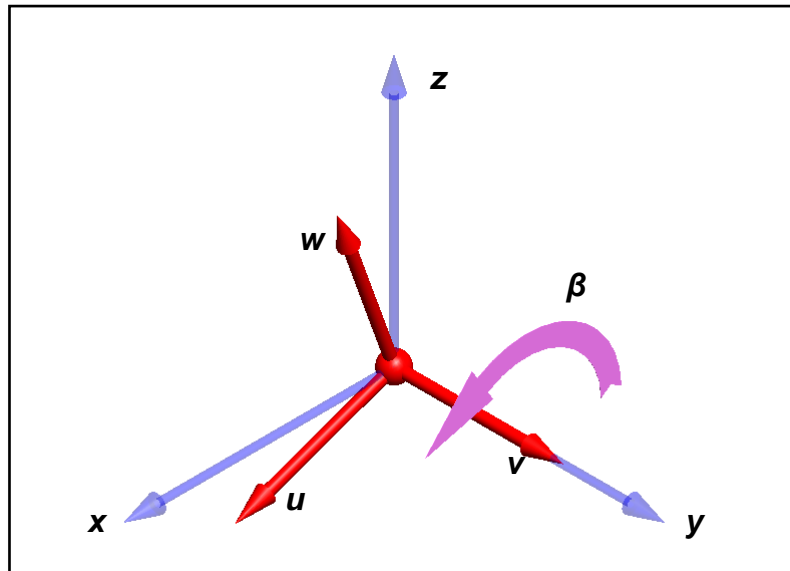


Figura 3-17 Rotación β expresada sobre el eje y para el marco móvil uvw .

Donde se define el vector unitario en el plano xz (Ecuación 3-13):

$$\mathbf{uv} - \mathbf{xz} = [\cos(\beta) \quad 0 \quad -\sin(\beta)]$$

Ecuación 3-13 Vector unitario en el plano xz .

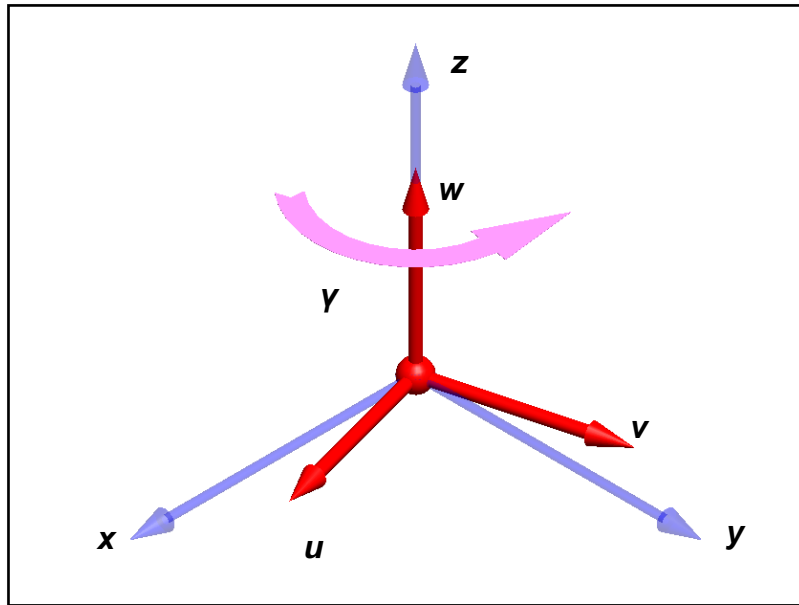


Figura 3-18 Rotación γ expresada sobre el eje z para el marco móvil uvw .

Donde se define el vector unitario en el plano xy (Ecuación 3-14):

$$\mathbf{uw} - \mathbf{xy} = [\cos(\gamma) \quad \sin(\gamma) \quad 0]$$

Ecuación 3-14 Vector unitario en el plano xy .

El vector unitario w (Ecuación 3-15) está dado por el producto cruz de los vectores en los planos xz y yz . Por lo tanto:

$$\mathbf{w} = [\mathbf{uv} - \mathbf{xz}] \times [\mathbf{uv} - \mathbf{yz}]$$

$$\mathbf{w} = [\cos(\beta) \quad 0 \quad -\sin(\beta)] \times [0 \quad \cos(\alpha) \quad \sin(\alpha)]$$

$$\mathbf{w} = [\cos(\alpha) \sin(\beta) \quad -\sin(\alpha) \cos(\beta) \quad \cos(\alpha) \cos(\beta)]$$

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) \sin(\beta) \\ -\sin(\alpha) \cos(\beta) \\ \cos(\alpha) \cos(\beta) \end{bmatrix}$$

Ecuación 3-15 Vector en los planos xz y yz.

El vector unitario v (Ecuación 3-16) está dado por el producto cruz del vector w y el vector el planos xy . Por lo tanto:

$$\mathbf{v} = [\mathbf{w}] \times [uw - xy]$$

$$\mathbf{v} = [\cos(\alpha) \sin(\beta) \quad -\sin(\alpha) \cos(\beta) \quad \cos(\alpha) \cos(\beta)] \times [\cos(\gamma) \quad \sin(\gamma) \quad 0]$$

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} -\cos(\alpha) \cos(\beta) \sin(\gamma) \\ \cos(\alpha) \cos(\beta) \cos(\gamma) \\ \cos(\alpha) \sin(\beta) \sin(\gamma) + \sin(\alpha) \cos(\beta) \cos(\gamma) \end{bmatrix}$$

Ecuación 3-16 Vector en los planos w y xy.

Finalmente el vector unitario u (Ecuación 3-17) está dado por el producto cruz entre v y w . Por lo tanto:

$$\mathbf{u} = [\mathbf{v}] \times [\mathbf{w}]$$

$$\mathbf{u} = [-\cos(\alpha) \cos(\beta) \sin(\gamma) \quad \cos(\alpha) \cos(\beta) \cos(\gamma) \quad \cos(\alpha) \sin(\beta) \sin(\gamma) + \sin(\alpha) \cos(\beta) \cos(\gamma)]$$

$$\times [\cos(\alpha) \sin(\beta) \quad -\sin(\alpha) \cos(\beta) \quad \cos(\alpha) \cos(\beta)]$$

$$\mathbf{u} = [(sac\alpha s\beta s\gamma + c\beta c\gamma)c\beta \quad (c\alpha s\beta + s\alpha s\beta c\beta c\gamma)c\alpha \quad sac\alpha(c\beta)^2 s\gamma - (c\alpha)^2 s\beta c\beta c\gamma]$$

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} (\sin(\alpha) \cos(\alpha) \sin(\beta) \sin(\gamma) + \cos(\beta) \cos(\gamma)) \cos(\beta) \\ (\cos(\alpha) \sin(\beta) + \sin(\alpha) \sin(\beta) \cos(\beta) \cos(\gamma)) \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \cos(\alpha) (\cos(\beta))^2 \sin(\gamma) - (\cos(\alpha))^2 \sin(\beta) \cos(\beta) \cos(\gamma) \end{bmatrix}$$

Ecuación 3-17 Vector en los planos v y w.

Cualquier vector representado en el sistema coordenado móvil uvw puede ser trasladado al sistema coordenado fijo xyz gracias a los vectores unitarios que tienen los ejes móviles con respecto a los ejes fijos.

Dado un vector a con componentes $[a_u \ a_v \ a_w]$ en el marco de referencia uvw

Al multiplicar $u * a_u$ obtendremos, las componentes en el marco de referencia de la componente a_u .

$$a_u = u * a_u = [a_{ux} \ a_{uy} \ a_{uz}]$$

Análogamente para a_v y a_w con sus respectivos vectores unitarios. Es posible determinar una matriz de rotación para el marco móvil respecto al marco fijo (Ecuación 3-18).

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{ux} & a_{uy} & a_{uz} \\ a_{vx} & a_{vy} & a_{vz} \\ a_{wx} & a_{wy} & a_{wz} \end{bmatrix}$$

Ecuación 3-18 Matriz de rotación en ejes fijos.

Donde los elementos de la matriz de rotación (Ecuación 3-19) serán como se representa a continuación.

$$\begin{aligned} a_{ux} &= (\sin(\alpha)\cos(\alpha)\sin(\beta)\sin(\gamma) + \cos(\beta)\cos(\gamma))\cos(\beta) \\ a_{vx} &= (\cos(\alpha)\sin(\beta) + \sin(\alpha)\sin(\beta)\cos(\beta)\cos(\gamma))\cos(\alpha) \\ a_{wx} &= \sin(\alpha)\cos(\alpha)(\cos(\beta))^2\sin(\gamma) - (\cos(\alpha))^2\sin(\beta)\cos(\beta)\cos(\gamma) \\ a_{uy} &= -\cos(\alpha)\cos(\beta)\sin(\gamma) \\ a_{vy} &= \cos(\alpha)\cos(\beta)\cos(\gamma) \\ a_{wy} &= \cos(\alpha)\sin(\beta)\sin(\gamma) + \sin(\alpha)\cos(\beta)\cos(\gamma) \\ a_{uz1} &= \cos(\alpha)\sin(\beta) \\ a_{vz} &= -\sin(\alpha)\cos(\beta) \\ a_{wz} &= \cos(\alpha)\cos(\beta) \end{aligned}$$

Ecuación 3-19 Componentes de la matriz de rotación en ejes fijos.

3.3.4 Desarrollo de cinemática diferencial

Haciendo uso del Jacobiano podemos determinar un incremento cartesiano en el desplazamiento del marco coordinado de la plataforma móvil, δp , asociado con un conjunto de incrementos en los desplazamientos de los actuadores, δl , en la Ecuación 3-20 donde:

$$\delta p = J\delta l$$

Ecuación 3-20 Forma general de las velocidades.

Al utilizar este método, dado que el Jacobiano involucra velocidades (derivadas parciales), se crea un error en el desarrollo del procedimiento, con el fin de resolver este error, o hacerlo lo mínimo posible, se recomienda hacer el análisis en un número finito de pasos, y en cada uno de estos, evaluar el tamaño de ese error y corregirlo en el siguiente paso. Entre más pequeño sean los incrementos seleccionados, será más pequeño el error, pero tiene la consecuencia de que el tiempo de cálculo será mayor. Para calcular ese error se hace uso de la cinemática inversa en cada paso realizado para comprobar el largo del actuador deseado y el largo que tenemos. La diferencia es sumada para el siguiente incremento.

En este sentido el algoritmo siempre realiza el cálculo de la longitud de los actuadores (calculado con el doble de precisión gracias a la cinemática inversa.) asociado con la estimación de la posición de la plataforma móvil basado en el Jacobiano para cada iteración. Al compensar el error en cada iteración, este no se acumula, con lo que el error final será mínimo.

3.3.5 Determinación del Jacobiano inverso

Para mecanismos seriales una solución de forma cerrada de la cinemática directa puede ser obtenida mediante Ecuación 3-21:

$$\begin{aligned}x &= f_1(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6) \\y &= f_2(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6) \\z &= f_3(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6) \\\alpha &= f_4(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6) \\\beta &= f_5(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6) \\\gamma &= f_6(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6)\end{aligned}$$

Ecuación 3-21 Cinemática directa.

La aplicación de la regla de la cadena produce diferenciales de x , y , z , α , β y γ como funciones de los diferenciales de q_i ($i = 1$ a 6) (Ecuación 3-22).

$$\begin{aligned}\delta x &= \frac{\partial f_1}{\partial q_1} \delta q_1 + \frac{\partial f_1}{\partial q_2} \delta q_2 + \frac{\partial f_1}{\partial q_3} \delta q_3 + \frac{\partial f_1}{\partial q_4} \delta q_4 + \frac{\partial f_1}{\partial q_5} \delta q_5 + \frac{\partial f_1}{\partial q_6} \delta q_6 \\\delta y &= \frac{\partial f_2}{\partial q_1} \delta q_1 + \frac{\partial f_2}{\partial q_2} \delta q_2 + \frac{\partial f_2}{\partial q_3} \delta q_3 + \frac{\partial f_2}{\partial q_4} \delta q_4 + \frac{\partial f_2}{\partial q_5} \delta q_5 + \frac{\partial f_2}{\partial q_6} \delta q_6 \\\delta z &= \frac{\partial f_3}{\partial q_1} \delta q_1 + \frac{\partial f_3}{\partial q_2} \delta q_2 + \frac{\partial f_3}{\partial q_3} \delta q_3 + \frac{\partial f_3}{\partial q_4} \delta q_4 + \frac{\partial f_3}{\partial q_5} \delta q_5 + \frac{\partial f_3}{\partial q_6} \delta q_6 \\\delta \alpha &= \frac{\partial f_4}{\partial q_1} \delta q_1 + \frac{\partial f_4}{\partial q_2} \delta q_2 + \frac{\partial f_4}{\partial q_3} \delta q_3 + \frac{\partial f_4}{\partial q_4} \delta q_4 + \frac{\partial f_4}{\partial q_5} \delta q_5 + \frac{\partial f_4}{\partial q_6} \delta q_6 \\\delta \beta &= \frac{\partial f_5}{\partial q_1} \delta q_1 + \frac{\partial f_5}{\partial q_2} \delta q_2 + \frac{\partial f_5}{\partial q_3} \delta q_3 + \frac{\partial f_5}{\partial q_4} \delta q_4 + \frac{\partial f_5}{\partial q_5} \delta q_5 + \frac{\partial f_5}{\partial q_6} \delta q_6 \\\delta \gamma &= \frac{\partial f_6}{\partial q_1} \delta q_1 + \frac{\partial f_6}{\partial q_2} \delta q_2 + \frac{\partial f_6}{\partial q_3} \delta q_3 + \frac{\partial f_6}{\partial q_4} \delta q_4 + \frac{\partial f_6}{\partial q_5} \delta q_5 + \frac{\partial f_6}{\partial q_6} \delta q_6\end{aligned}$$

Ecuación 3-22 Matriz Jacobiana desarrollada.

Dividiendo ambos lados por el elemento diferencial de tiempo dt y expresando en forma matricial obtenemos la Ecuación 3-23 y la representación general en la Ecuación 3-24:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial q_6} \\ \frac{\partial f_2}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial q_6} \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

Ecuación 3-23 Forma particular de la ecuación de velocidades.

$$\mathbf{v} = J \dot{\mathbf{q}}$$

Ecuación 3-24 Forma general de velocidades.

Donde la matriz indicada en la Ecuación 3-25 es definida como el Jacobiano, J . El Jacobiano facilita el mapeo del espacio de configuración del vector de rango articular \mathbf{q} , en el vector velocidad del espacio cartesiano, \mathbf{v} .

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial q_6} \\ \frac{\partial f_2}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial q_6} \\ \vdots & \ddots & \vdots \end{bmatrix}$$

Ecuación 3-25 Matriz Jacobiana.

Para mecanismos paralelos, como lo es la plataforma GS, podemos observar que una solución de forma cerrada de la cinemática inversa se puede obtener mediante la Ecuación 3-26:

$$l_1 = f_1(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$$

$$l_2 = f_2(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$$

$$l_3 = f_3(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$$

$$l_4 = f_4(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$$

$$l_5 = f_5(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$$

$$l_6 = f_6(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$$

Ecuación 3-26 Longitud de actuadores.

Con la aplicación de la regla de la cadena obtenemos diferenciales de l_i ($i = 1$ to 6) como funciones de las diferenciales de x, y, z, α, β y γ (Ecuación 3-27).

$$\begin{aligned}\delta l_1 &= \frac{\partial f_1}{\partial x} \delta x + \frac{\partial f_1}{\partial y} \delta y + \frac{\partial f_1}{\partial z} \delta z + \frac{\partial f_1}{\partial \alpha} \delta \alpha + \frac{\partial f_1}{\partial \beta} \delta \beta + \frac{\partial f_1}{\partial \gamma} \delta \gamma \\ \delta l_2 &= \frac{\partial f_2}{\partial x} \delta x + \frac{\partial f_2}{\partial y} \delta y + \frac{\partial f_2}{\partial z} \delta z + \frac{\partial f_2}{\partial \alpha} \delta \alpha + \frac{\partial f_2}{\partial \beta} \delta \beta + \frac{\partial f_2}{\partial \gamma} \delta \gamma \\ \delta l_3 &= \frac{\partial f_3}{\partial x} \delta x + \frac{\partial f_3}{\partial y} \delta y + \frac{\partial f_3}{\partial z} \delta z + \frac{\partial f_3}{\partial \alpha} \delta \alpha + \frac{\partial f_3}{\partial \beta} \delta \beta + \frac{\partial f_3}{\partial \gamma} \delta \gamma \\ \delta l_4 &= \frac{\partial f_4}{\partial x} \delta x + \frac{\partial f_4}{\partial y} \delta y + \frac{\partial f_4}{\partial z} \delta z + \frac{\partial f_4}{\partial \alpha} \delta \alpha + \frac{\partial f_4}{\partial \beta} \delta \beta + \frac{\partial f_4}{\partial \gamma} \delta \gamma \\ \delta l_5 &= \frac{\partial f_5}{\partial x} \delta x + \frac{\partial f_5}{\partial y} \delta y + \frac{\partial f_5}{\partial z} \delta z + \frac{\partial f_5}{\partial \alpha} \delta \alpha + \frac{\partial f_5}{\partial \beta} \delta \beta + \frac{\partial f_5}{\partial \gamma} \delta \gamma \\ \delta l_6 &= \frac{\partial f_6}{\partial x} \delta x + \frac{\partial f_6}{\partial y} \delta y + \frac{\partial f_6}{\partial z} \delta z + \frac{\partial f_6}{\partial \alpha} \delta \alpha + \frac{\partial f_6}{\partial \beta} \delta \beta + \frac{\partial f_6}{\partial \gamma} \delta \gamma\end{aligned}$$

Ecuación 3-27 Matriz Jacobiana desarrollada.

Dividiendo ambos lados de la ecuación por el elemento diferencial de tiempo dt , y expresando en forma matricial tenemos la Ecuación 3-28:

$$\begin{bmatrix} \dot{l}_1 \\ \dot{l}_2 \\ \dot{l}_3 \\ \dot{l}_4 \\ \dot{l}_5 \\ \dot{l}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_1}{\partial y} & \frac{\partial f_1}{\partial z} & \frac{\partial f_1}{\partial \alpha} & \frac{\partial f_1}{\partial \beta} & \frac{\partial f_1}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x} & \frac{\partial f_2}{\partial y} & \frac{\partial f_2}{\partial z} & \frac{\partial f_2}{\partial \alpha} & \frac{\partial f_2}{\partial \beta} & \frac{\partial f_2}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x} & \frac{\partial f_3}{\partial y} & \frac{\partial f_3}{\partial z} & \frac{\partial f_3}{\partial \alpha} & \frac{\partial f_3}{\partial \beta} & \frac{\partial f_3}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial f_4}{\partial x} & \frac{\partial f_4}{\partial y} & \frac{\partial f_4}{\partial z} & \frac{\partial f_4}{\partial \alpha} & \frac{\partial f_4}{\partial \beta} & \frac{\partial f_4}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial f_5}{\partial x} & \frac{\partial f_5}{\partial y} & \frac{\partial f_5}{\partial z} & \frac{\partial f_5}{\partial \alpha} & \frac{\partial f_5}{\partial \beta} & \frac{\partial f_5}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial f_6}{\partial x} & \frac{\partial f_6}{\partial y} & \frac{\partial f_6}{\partial z} & \frac{\partial f_6}{\partial \alpha} & \frac{\partial f_6}{\partial \beta} & \frac{\partial f_6}{\partial \gamma} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix}$$

Ecuación 3-28 Velocidades de los actuadores lineales.

Tomando nota de la expresión jacobiana estándar en la Ecuación 3-29 y jacobiana de forma inversa en la Ecuación 3-30:

$$\mathbf{v} = J \dot{\mathbf{q}} \text{ or } \mathbf{v} = J \dot{\mathbf{l}}$$

Ecuación 3-29 Forma general de la cinemática directa.

$$\dot{\mathbf{l}} = J^{-1} \mathbf{v}$$

Ecuación 3-30 Forma general de cinemática inversa.

$$J^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f1}{\partial x} & \frac{\partial f1}{\partial y} & \frac{\partial f1}{\partial z} & \frac{\partial f1}{\partial \alpha} & \frac{\partial f1}{\partial \beta} & \frac{\partial f1}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial f2}{\partial x} & \frac{\partial f2}{\partial y} & \frac{\partial f2}{\partial z} & \frac{\partial f2}{\partial \alpha} & \frac{\partial f2}{\partial \beta} & \frac{\partial f2}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial f3}{\partial x} & \frac{\partial f3}{\partial y} & \frac{\partial f3}{\partial z} & \frac{\partial f3}{\partial \alpha} & \frac{\partial f3}{\partial \beta} & \frac{\partial f3}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial f4}{\partial x} & \frac{\partial f4}{\partial y} & \frac{\partial f4}{\partial z} & \frac{\partial f4}{\partial \alpha} & \frac{\partial f4}{\partial \beta} & \frac{\partial f4}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial f5}{\partial x} & \frac{\partial f5}{\partial y} & \frac{\partial f5}{\partial z} & \frac{\partial f5}{\partial \alpha} & \frac{\partial f5}{\partial \beta} & \frac{\partial f5}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial f6}{\partial x} & \frac{\partial f6}{\partial y} & \frac{\partial f6}{\partial z} & \frac{\partial f6}{\partial \alpha} & \frac{\partial f6}{\partial \beta} & \frac{\partial f6}{\partial \gamma} \end{bmatrix}$$

Ecuación 3-31 Matriz Jacobiana inversa.

La matriz (Ecuación 3-31) anterior es la inversa de la Jacobiana convencional. Esto facilita el mapeo del vector de velocidad del espacio cartesiano, en el espacio de configuración vector velocidad de actuador de desplazamiento (Ecuación 3-32).

$$\dot{\mathbf{q}} = \dot{\mathbf{l}}$$

Ecuación 3-32 Relación directa para $\dot{\mathbf{q}}$ y $\dot{\mathbf{l}}$.

3.4 ANÁLISIS DINÁMICO

Para el diseño y control de manipuladores que utilizan la plataforma GS la exactitud dinámica del modelo es esencial. El modelado dinámico de manipuladores paralelos es bastante complicado debido a su estructura de bucle cerrado, la relación entre los parámetros del sistema, alta linealidad en la dinámica del sistema y restricciones cinemáticas acopladas.

Para obtener el modelo dinámico de manipuladores paralelos, hay muchos estudios valiosos publicados por muchas investigaciones en la literatura. El análisis dinámico de manipuladores paralelos se ha realizado tradicionalmente a través de varios métodos diferentes, tales como el método de Newton-Euler, la formulación Lagrange, el principio del trabajo virtual y la teoría de tornillos.

El enfoque de Newton-Euler requiere el cálculo de todas las fuerzas y momentos de restricción entre los eslabones.

Otro método de obtención de la dinámica de la plataforma GS es la formulación de Lagrange. Este método se utiliza para describir la dinámica de un sistema mecánico de los conceptos de trabajo y energía.

Aunque las ecuaciones derivadas para la dinámica de manipuladores paralelos presentan diversos niveles de complejidad y cargas computacionales, los resultados de las fuerzas de accionamiento y/o torques calculadas por diferentes enfoques son equivalentes.

Este trabajo se concentrará en el estudio del modelo dinámico mediante la formulación del trabajo virtual, el cual será desarrollado en profundidad para el análisis de la plataforma GS.

El análisis dinámico de la plataforma en una base fija se considera un problema estándar para determinar las capacidades de las fuerzas aplicadas en los eslabones de la plataforma GS, sin embargo, cuando la base que soporta la plataforma GS no permanece fija y estable, el reto para determinar las fuerzas aplicadas en los eslabones de la plataforma GS en esta condición se vuelve un reto mayor.

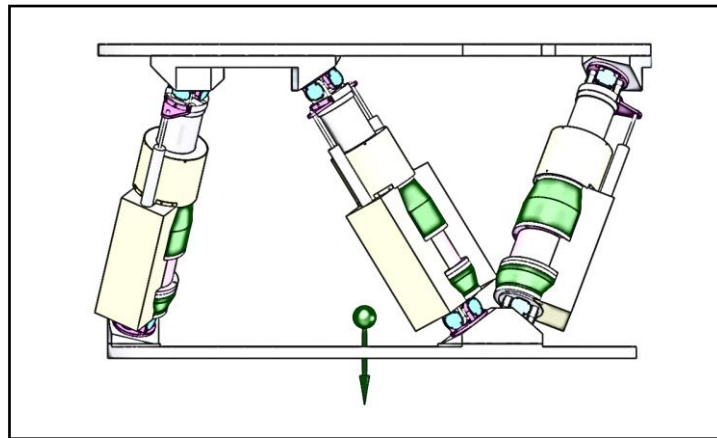


Figura 3-19 Plataforma GS en posición de zenith.

En la Figura 3-19 se representa la posición de la plataforma GS cuando el TSPM se encuentra en posición zenith y la forma en la que la gravedad actuará sobre el dispositivo. En la Figura 3-20 la posición del TSPM esta con una rotación de 45° y la forma en la que actúa la gravedad. Adicionalmente en la Figura 3-21 se representa la posición de la plataforma GS mientras el TSPM está en posición horizonte.

Estas representaciones nos indican tres escenarios generales y representativos de la trayectoria del TSPM, el análisis completo desde el zenith hasta el horizonte, generará un ejercicio interesante que no se cubre en este trabajo.

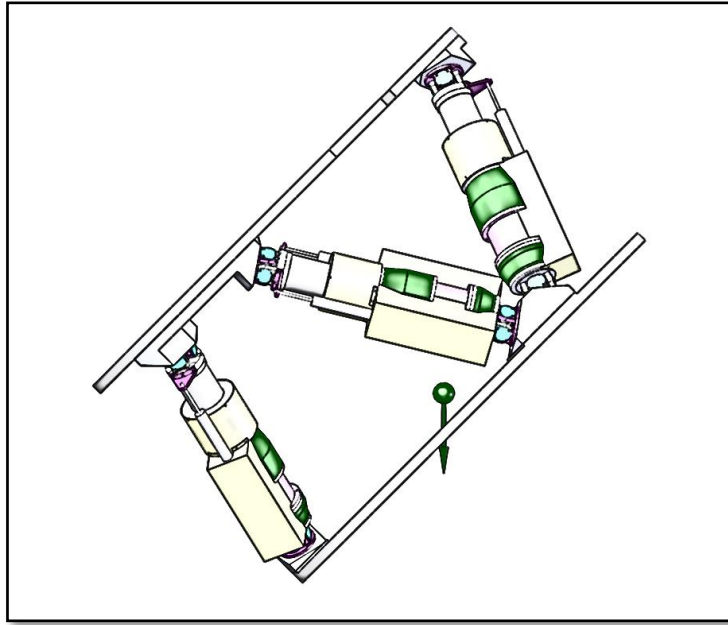


Figura 3-20 Plataforma GS en posición de 45°.

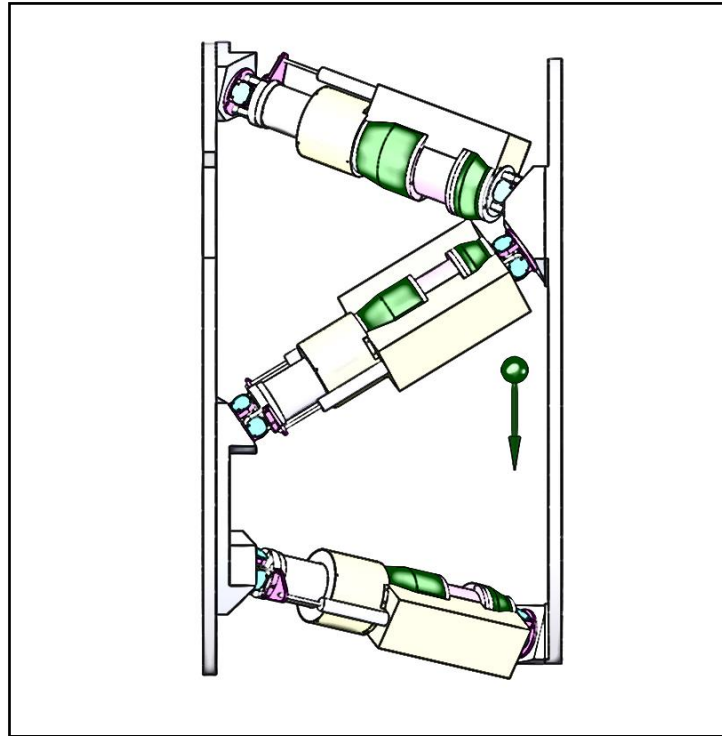


Figura 3-21 Plataforma GS en posición de horizonte.

Desplazamiento angular; este parámetro se extrae del análisis cinemático de la plataforma GS detallado en el punto 3.3 ANÁLISIS CINEMÁTICO de acuerdo a la orientación deseada a la que esperamos llegar con la plataforma móvil.

Tiempo; en el análisis dinámico, es necesario establecer un rango de tiempo en el que, el movimiento que esperamos se lleve a cabo. Este rango de tiempo permitirá definir algunos parámetros que se indican a continuación.

Velocidad lineal; en el estudio de la plataforma GS se identifican algunos desplazamientos, los cuales al realizarlos en una unidad de tiempo específico, nos definen la velocidad lineal a la que se desplaza cada actuador. Es necesario mencionar que los desplazamientos correspondientes a cada actuador, generan el desplazamiento de posición y orientación de la plataforma móvil.

Velocidad angular; al tener una cadena cinemática cerrada prácticamente todos los desplazamientos lineales, generan algunos desplazamientos angulares, los cuales al realizarlos en una unidad de tiempo específico, nos definen la velocidad angular a la que se desplaza cada actuador como consecuencia de tener una cadena cerrada.

Aceleración lineal; de forma general, la aceleración se refiere a la razón de cambio de la velocidad respecto al tiempo, sin embargo, en nuestro estudio, la describiremos en términos de la rapidez con la que debe cambiar la velocidad del actuador para alcanzar la posición esperada.

Aceleración angular; la describiremos en términos de la rapidez con la que debe rotar el actuador para alcanzar la orientación esperada.

Masa de los componentes; un factor importante en el análisis dinámico es sin duda la masa de los diferentes componentes que incluye la plataforma GS, lo cual al estar afectada por la gravedad terrestre, genera una carga o fuerza interna que en términos de estudio, es aplicada en el centro de masa de cada eslabón. En este sentido, es importante desarrollar un estudio del impacto de tener componentes con mayor o menor masa en la plataforma GS; lo cual no es un tema a ser desarrollado en este trabajo.

Fuerzas aplicadas; en la plataforma GS se tienen aplicadas fuerzas internas y fuerzas externas; las fuerzas internas son ejercidas con relación a las masas de los eslabones del sistema y las fuerzas externas las definiremos como la fuerza necesaria para que cada actuador genere el desplazamiento, velocidad y aceleración necesario para llegar a la posición deseada de la plataforma móvil.

Momento de inercia; el momento de inercia depende de la geometría del cuerpo y la masa que lo compone; donde matemáticamente el momento de inercia rotacional es directamente proporcional a la masa del cuerpo y al cuadrado de la distancia de cada fibra del elemento respecto al eje de rotación. En la aplicación de estudio, se aplica una matriz de inercias debido a los diferentes ejes de rotación que afectan a los eslabones de la plataforma GS.

En el estudio dinámico se aplican las variables que se presenta en la Tabla 3-5, de los cuales; se consideran las masa de los componentes, inercias, centros de masa y velocidades y aceleraciones lineales y angulares.

Tabla 3-5 Variables establecidas para la dinámica del sistema.

Variables	Descripción	Unidades
I_f	Momento de inercia PF	gr*mm ²
m_f	Masa de PF	kg
I_p	Momento de inercia PM	gr*mm ²
m_p	Masa de PM	kg
I_{il}	Momento de inercia Cilindro	gr*mm ²
m_1	Masa de Cilindro	kg
I_{iu}	Momento de inercia Pistón	gr*mm ²
m_2	Masa de Pistón	kg
d	Desplazamiento de PM	mm
v	Velocidad de PM	mm/s
a	Aceleración de PM	mm/s ²
V_{bi}	Velocidad lineal en Bi	mm/s
V_{bi_dot}	Aceleración lineal en Bi	mm/s ²

ω	Velocidad angular en Bi	rad/s
$\omega \dot{}$	Aceleración angular en Bi	rad/s ²
J_p	Jacobiano de PM	mm/s
J_{bi}	Jacobiano de Bi	mm/s
F_{1i}	Fuerza resultante en el cilindro	N
F_{2i}	Fuerza resultante en el pistón	N
J_x	Jacobiano en eje X	mm/s
J_y	Jacobiano en eje Y	mm/s
J_z	Jacobiano en eje Y	mm/s
β	ángulo	grados
γ	ángulo	grados
F_x	Fuerza en eje X	N
F_y	Fuerza en eje Y	N
F_z	Fuerza en eje Y	N
τ_i	Fuerza aplicada en el actuador	N

Al establecer el análisis dinámico para la estructura de la plataforma GS a ser analizada, es necesario determinar las condiciones de las variables mencionadas, estas variables serán recopiladas en el archivo "Fisicos_Hexa_A.xlsx" para ser llamadas desde los códigos donde será desarrollado el modelo dinámico del sistema. En la Tabla 3-6 se indica un ejemplo de la forma que se deberán cargar las variables.

Tabla 3-6 Ejemplo de parámetros dinámicos para la estructura GS en archivo.xlsx.

Variables	X	Y	Z
m_f	20050.3800	0.0000	0.0000
m_{fcm}	-0.2100	-40.1300	0.0800
I_f	1873232375.1100	173521.8800	-653330.4000
I_f	173521.8800	3736844027.2800	-132354.0400
I_f	-653330.4000	-132354.0400	1874675292.6100
m_p	18096.8600	0.0000	0.0000
m_{pcm}	0.0000	20.2000	0.0000
I_p	1540548671.8500	-0.1100	0.0000
I_p	-0.1100	3067264385.5200	0.0000
I_p	0.0000	0.0000	1547935082.7300
m_1	5293.4400	0.0000	0.0000
m_{1cm}	-5.7300	154.7700	-0.1300
I_l	38181854.9300	-1009763.6600	16843.0200
I_l	-1009763.6600	9604708.8800	297239.9100
I_l	16843.0200	297239.9100	39983924.8300
m_2	932.7700	0.0000	0.0000
m_{2cm}	1.6100	70.1000	0.0000
I_u	2106717.2900	-53412.4400	7.7800
I_u	-53412.4400	732057.7400	-46.5400
I_u	7.7800	-46.5400	2224034.5800
G	0.0000	9.8050	0.0000

3.4.2 Desarrollo de formulación del trabajo virtual

En esta sección se ilustra cómo aplicar el principio del trabajo virtual o d'Alembert's principle para el análisis dinámico de un manipulador paralelo. El principio del trabajo virtual para un manipulador paralelo puede ser escrito como:

$$\delta q^T \tau + \delta x_p^T F_p + \sum_i^6 \delta x_i^T F_i = 0$$

Ecuación 3-33 Ecuación del principio del trabajo virtual.

Donde, F_i es un vector de seis dimensiones que representa la suma de inercias aplicadas en el centro de masa del actuador i , F_p es un vector de seis dimensiones que representa la suma de inercias aplicadas en el centro de masa de la plataforma móvil.

En complemento a las cargas que se identifican en la ecuación del trabajo virtual, es necesario establecer las condiciones de velocidad y aceleración lineal y angular de los elementos que componen la plataforma GS, lo cual se describe a continuación.

3.4.3 Velocidades y desplazamientos virtuales

Para el propósito de análisis, se nombrará el marco coordenado que se encuentra en la plataforma fija como $A(x, y, z)$, y otro marco coordenado $B(u, v, w)$ en la plataforma móvil. El plano $x - y$ contiene todas las articulaciones esféricas A_i , para $i=1$ a 6, y el plano $u - v$ contiene todas las articulaciones esféricas B_i , para $i=1$ a 6. El origen del marco coordenado A , es localizado en el centroide de la plataforma fija, O , así mismo el origen del marco coordenado B , es localizado en el centroide de la plataforma móvil, P . Cada uno de los seis actuadores es denotado por el vector d_i . Además, fijamos un marco coordenado $C(x_i, y_i, z_i)$ para cada actuador, con el origen localizado en la articulación A_i . El eje z_i , pasará por los punto de las articulaciones esféricas en ambas plataformas, esto es, A_i a B_i . El eje z de cada marco coordenado de los actuadores, será axial a los actuadores. El eje y_i es paralelo al producto cruz de dos vectores unitarios a lo largo de los ejes z_i y z , y el eje x_i está definido por la regla de la mano derecha.

Para un problema de dinámica inversa, la trayectoria deseada a lo largo del tiempo es dada y el problema consiste en determinar las fuerzas y/o torque requeridos en los actuadores para producir ese movimiento. La evolución temporal del movimiento de la plataforma puede ser descrito por un vector de posición del centroide P , y tres ángulos que determinan la rotación de la plataforma móvil. La velocidad y aceleración del centroide P son obtenidas tomando la derivada de p con respecto al tiempo; esto es

$$v_p = \dot{p} \text{ y } \dot{v}_p = \ddot{p}$$

Los tres ángulos que definen la rotación, estarán medidos en base a las rotaciones sobre ejes fijos. Por lo tanto la matriz de rotación de la plataforma móvil relativa a la plataforma fija está dada por la Ecuación 3-18.

La *Ecuación 3-34* representa la velocidad angular de la plataforma móvil, ω_p , escrita en términos de los ángulos y del cuerpo fijo.

$$\omega_p = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$$

Ecuación 3-34 Velocidad angular de la plataforma móvil.

La *Ecuación 3-35* representa la aceleración angular de la plataforma móvil es obtenida tomando la derivada de la *Ecuación 3-34*:

$$\dot{\omega}_p = \begin{bmatrix} \dot{\omega}_x \\ \dot{\omega}_y \\ \dot{\omega}_z \end{bmatrix}$$

Ecuación 3-35 Aceleración angular de la plataforma móvil.

Ambas ω_p y $\dot{\omega}_p$ están expresadas en el marco fijo A . Esos dos vectores pueden ser transformados al marco coordenado móvil B , multiplicándolos por la inversa de la matriz de rotación.

3.4.4 Marco de referencia para el actuador.

Asumiendo que cada actuador está conectado a la plataforma fija por una articulación universal, como ésta no puede rotar alrededor del eje longitudinal, la orientación del actuador i con respecto a la plataforma fija puede ser descrita por dos ángulos de Euler. La matriz que se crea por estas rotaciones es la Ecuación 3-18, pero dado que una de las rotaciones nunca existirá (la rotación sobre el eje z_i), la matriz puede ser reescrita en función de las únicas dos rotaciones existentes como:

$$R_i = \begin{bmatrix} \cos \phi_i \cos \theta_i & -\sin \phi_i & \cos \phi_i \sin \theta_i \\ \sin \phi_i \cos \theta_i & \cos \phi_i & \sin \phi_i \sin \theta_i \\ -\sin \theta_i & 0 & \cos \theta_i \end{bmatrix}$$

Ecuación 3-36 Matriz de rotación para los actuadores.

La Figura 3-23 establece un marco de referencia relacionado al actuador de la plataforma GS; de la misma forma, en cada actuador de la plataforma GS se definirá un marco de referencia para conocer su posición y orientación, tal como se representa en la Figura 3-24.

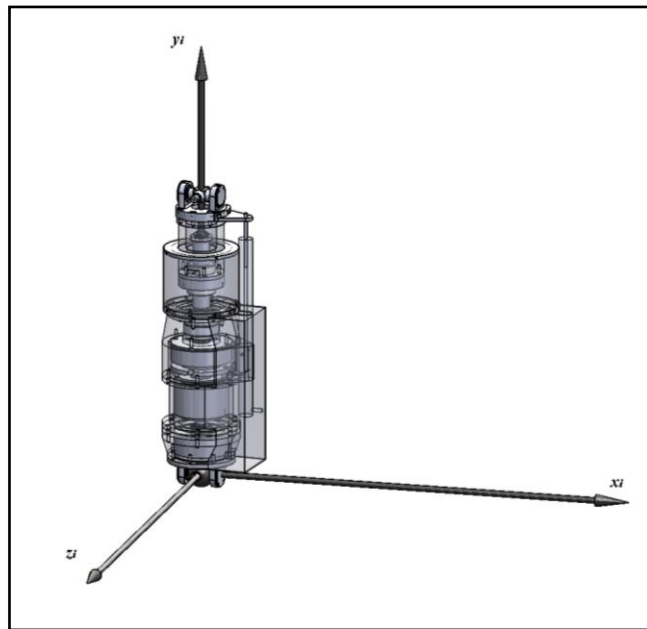


Figura 3-23 Definición del marco de referencia local para el actuador lineal.

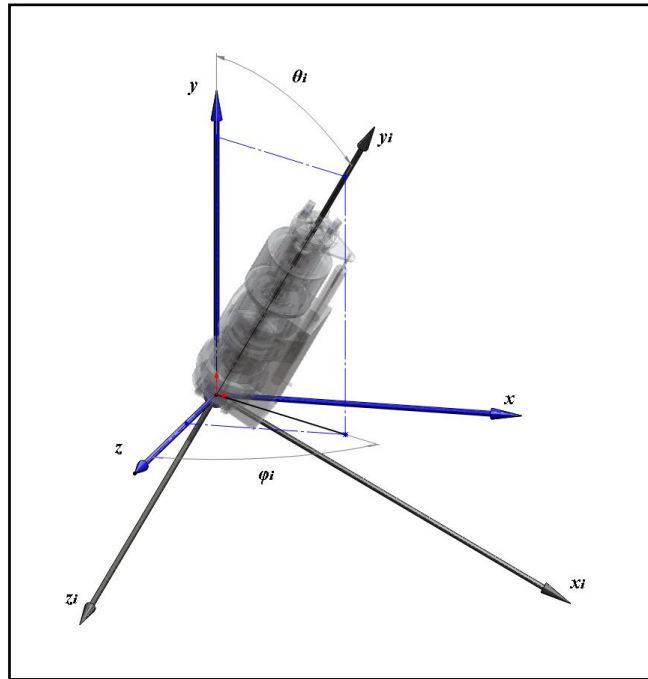


Figura 3-24 Rotación del actuador lineal respecto al marco de referencia general.

Una vez que está resuelta la cinemática de la plataforma GS, es posible determinar el vector que representa a cada actuador, de este vector podemos obtener su vector unitario, el cual está representado en el sistema coordenado fijo A , como s . Ese mismo vector unitario al representarlo en el sistema coordenado de su propio actuador tendrá componente solo en z_i ; $S_i = (0,0,1)$. Para determinar los valores de ϕ_i y θ_i , aplicamos la rotación de S_i para representarlo en el marco coordenado fijo. Esto lo hacemos multiplicando la inversa de la matriz de rotación R_i por S_i .

El vector unitario indicado en la Ecuación 3-37 de cada actuador puede ahora ser escrito en términos de su propio marco coordenado como:

$$s_i = \begin{bmatrix} \cos \phi_i \sin \theta_i \\ \sin \phi_i \sin \theta_i \\ \cos \theta_i \end{bmatrix}$$

Ecuación 3-37 Vector unitario de cada actuador.

Dado que conocemos las componentes del vector unitario, (determinado en el análisis cinemático), podemos resolver para determinar los ángulos de Euler en la Ecuación 3-38 de la siguiente manera:

$$\cos \theta_i = s_{iz}$$

$$\sin \theta_i = \sqrt{s_{ix}^2 + s_{iy}^2}$$

$$\sin \phi_i = \frac{s_{iy}}{\sin \theta_i}$$

$$\cos \phi_i = \frac{s_{ix}}{\sin \theta_i}$$

Ecuación 3-38 Determinar ángulos de Euler en los actuadores.

Donde s_{ix} , s_{iy} y s_{iz} son los componentes x, y, z de S_i .

Como se muestra en la Figura 3-25, cada actuador consiste de un cilindro y un pistón. Siendo e_1 la distancia entre la articulación esférica en la plataforma base y el centro de masa del cilindro, además siendo e_2 la distancia entre la articulación en la plataforma móvil y el centro de masa del pistón.

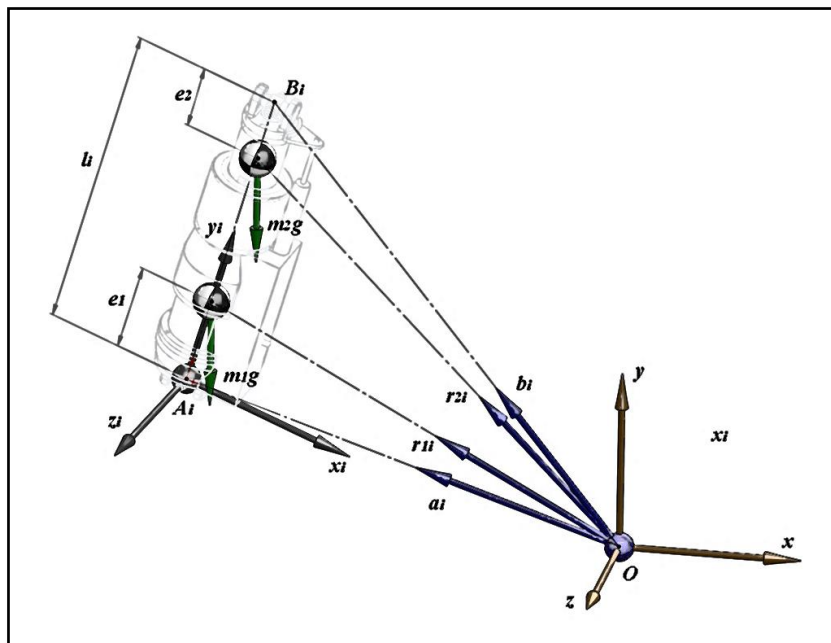


Figura 3-25 Definición de DCL para el actuador i.

3.4.5 Análisis de velocidad para el actuador

A continuación, calculamos las velocidades lineales y angulares de cada actuador en función de la velocidad lineal y angular de la plataforma móvil, como se representa en la Figura 3-26, esto porque la velocidad de la articulación B_i , v_{bi} , se obtiene tanto por la velocidad lineal como angular de la plataforma, recordando que la velocidad angular la podemos transformar en una velocidad lineal de un punto determinado mediante un producto cruz entre el vector velocidad angular y el vector posición del punto a analizar.

La velocidad de B_i puede ser escrita como:

$$v_{bi} = v_p + \omega_p \times b_i$$

Ecuación 3-39 Velocidad en las coordenadas articulares B_i .

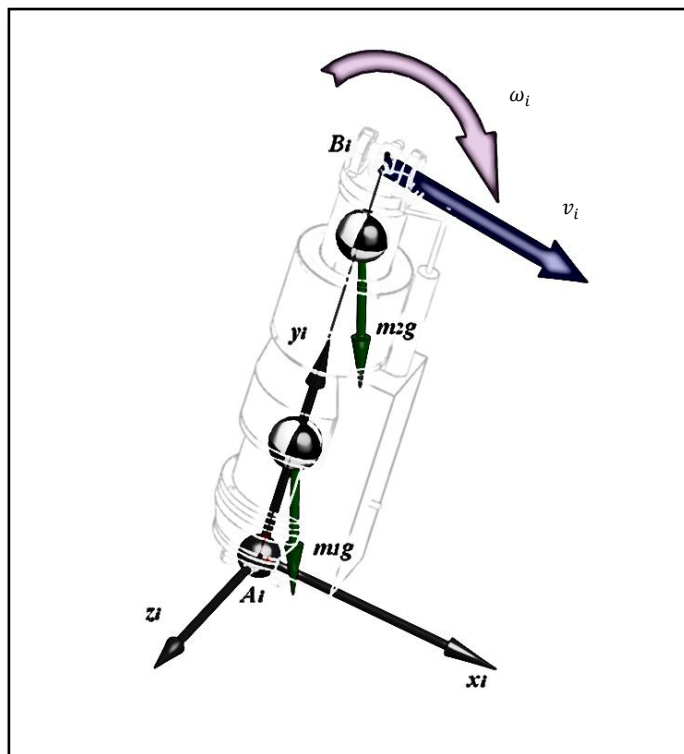


Figura 3-26 Definición de velocidad lineal y angular en el punto B_i .

Con la Ecuación 3-40 se está transformando v_{bi} al marco coordenado del actuador i obtenemos:

$$v_{bi}^i = R_A^i v_{bi}$$

Ecuación 3-40 Velocidad en coordenadas articulares con respecto al actuador i.

Dado que el marco coordenado i la componente en z_i , está en el eje longitudinal del actuador tal como se representa en la Figura 3-27, se determina la velocidad lineal del actuador en la Ecuación 3-41 y Ecuación 3-42.

$$v_{bi}^i = l_i \omega_i^i \times s_i^i + \dot{l}_i s_i^i$$

Ecuación 3-41 Ecuación para determinar la velocidad del actuador.

$$\dot{l}_i = v_{bizi}^i$$

Ecuación 3-42 Velocidad lineal del actuador.

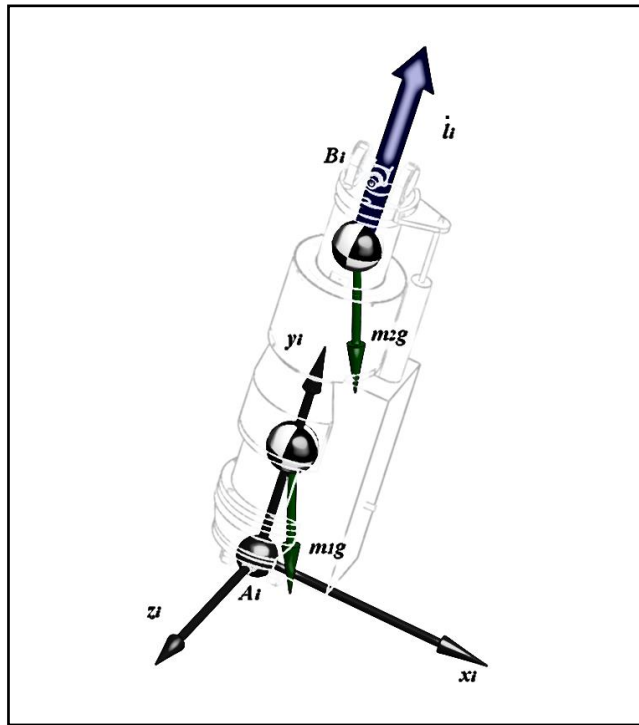


Figura 3-27 Definición de velocidad lineal del actuador \dot{l}_i .

Para determinar la velocidad angular del actuador expresado en su propio sistema coordenado se aplica la Ecuación 3-43.

$$\boldsymbol{\omega}_i^i = \frac{1}{l_i} (\mathbf{s}_i^i \times \mathbf{v}_i^i)$$

Ecuación 3-43 Velocidad angular para el actuador i.

3.4.6 Análisis de aceleración para el actuador

La aceleración de la articulación en el punto B_i , expresada en el sistema coordenado fijo mediante la Ecuación 3-44, es determinada tomando la derivada con respecto al tiempo de la Ecuación 3-39.

$$\dot{\mathbf{v}}_{bi} = \dot{\mathbf{v}}_p + \dot{\boldsymbol{\omega}}_p \times \mathbf{b}_i + \boldsymbol{\omega}_p \times (\boldsymbol{\omega}_p \times \mathbf{b}_i)$$

Ecuación 3-44 Aceleración en coordenadas articulares B_i .

Expresando $\dot{\mathbf{v}}_{bi}$ en el i marco coordenado obtenemos la Ecuación 3-45.

$$\dot{\mathbf{v}}_{bi}^i = \mathbf{R}_A^i \dot{\mathbf{v}}_{bi}$$

Ecuación 3-45 Aceleración en coordenadas articulares con respecto al actuador i.

Para obtener la aceleración angular del actuador en la Ecuación 3-46.

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_i^i = \frac{1}{l_i} \mathbf{s}_i^i \times \dot{\mathbf{v}}_{bi} - \frac{2\dot{d}_i}{d_i} \boldsymbol{\omega}_i^i$$

Ecuación 3-46 Aceleración angular en actuador i.

En la Figura 3-28 se representa la aceleración angular y las aceleraciones en los centros de masa del cilindro y el piston como elementos del actuador de la plataforma GS; los cuales están con referencia al marco de referencia i .

3.4.7 Formulación del trabajo virtual

En la ejecución del principio del trabajo virtual basado en la Ecuación 3-33 los desplazamientos virtuales deben ser compatibles con las restricciones cinemáticas impuestas por las articulaciones. Por lo tanto, es necesario relacionar esos desplazamientos virtuales con un conjunto de desplazamientos virtuales independientes generalizados. Para los manipuladores paralelos, las coordenadas de la plataforma móvil, $x_p = [x_p, y_p, z_p, \alpha, \beta, \gamma]^T$ pueden convenientemente ser seleccionadas como las coordenadas generalizadas. Esto es porque los desplazamientos virtuales de las articulaciones δq , son relacionado con los desplazamientos virtuales de la plataforma móvil, δx_p , por la matriz Jacobiana del manipulador J_p , lo cual se representa en la Ecuación 3-49.

$$\delta q = J_p * \delta x_p$$

Ecuación 3-49 Ecuación de los desplazamientos virtuales en plataforma móvil.

Además, el desplazamiento virtual del actuador i , δx_i puede ser relacionado con el desplazamiento virtual de la plataforma móvil, δx_p por la matriz Jacobiana del actuador J_i , indicado en la Ecuación 3-50.

$$\delta x_i = J_i * \delta x_p$$

Ecuación 3-50 Ecuación de los desplazamientos virtuales en actuadores.

En general, si el número de actuadores es igual al número de grados de libertad del manipulador, J_p es una matriz cuadrada. Entonces τ puede ser determinado de forma única con la Ecuación 3-51.

$$\tau = -J_p^{-T} * (F_p + \sum_i^6 J_i^T F_i)$$

Ecuación 3-51 Ecuación que define τ .

Por otro lado si el número de actuadores es mayor que el número de grados de libertad, τ tiene a un número infinito de soluciones.

Un paso crítico en la formulación de las ecuaciones de movimiento d'Alembert es la derivación de la matriz Jacobiana del manipulador y de las matrices Jacobianas de los actuadores Ecuación 3-52. Para identificar la matriz Jacobiana del manipulador, J_{bi} escribimos la siguiente Ecuación 3-53.

$$v_{bi} = J_{bi} * \dot{x}_p$$

Ecuación 3-52 Ecuación para definir v_{bi} en el punto B_i .

Dónde:

$$J_{bi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & b_{iz} & -b_{iy} \\ 0 & 1 & 0 & -b_{iz} & 0 & b_{ix} \\ 0 & 0 & 1 & b_{iy} & -b_{ix} & 0 \end{bmatrix}$$

Ecuación 3-53 Matriz Jacobiana del marco de referencia i .

Para representar la matriz Jacobiana en el marco de referencia i se cuenta con la Ecuación 3-54:

$$J_{bi}^i = R_A^i * J_{bi}$$

Ecuación 3-54 Ecuación de rotación respecto al marco de referencia i .

Donde R_A^i es la matriz de rotación del marco fijo A al marco de referencia i . Esto dará como resultado una matriz de 3×6 .

Tomando la derivada con respecto al tiempo de la Ecuación 3-49 se genera la Ecuación 3-55.

$$\dot{q} = J_p * \dot{x}_p$$

Ecuación 3-55 Ecuación de las velocidades virtuales en actuadores.

Dónde la matriz Jacobiana de la plataforma móvil está indicada en la Ecuación 3-56.

$$J_p = [J_{b1z}^1 \quad J_{b2z}^2 \quad J_{b3z}^3 \quad J_{b4z}^4 \quad J_{b5z}^5 \quad J_{b6z}^6]^T$$

Ecuación 3-56 Matriz Jacobiana de la plataforma móvil desarrollada.

Se asume que la fuerza gravitacional es la única fuerza actuando en el manipulador. Entonces el vector en el cual están los valores de las fuerzas ejercidas por aceleraciones lineales y angulares se escribe en la Ecuación 3-57.

$$F_p = \begin{bmatrix} f_p \\ n_p \end{bmatrix}$$

Ecuación 3-57 Fuerzas aplicadas en la plataforma móvil.

Donde $I_p^A = R_B^A I_p^B$, denota la matriz de inercia de la plataforma móvil tomado en el centro de masa y expresado en el marco coordenado fijo A .

De manera similar los vectores en los cuales están los valores de las fuerzas para cada elemento del actuador están dados por las ecuaciones Ecuación 3-58 y Ecuación 3-59.

$$F_{1i} = \begin{bmatrix} f_{1i} \\ n_{1i} \end{bmatrix}$$

Ecuación 3-58 Fuerzas aplicadas en el cilindro del actuador.

$$F_{2i} = \begin{bmatrix} f_{2i} \\ n_{2i} \end{bmatrix}$$

Ecuación 3-59 Fuerzas aplicadas en el actuador.

3.4.8 Ecuaciones del movimiento

Ahora aplicamos el principio de trabajo virtual para la derivación de las ecuaciones de movimiento. La Ecuación 3-33 puede ser escrita específicamente para la plataforma GS como la Ecuación 3-60 y de forma desarrollada en la Ecuación 3-61.

$$\delta q^T \tau + \delta x_p^T F_p + \sum_i^6 (\delta x_{1i}^T F_{1i} + \delta x_{2i}^T F_{2i}) = 0$$

Ecuación 3-60 Principio del trabajo virtual para plataforma GS.

Note que la F_p esta expresado en el marco coordenado fijo A . Cuando F_{1i} y F_{2i} están expresados en el i marco coordenado y entonces transformado dentro del marco coordenado fijo por la matriz Jacobiana transpuesta del actuador. De forma similar, el vector de fuerzas de los actuadores, τ es especificado en la articulación esférica del actuador y luego transformado dentro del marco coordenado fijo por la matriz Jacobiana transpuesta del manipulador.

$$J_p^T(\tau + F_z) + F_p + J_x^T F_x + J_y^T F_y = 0$$

Ecuación 3-61 Principio del trabajo virtual para plataforma GS desarrollado.

Dónde los términos de la Ecuación 3-61, estarán definidos por los elementos de las Ecuación 3-62:

$$J_x = \begin{bmatrix} J_{b1x}^1 \\ J_{b2x}^2 \\ J_{b3x}^3 \\ J_{b4x}^4 \\ J_{b5x}^5 \\ J_{b6x}^6 \end{bmatrix}$$

$$J_y = \begin{bmatrix} J_{b1y}^1 \\ J_{b2y}^2 \\ J_{b3y}^3 \\ J_{b4y}^4 \\ J_{b5y}^5 \\ J_{b6y}^6 \end{bmatrix}$$

$$F_z = \begin{bmatrix} f_{21z} \\ f_{22z} \\ f_{23z} \\ f_{24z} \\ f_{25z} \\ f_{26z} \end{bmatrix}$$

$$F_x = \left[(e_i f_{jix} + (l_i - e_j) f_{j1x} + n_{jiy} + n_{ijy}) / l_i \right]$$

$$F_y = \left[(e_i f_{jiy} + (l_i - e_j) f_{j1y} + n_{jix} + n_{ijx}) / l_i \right]$$

Ecuación 3-62 Elementos de la Ecuación 3-61

Donde f_{jix} , f_{jiy} y f_{jiz} son los componentes x , y y z de f_{ji} , y n_{jix} , n_{jiy} y n_{jiz} son los componentes x , y y z de n_{ji} , de la Ecuación 3-63 la fuerza requerida en el actuador para producir las características del movimiento deseado puede ser calculado usando, por ejemplo, el método de eliminación de Gauss.

$$\tau = -F_z - J_p^{-T}(F_p + J_x^T F_x + J_y^T F_y)$$

Ecuación 3-63 Ecuación que define τ en cada actuador.

Note que las fuerzas en el actuador dependen de la inversa de la transpuesta de la matriz Jacobiana del manipulador, J_p^{-T} , además, el cálculo de las fuerzas del actuador puede convertirse numéricamente inestable cuando el manipulador se acerca a una configuración singular.

Se puede observar que utilizando el principio del trabajo virtual, las restricciones de fuerzas y momentos son eliminados de las ecuaciones de movimiento. Este método es, además, más eficiente que la formulación de Newton-Euler y la formulación Lagrangiana. Es potencialmente de uso completo para el control de manipulador paralelo en tiempo real.

4. CAPÍTULO 4 RESULTADOS

Se presentan los resultados generados por este trabajo a nivel de publicaciones internacionales y resultados analíticos que permiten generar un criterio de análisis en la implementación de plataformas GS a través de una comprensión más profunda de su comportamiento cinemático y dinámico, lo que permite conocer las variables que tienen mayor impacto en el desempeño y operación del sistema con una perspectiva de optimización y mejora en la operación principal que se espera de la plataforma GS como un sistema de compensación para mantener alineado y enfocado el espejo secundario M2 y espejo primario M1 en el TSPM.

4.1 REFERENCIAS A PUBLICACIONES GENERADAS

Como parte de la divulgación del trabajo generado en el desarrollo del TSPM se hizo una presentación en congreso y se presentaron dos artículos en el congreso SPIE 2016 con las siguientes referencias:

López, A. (2015). Análisis de plataforma Gough-Stewart aplicada a la alineación y enfoque del espejo secundario en TSPM de 6.5m. *Segundo Congreso Multidisciplinario Tecnológico de El Mante*

Toledo-Ramirez, G. K., Bringas-Rico, V., Reyes, N., Uribe, J., & López, A. (2016). San Pedro Martir Telescope; Mexican design endeavor. *Ground-based and Airborne Telescopes VI, SPIE 9906*.

Uribe, J., Bringas, V., Reyes, N., Tovar, C., & López, A. (2016). Mechanical conceptual design of 6.5 meter telescope: Telescopio San Pedro Mártir (TSPM). *Ground-based and Airborne Telescope VI; SPIE 9906*.

En el concepto establecido (Jorge Uribe, 2014) y (Uribe, Bringas, Reyes, Tovar, & Lopez, 2016) para el desarrollo del TSPM se considera como la mejor manera de lograr la compensación de posición y orientación del espejo secundario es con un robot de configuración paralela (Stewart, 1965) y (Gough, 1962), denominado generalmente como hexápodo o plataforma GS formada por dos plataformas, una fija y otra móvil, las cuales

están articuladas en base a seis actuadores lineales y un elemento de retroalimentación de posición para cada actuador que permite una interpolación de los seis actuadores.

Al trabajar en la caracterización de la plataforma GS se buscará entender en profundidad las variables que lo componen, con el principal propósito de poder aplicar esta tecnología a los escenarios donde se puede sacar el mejor beneficio de sus ventajas frente a otro tipo de manipuladores o sistemas robotizados. Cabe señalar que este sistema al ser parte del TSPM y ser una propuesta de vanguardia para la astronomía en México (Toledo-Ramirez, Bringas-Rico, Reyes, Uribe, & Lopez, 2016) se presenta la oportunidad de desarrollar la plataforma GS para formar recursos humanos de alta especialidad en diversas áreas del conocimiento en etapas posteriores del proyecto; tales como, diseño mecánico, diseño electrónico, control en robótica y el estudio de algoritmos de control.

4.2 PRESENTACIÓN DE RESULTADOS

En el análisis de los resultados obtenidos por el método desarrollado y para ejercitarlo de tal manera que nos permita generar conclusiones de impacto en los objetivos que se están buscando se proponen una decena de escenarios en la Tabla 4-1 que tienen relevancia por las posiciones y orientaciones que se demandan a la plataforma GS en el proceso de observación y seguimiento del TSPM.

Tabla 4-1 Listado de escenarios a ser analizados.

	X	Y	Z	α	β	γ	tf
A	-15.0000	-10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2.0000	10.0000
B	15.0000	-10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-2.0000	10.0000
C	-10.0000	10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2.0000	10.0000
D	10.0000	10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-2.0000	10.0000
E	0.0000	-10.0000	20.0000	2.0000	0.0000	0.0000	10.0000
F	0.0000	-10.0000	-20.0000	-2.0000	0.0000	0.0000	10.0000
G	45.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	10.0000
H	-45.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	10.0000
I	0.0000	29.6600	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	10.0000
J	0.0000	-29.6600	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	10.0000

4.2.1 Resultados en escenario A

En el escenario A se presenta la posición deseada en una estructura de alambre en la Figura 4-1 y la Tabla 4-2; en este escenario, se propone un desplazamiento en $x = -15$, $y = -10$ y $z = 0$; y en orientación en $\alpha = 0$, $\beta = 0$ y $\gamma = 2$; para lo cual se presenta la gráfica generada por el programa desarrollado en la Figura 4-2 y como resultado la velocidad indicada en la Figura 4-3 y la fuerza en la Figura 4-4.

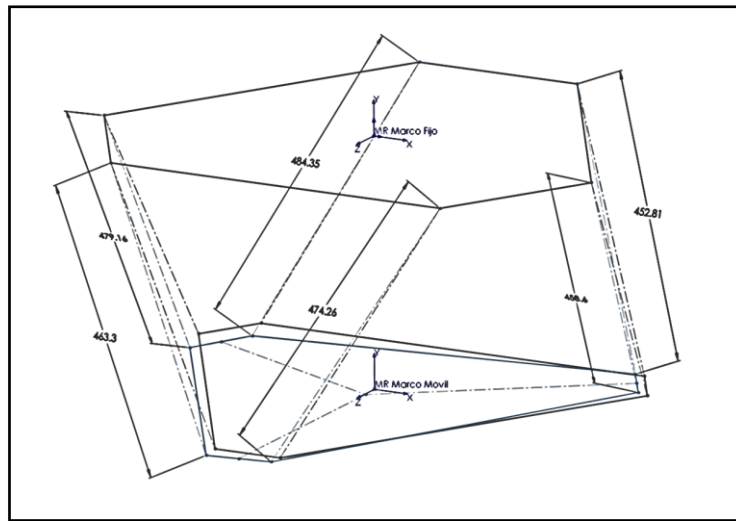


Figura 4-1 Condiciones esperadas en escenario A.

Tabla 4-2 Tabla de escenario A.

X	Y	Z	α	β	γ	tf
-15.0000	-10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2.0000	10.0000

CI_Aldo_01.m

Coordenadas de articulaciones móviles en posición final;

X	Y	Z
39.9365	-400.1316	405.3500
363.2994	-388.8395	-155.0700
308.3629	-390.7579	-250.2800

-338.3629 -413.3421 -250.2800
-393.2994 -415.2605 -155.0700
-69.9365 -403.9684 405.3500

Longitud total de los actuadores en posición final;

Longitud total del actuador

474.2638
458.6039
452.8152
484.3570
479.1622
463.2979

Desplazamiento lineal en los actuadores;

Desplazamiento del actuador

14.2638
-1.3961
-7.1848
24.3570
19.1622
3.2979

Carrera máxima y mínima lineal en los actuadores y su posición nominal;

Dmax	Dmin	Carrera total
24.3570	-7.1848	31.5418

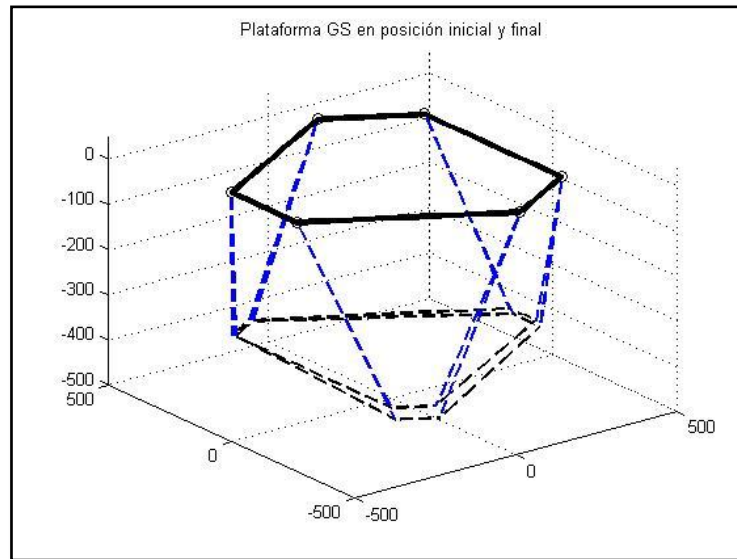


Figura 4-2 Presentación grafica en escenario A.

DVA_Aldo_01.m

Valores máximos y mínimos de desplazamiento lineal en los actuadores;

Mínimo	Máximo	Desplazamiento
460.0010	484.8743	24.8733
453.9189	460.0015	6.0826
460.0033	467.9139	7.9106
460.0033	467.9139	7.9106
453.9189	460.0015	6.0826
460.0010	484.8743	24.8733

Carrera máxima y mínima lineal en los actuadores y su posición nominal;

Mínima	Máxima	Carrera
6.0826	24.8733	18.7907

Valores máximos y mínimos de velocidad lineal en los actuadores;

Mínimo	Máximo	Velocidad
0	4.1657	4.1657
0	0.2307	0.2307
0	0.6603	0.6603
0	0.6603	0.6603
0	0.2307	0.2307
0	4.1657	4.1657

Valores máximos y mínimos de aceleración lineal en los actuadores;

Mínimo	Máximo	Aceleración
-1.3023	1.2621	2.5644
-0.0944	0.0381	0.1325
-0.2237	0.1804	0.4042
-0.2237	0.1804	0.4042
-0.0944	0.0381	0.1325
-1.3023	1.2621	2.5644

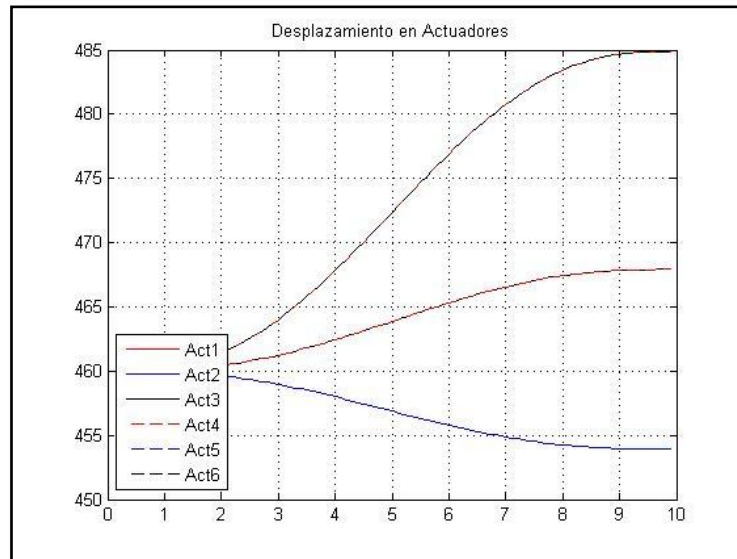


Figura 4-3 Comparación de velocidades lineales en escenario A.

VW_Aldo_01.m

Valores máximos y mínimos de fuerza necesaria en actuadores;

Mínimo	Máximo
41.0755	47.2215
45.1223	47.2207
47.2195	50.3901
42.7210	47.2215
47.2197	48.4298
47.2187	52.0430

Parámetros máximo y mínimo de fuerza total en actuadores;

Mínimo	Máximo
41.0755	52.0430

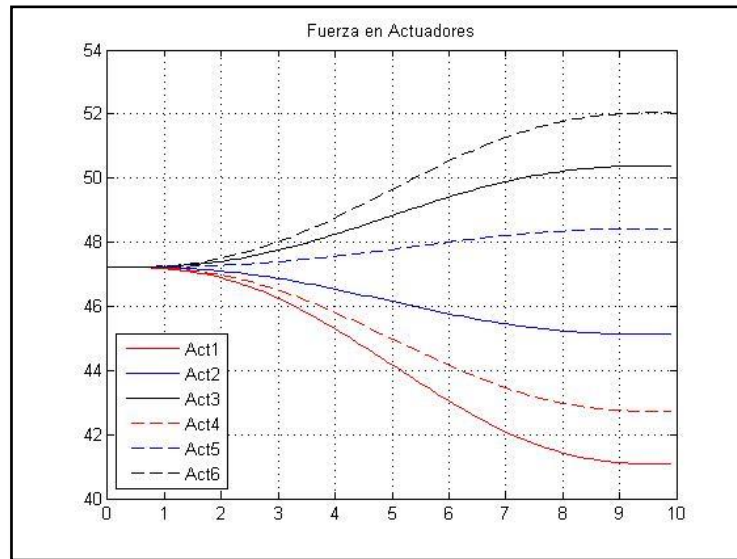


Figura 4-4 Comparación de fuerza en actuadores en escenario A.

4.2.2 Resultados en escenario B

En el escenario B se presenta la posición deseada en una estructura de alambre en la Figura 4-5 y la Tabla 4-3; en este escenario, se propone un desplazamiento en $x = 15$, $y = -10$ y $z = 0$; y en orientación en $\alpha = 0$, $\beta = 0$ y $\gamma = -2$; para lo cual se presenta la gráfica generada por el programa desarrollado en la Figura 4-6 y como resultado la velocidad indicada en la Figura 4-7 y la fuerza en la Figura 4-8.

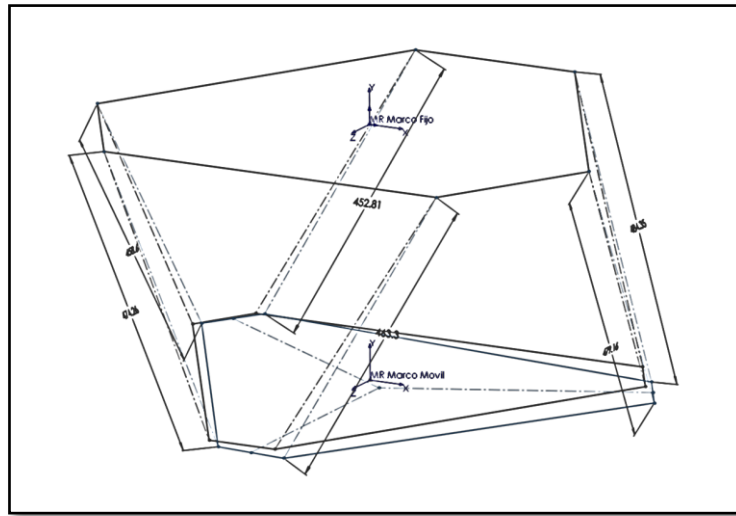


Figura 4-5 Condiciones esperadas en escenario B.

Tabla 4-3 Tabla de escenario B.

X	Y	Z	α	β	γ	tf
15.0000	-10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-2.0000	10.0000

CI_Aldo_01.m

Coordenadas de articulaciones móviles en posición final;

X	Y	Z
69.9365	-403.9684	405.3500
393.2994	-415.2605	-155.0700
338.3629	-413.3421	-250.2800

-308.3629 -390.7579 -250.2800
-363.2994 -388.8395 -155.0700
-39.9365 -400.1316 405.3500

Longitud total de los actuadores en posición final;

Longitud total del actuador

463.2979
479.1622
484.3570
452.8152
458.6039
474.2638

Desplazamiento lineal en los actuadores;

Desplazamiento del actuador

3.2979
19.1622
24.3570
-7.1848
-1.3961
14.2638

Carrera máxima y mínima lineal en los actuadores y su posición nominal;

Dmax	Dmin	Carrera total
24.3570	-7.1848	31.5418

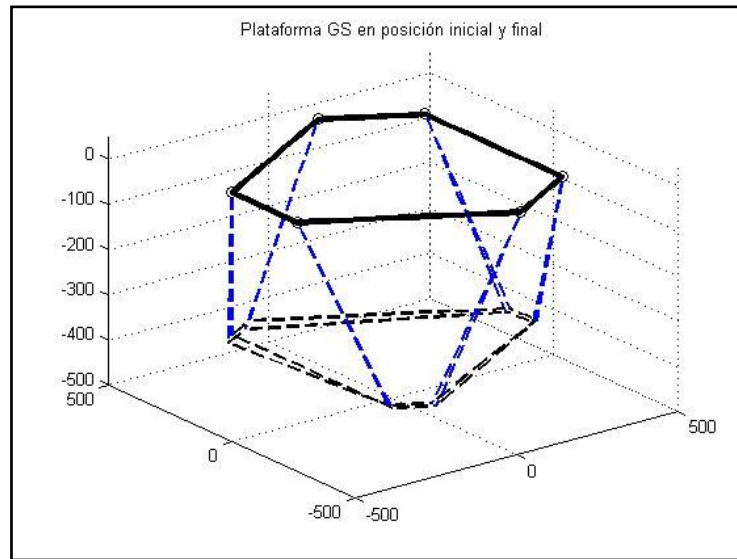


Figura 4-6 Presentación grafica en escenario B.

DVA_Aldo_01.m

Valores máximos y mínimos de desplazamiento lineal en los actuadores;

Mínimo	Máximo	Desplazamiento
460.0010	463.2979	3.2968
460.0015	479.1620	19.1605
460.0033	484.3567	24.3534
452.8152	460.0033	7.1881
458.6039	460.0015	1.3976
460.0010	474.2637	14.2626

Carrera máxima y mínima lineal en los actuadores y su posición nominal;

Mínima	Máxima	Carrera
1.3976	24.3534	22.9558

Valores máximos y mínimos de velocidad lineal en los actuadores;

Mínimo	Máximo	Velocidad
0	1.8744	1.8744
0	3.7750	3.7750
0	3.5208	3.5208
-0.2691	0	0.2691
-0.4499	0	0.4499
0	1.4350	1.4350

Valores máximos y mínimos de aceleración lineal en los actuadores;

Mínimo	Máximo	Aceleración
-0.6015	0.5515	1.1530
-1.1839	1.1400	2.3239
-1.0904	1.0775	2.1679
-0.0975	0.0666	0.1640
-0.1533	0.1223	0.2756
-0.4506	0.4330	0.8836

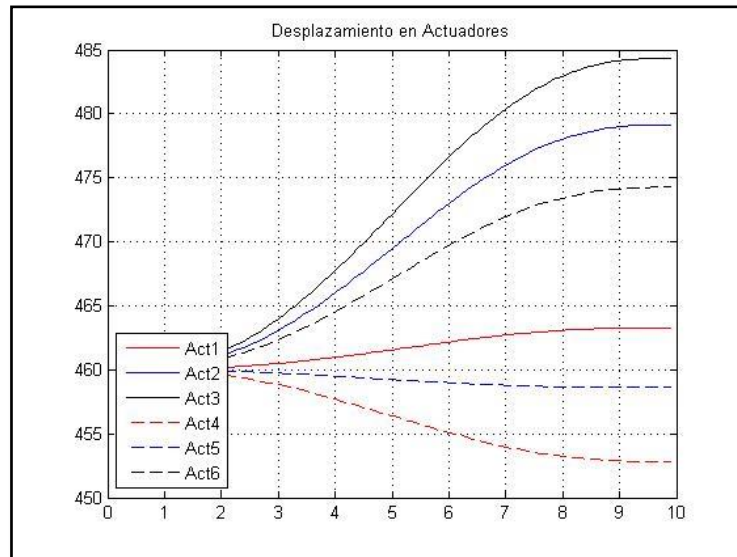


Figura 4-7 Comparación de velocidades lineales en escenario B.

VW_Aldo_01.m

Valores máximos y mínimos de fuerza necesaria en actuadores;

Mínimo	Máximo
47.2187	52.0430
47.2197	48.4298
42.7210	47.2215
47.2195	50.3901
45.1223	47.2207
41.0755	47.2215

Parámetros máximo y mínimo de fuerza total en actuadores;

Mínimo	Máximo
41.0755	52.0430

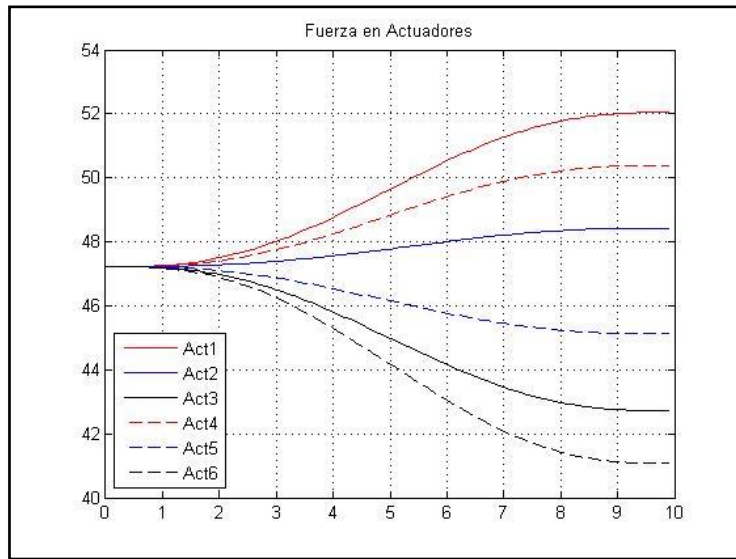


Figura 4-8 Comparación de fuerza en actuadores en escenario B.

4.2.3 Resultados en escenario C

En el escenario C se presenta la posición deseada en una estructura de alambre en la Figura 4-9 y la Tabla 4-4; en este escenario, se propone un desplazamiento en $x = -10$, $y = 10$ y $z = 0$; y en orientación en $\alpha = 0$, $\beta = 0$ y $\gamma = 2$; para lo cual se presenta la gráfica generada por el programa desarrollado en la Figura 4-10 y como resultado la velocidad indicada en la Figura 4-11 y la fuerza en la Figura 4-12.

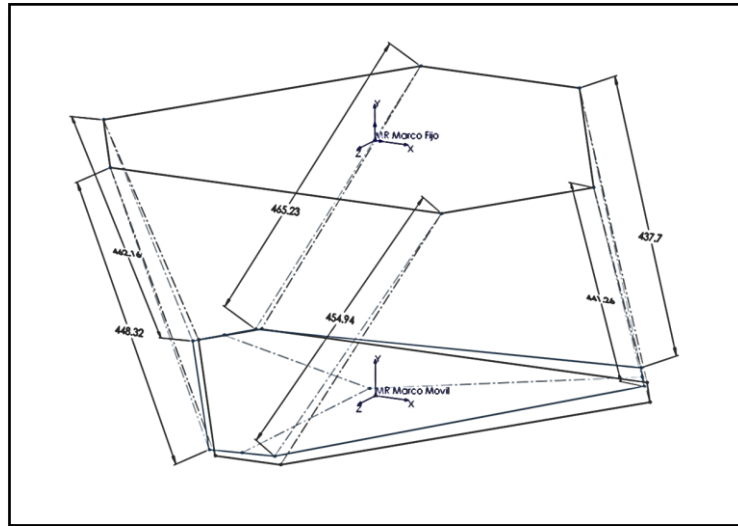


Figura 4-9 Condiciones esperadas en escenario C.

Tabla 4-4 Tabla de escenario C.

X	Y	Z	α	β	γ	tf
-10.0000	10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2.0000	10.0000

CI_Aldo_01.m

Coordenadas de articulaciones móviles en posición final;

X	Y	Z
44.9365	-380.1316	405.3500
368.2994	-368.8395	-155.0700
313.3629	-370.7579	-250.2800

-333.3629 -393.3421 -250.2800
-388.2994 -395.2605 -155.0700
-64.9365 -383.9684 405.3500

Longitud total de los actuadores en posición final;

Longitud total del actuador

454.9375
441.2609
437.7057
465.2343
462.1566
448.3179

Desplazamiento lineal en los actuadores;

Desplazamiento del actuador

-5.0625
-18.7391
-22.2943
5.2343
2.1566
-11.6821

Carrera máxima y mínima lineal en los actuadores y su posición nominal;

Dmax	Dmin	Carrera total
5.2343	-22.2943	27.5286

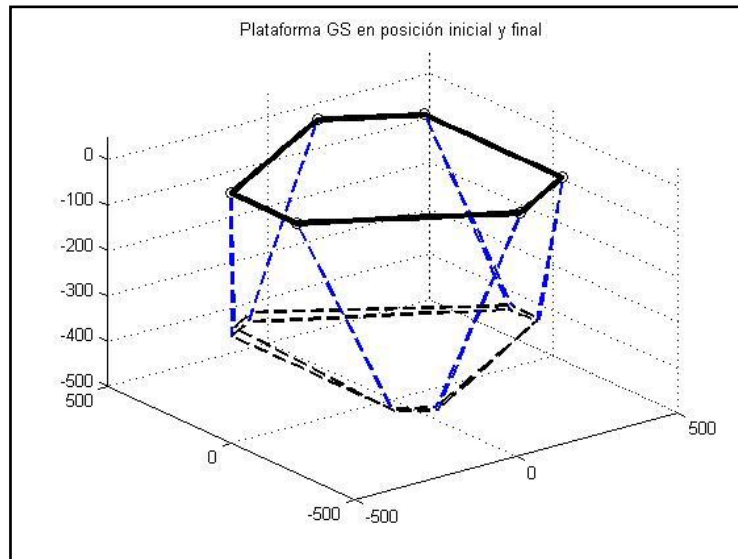


Figura 4-10 Presentación grafica en escenario C.

DVA_Aldo_01.m

Valores máximos y mínimos de desplazamiento lineal en los actuadores;

Mínimo	Máximo	Desplazamiento
454.9376	460.0010	5.0635
441.2611	460.0015	18.7404
437.7059	460.0033	22.2974
460.0033	465.2343	5.2309
460.0015	462.1565	2.1550
448.3180	460.0010	11.6830

Carrera máxima y mínima lineal en los actuadores y su posición nominal;

Mínima	Máxima	Carrera
2.1550	22.2974	20.1423

Valores máximos y mínimos de velocidad lineal en los actuadores;

Mínimo	Máximo	Velocidad
-2.1837	0	2.1837
-3.6986	0	3.6986
-3.1083	0	3.1083
-0.0621	0	0.0621
0	0.5843	0.5843
-0.9480	0	0.9480

Valores máximos y mínimos de aceleración lineal en los actuadores;

Mínimo	Máximo	Aceleración
-0.6896	0.6548	1.3444
-1.1552	1.1219	2.2771
-0.9605	0.9535	1.9141
-0.0289	0.0108	0.0397
-0.1879	0.1717	0.3596
-0.2960	0.2877	0.5838

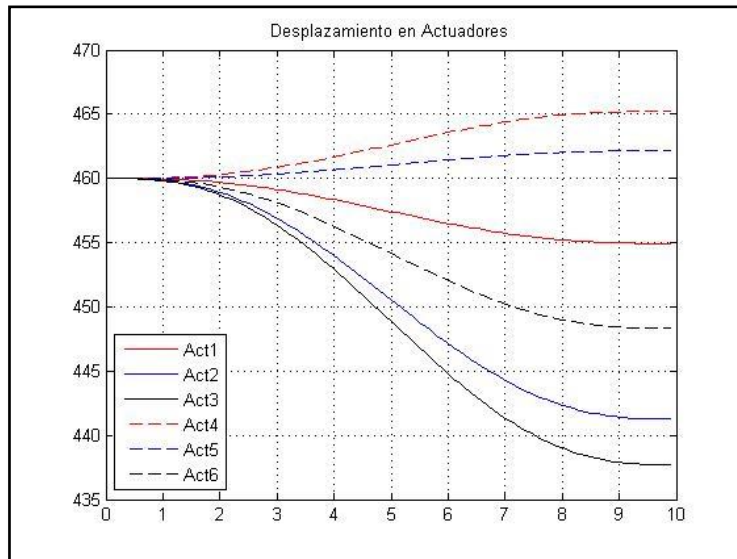


Figura 4-11 Comparación de velocidades lineales en escenario C.

VW_Aldo_01.m

Valores máximos y mínimos de fuerza necesaria en actuadores;

Mínimo	Máximo
44.4238	47.2199
47.1922	47.2532
47.2190	50.4995
45.0914	47.2201
47.2190	48.5915
47.2185	51.1657

Parámetros máximo y mínimo de fuerza total en actuadores;

Mínimo	Máximo
44.4238	51.1657

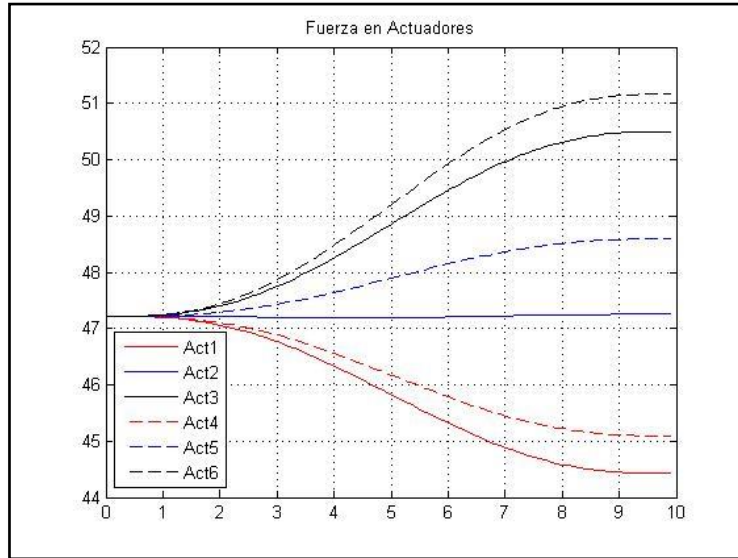


Figura 4-12 Comparación de fuerza en actuadores en escenario C.

4.2.4 Resultados en escenario D

En el escenario D se presenta la posición deseada en una estructura de alambre en la Figura 4-13 y la Tabla 4-5; en este escenario, se propone un desplazamiento en $x = 10$, $y = 10$ y $z = 0$; y en orientación en $\alpha = 0$, $\beta = 0$ y $\gamma = -2$; para lo cual se presenta la gráfica generada por el programa desarrollado en la Figura 4-14 y como resultado la velocidad indicada en la Figura 4-15 y la fuerza en la Figura 4-16.

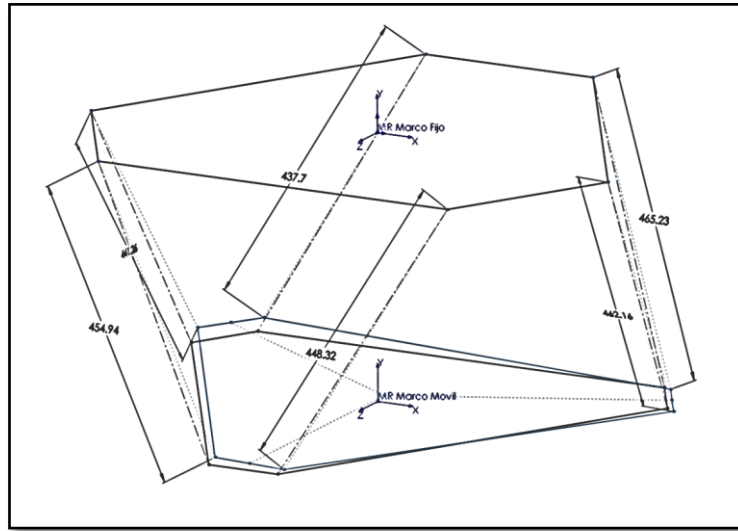


Figura 4-13 Condiciones esperadas en escenario D.

Tabla 4-5 Tabla de escenario D.

X	Y	Z	α	β	γ	tf
10.0000	10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-2.0000	10.0000

CI_Aldo_01.m

Coordenadas de articulaciones móviles en posición final;

X	Y	Z
64.9365	-383.9684	405.3500
388.2994	-395.2605	-155.0700
333.3629	-393.3421	-250.2800

-313.3629 -370.7579 -250.2800
-368.2994 -368.8395 -155.0700
-44.9365 -380.1316 405.3500

Longitud total de los actuadores en posición final;

Longitud total del actuador

448.3179
462.1566
465.2343
437.7057
441.2609
454.9375

Desplazamiento lineal en los actuadores;

Desplazamiento del actuador

-11.6821
2.1566
5.2343
-22.2943
-18.7391
-5.0625

Carrera máxima y mínima lineal en los actuadores y su posición nominal;

Dmax Dmin Carrera total

5.2343 -22.2943 27.5286

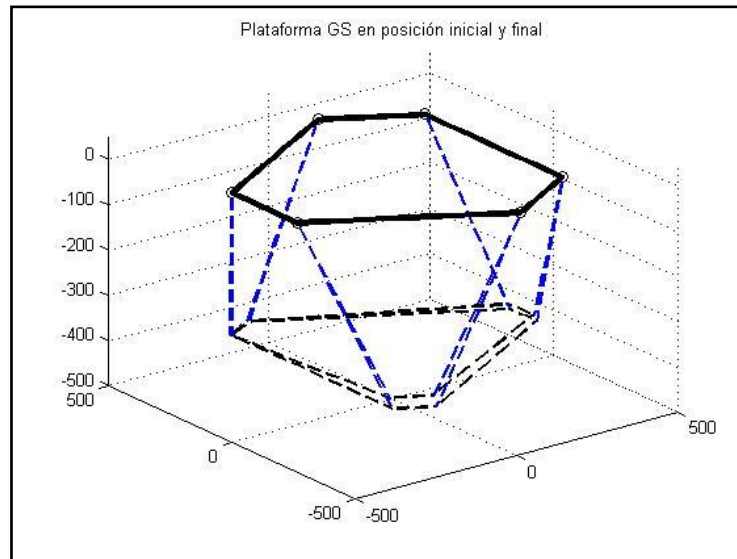


Figura 4-14 Presentación grafica en escenario D.

DVA_Aldo_01.m

Valores máximos y mínimos de desplazamiento lineal en los actuadores;

Mínimo	Máximo	Desplazamiento
448.3180	460.0010	11.6830
460.0015	462.1565	2.1550
460.0033	465.2343	5.2309
437.7059	460.0033	22.2974
441.2611	460.0015	18.7404
454.9376	460.0010	5.0635

Carrera máxima y mínima lineal en los actuadores y su posición nominal;

Mínima	Máxima	Carrera
2.1550	22.2974	20.1423

Valores máximos y mínimos de velocidad lineal en los actuadores;

Mínimo	Máximo	Velocidad
-0.9480	0	0.9480
0	0.5843	0.5843
-0.0621	0	0.0621
-3.1083	0	3.1083
-3.6986	0	3.6986
-2.1837	0	2.1837

Valores máximos y mínimos de aceleración lineal en los actuadores;

Mínimo	Máximo	Aceleración
-0.2960	0.2877	0.5838
-0.1879	0.1717	0.3596
-0.0289	0.0108	0.0397
-0.9605	0.9535	1.9141
-1.1552	1.1219	2.2771
-0.6896	0.6548	1.3444

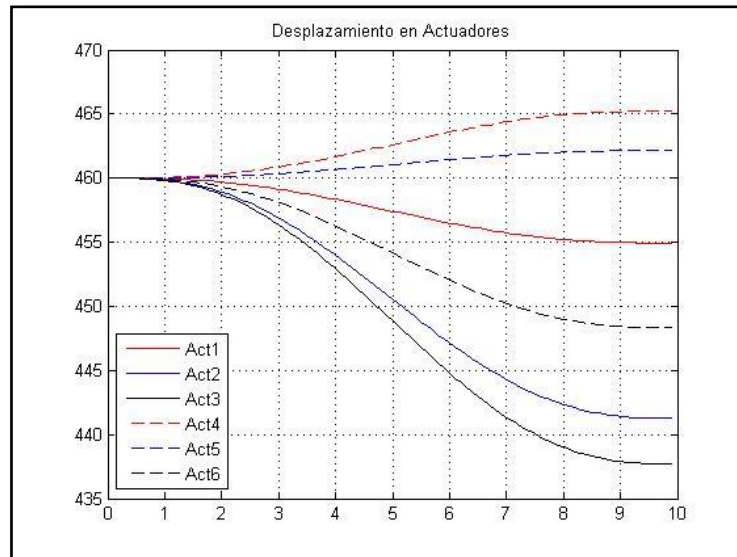


Figura 4-15 Comparación de velocidades lineales en escenario D.

VW_Aldo_01.m

Valores máximos y mínimos de fuerza necesaria en actuadores;

Mínimo	Máximo
47.2185	51.1657
47.2190	48.5915
45.0914	47.2201
47.2190	50.4995
47.1922	47.2532
44.4238	47.2199

Parámetros máximo y mínimo de fuerza total en actuadores;

Mínimo	Máximo
44.4238	51.1657

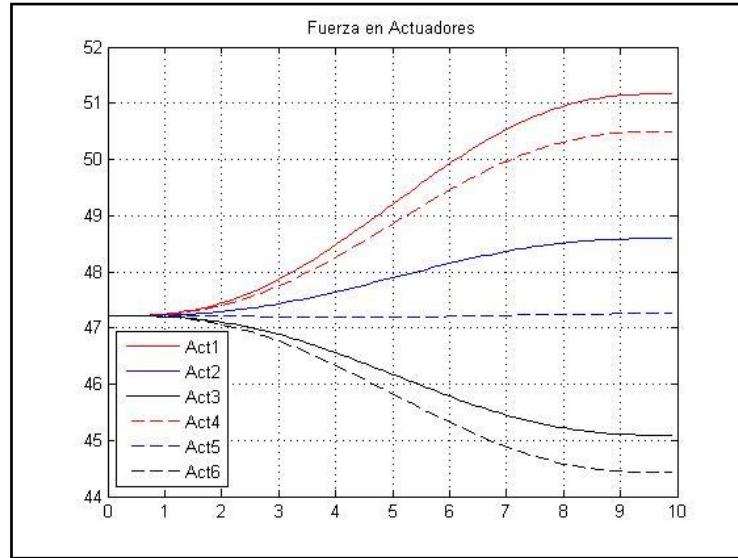


Figura 4-16 Comparación de fuerza en actuadores en escenario D.

4.2.5 Resultados en escenario E

En el escenario E se presenta la posición deseada en una estructura de alambre en la Figura 4-17 y la Tabla 4-6; en este escenario, se propone un desplazamiento en $x = 0$, $y = -10$ y $z = 20$; y en orientación en $\alpha = 2$, $\beta = 0$ y $\gamma = 0$; para lo cual se presenta la gráfica generada por el programa desarrollado en la Figura 4-18 y como resultado la velocidad indicada en la Figura 4-19 y la fuerza en la Figura 4-20.

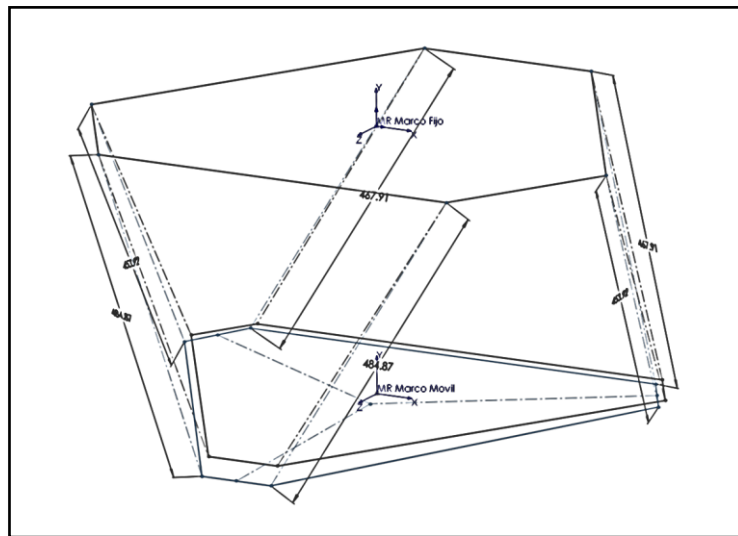


Figura 4-17 Condiciones esperadas en escenario E.

Tabla 4-6 Tabla de escenario E.

X	Y	Z	α	β	γ	tf
0.0000	-10.0000	20.0000	2.0000	0.0000	0.0000	10.0000

Cl_Aldo_01.m

Coordenadas de articulaciones móviles en posición final;

X	Y	Z
54.9700	-416.1965	425.1031
378.5300	-396.6381	-134.9755
323.5600	-393.3154	-230.1275

-323.5600 -393.3154 -230.1275
-378.5300 -396.6381 -134.9755
-54.9700 -416.1965 425.1031

Longitud total de los actuadores en posición final;

Longitud total del actuador

484.8745
453.9189
467.9140
467.9140
453.9189
484.8745

Desplazamiento lineal en los actuadores;

Desplazamiento del actuador

24.8745
-6.0811
7.9140
7.9140
-6.0811
24.8745

Carrera máxima y mínima lineal en los actuadores y su posición nominal;

Dmax	Dmin	Carrera total
24.8745	-6.0811	30.9557

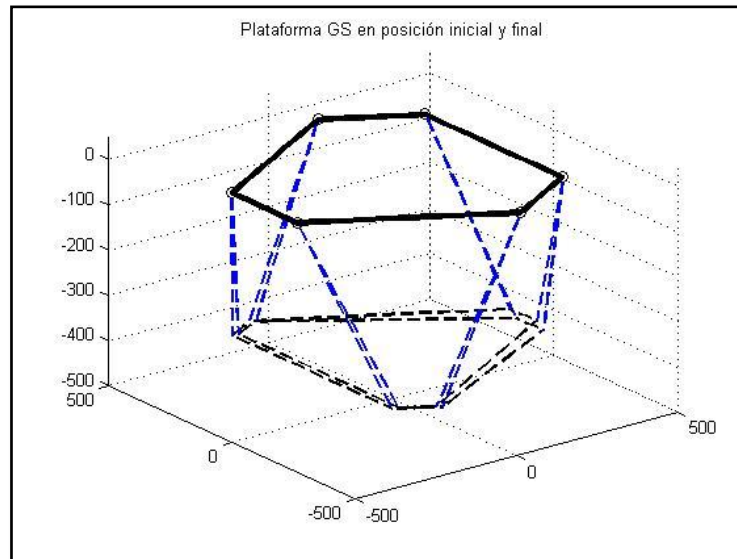


Figura 4-18 Presentación grafica en escenario E.

DVA_Aldo_01.m

Valores máximos y mínimos de desplazamiento lineal en los actuadores;

Mínimo	Máximo	Desplazamiento
460.0010	484.8743	24.8733
453.9189	460.0015	6.0826
460.0033	467.9139	7.9106
460.0033	467.9139	7.9106
453.9189	460.0015	6.0826
460.0010	484.8743	24.8733

Carrera máxima y mínima lineal en los actuadores y su posición nominal;

Mínima	Máxima	Carrera
6.0826	24.8733	18.7907

Valores máximos y mínimos de velocidad lineal en los actuadores;

Mínimo	Máximo	Velocidad
0	4.1657	4.1657
0	0.2307	0.2307
0	0.6603	0.6603
0	0.6603	0.6603
0	0.2307	0.2307
0	4.1657	4.1657

Valores máximos y mínimos de aceleración lineal en los actuadores;

Mínimo	Máximo	Aceleración
-1.3023	1.2621	2.5644
-0.0944	0.0381	0.1325
-0.2237	0.1804	0.4042
-0.2237	0.1804	0.4042
-0.0944	0.0381	0.1325
-1.3023	1.2621	2.5644

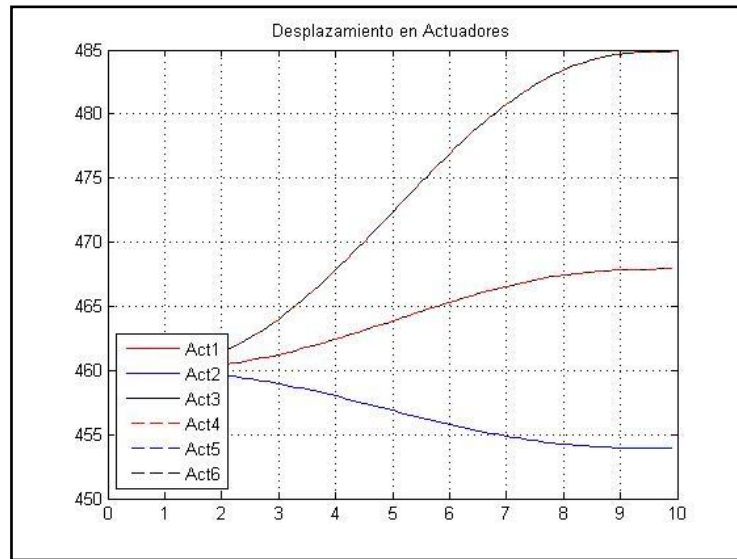


Figura 4-19 Comparación de velocidades lineales en escenario E.

VW_Aldo_01.m

Valores máximos y mínimos de fuerza necesaria en actuadores;

Mínimo	Máximo
45.2684	47.2207
47.2181	53.6512
40.8800	47.2221
40.8800	47.2221
47.2181	53.6512
45.2684	47.2207

Parámetros máximo y mínimo de fuerza total en actuadores;

Mínimo	Máximo
40.8800	53.6512

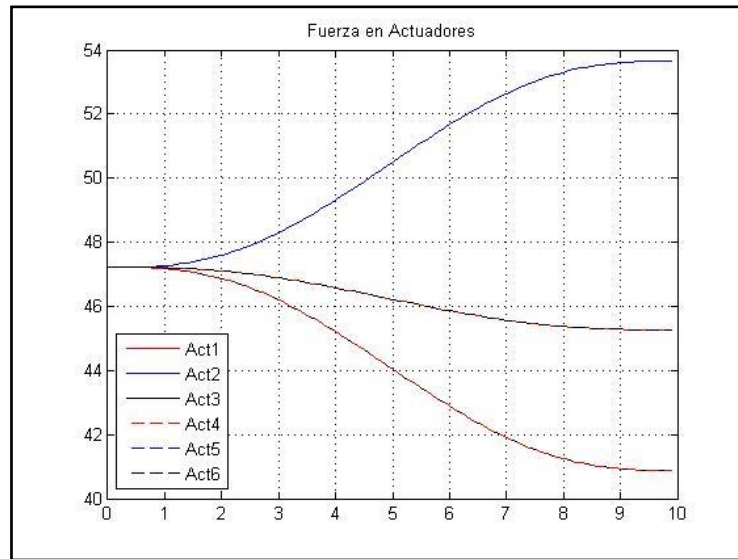


Figura 4-20 Comparación de fuerza en actuadores en escenario E.

4.2.6 Resultados en escenario F

En el escenario F se presenta la posición deseada en una estructura de alambre en la Figura 4-21 y la Tabla 4-7; en este escenario, se propone un desplazamiento en $x = 0$, $y = -10$ y $z = -20$; y en orientación en $\alpha = -2$, $\beta = 0$ y $\gamma = 0$; para lo cual se presenta la gráfica generada por el programa desarrollado en la Figura 4-22 y como resultado la velocidad indicada en la Figura 4-23 y la fuerza en la Figura 4-24.

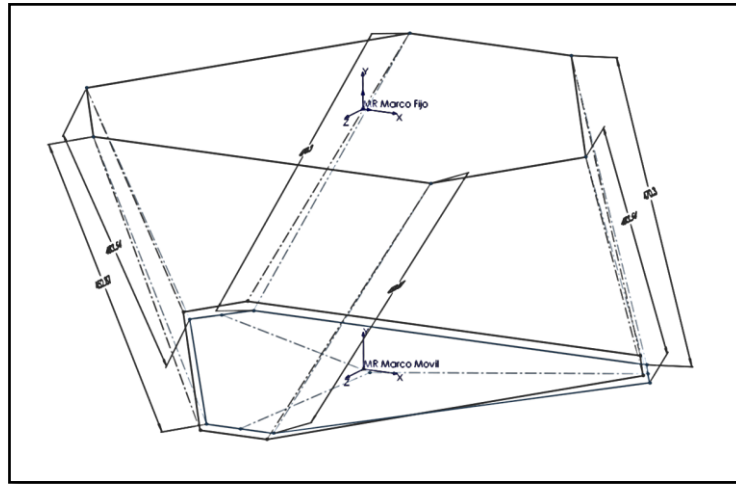


Figura 4-21 Condiciones esperadas en escenario F.

Tabla 4-7 Tabla de escenario F.

X	Y	Z	α	β	γ	tf
0.0000	-10.0000	-20.0000	-2.0000	0.0000	0.0000	10.0000

Cl_Aldo_01.m

Coordenadas de articulaciones móviles en posición final;

X	Y	Z
54.9700	-387.9035	385.1031
378.5300	-407.4619	-174.9755
323.5600	-410.7846	-270.1275

-323.5600 -410.7846 -270.1275
-378.5300 -407.4619 -174.9755
-54.9700 -387.9035 385.1031

Longitud total de los actuadores en posición final;

Longitud total del actuador

452.8698
483.5400
470.3054
470.3054
483.5400
452.8698

Desplazamiento lineal en los actuadores;

Desplazamiento del actuador

-7.1302
23.5400
10.3054
10.3054
23.5400
-7.1302

Carrera máxima y mínima lineal en los actuadores y su posición nominal;

Dmax	Dmin	Carrera total
23.5400	-7.1302	30.6702

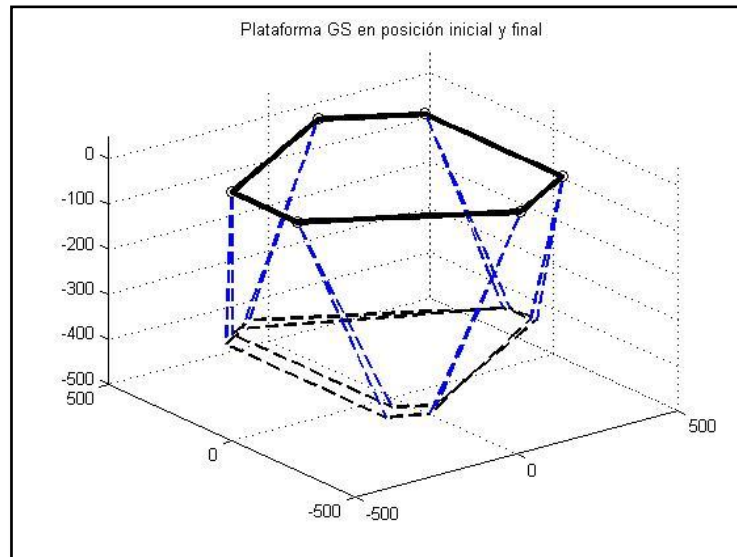


Figura 4-22 Presentación grafica en escenario F.

DVA_Aldo_01.m

Valores máximos y mínimos de desplazamiento lineal en los actuadores;

Mínimo	Máximo	Desplazamiento
452.8699	460.0010	7.1312
460.0015	483.5398	23.5383
460.0033	470.3053	10.3019
460.0033	470.3053	10.3019
460.0015	483.5398	23.5383
452.8699	460.0010	7.1312

Carrera máxima y mínima lineal en los actuadores y su posición nominal;

Mínima	Máxima	Carrera
7.1312	23.5383	16.4071

Valores máximos y mínimos de velocidad lineal en los actuadores;

Mínimo	Máximo	Velocidad
-0.8242	0	0.8242
0	3.1010	3.1010
0	2.7604	2.7604
0	2.7604	2.7604
0	3.1010	3.1010
-0.8242	0	0.8242

Valores máximos y mínimos de aceleración lineal en los actuadores;

Mínimo	Máximo	Aceleración
-0.2762	0.2291	0.5052
-0.9643	0.9450	1.9094
-0.8855	0.8118	1.6973
-0.8855	0.8118	1.6973
-0.9643	0.9450	1.9094
-0.2762	0.2291	0.5052

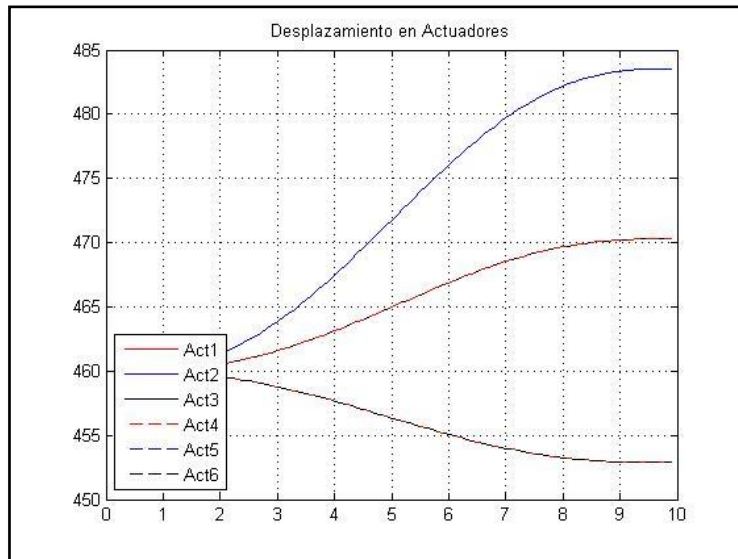


Figura 4-23 Comparación de velocidades lineales en escenario F.

VW_Aldo_01.m

Valores máximos y mínimos de fuerza necesaria en actuadores;

Mínimo	Máximo
47.2196	48.1739
39.0984	47.2222
47.2188	52.5465
47.2188	52.5465
39.0984	47.2222
47.2196	48.1739

Parámetros máximo y mínimo de fuerza total en actuadores;

Mínimo	Máximo
39.0984	52.5465

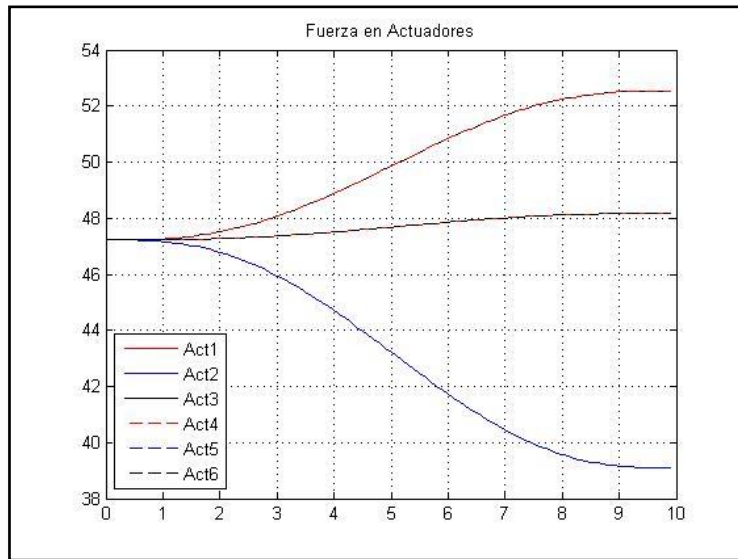


Figura 4-24 Comparación de fuerza en actuadores en escenario F.

4.2.7 Resultados en escenario G

En el escenario G se presenta la posición deseada en una estructura de alambre en la Figura 4-25 y la Tabla 4-8; en este escenario, se propone un desplazamiento en $x = 45$, $y = 0$ y $z = 0$; y en orientación en $\alpha = 0$, $\beta = 0$ y $\gamma = 0$; para lo cual se presenta la gráfica generada por el programa desarrollado en la Figura 4-26 y como resultado la velocidad indicada en la Figura 4-27 y la fuerza en la Figura 4-28.

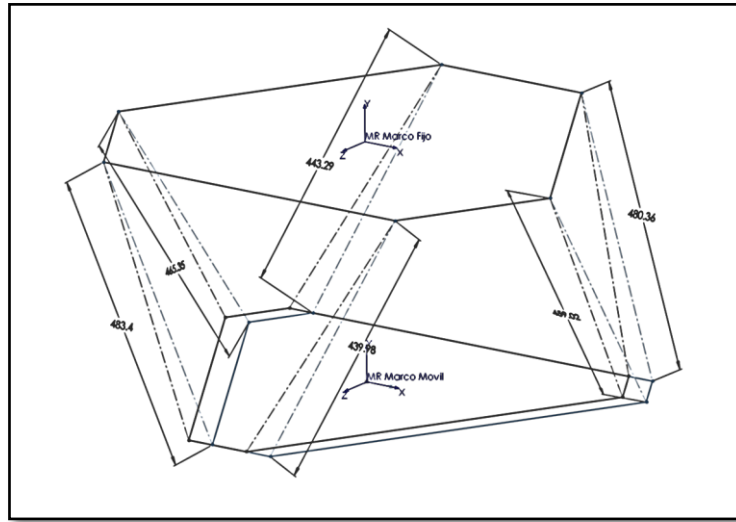


Figura 4-25 Condiciones esperadas en escenario G.

Tabla 4-8 Tabla de escenario G.

X	Y	Z	α	β	γ	tf
45.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	10.0000

CI_Aldo_01.m

Coordenadas de articulaciones móviles en posición final;

X	Y	Z
54.9700	-421.7100	405.3500
378.5300	-421.7100	-155.0700
323.5600	-421.7100	-250.2800

-323.5600 -421.7100 -250.2800
-378.5300 -421.7100 -155.0700
-54.9700 -421.7100 405.3500

Longitud total de los actuadores en posición final;

Longitud total del actuador

485.5276
485.5281
485.5298
485.5298
485.5281
485.5276

Desplazamiento lineal en los actuadores;

Desplazamiento del actuador

25.5276
25.5281
25.5298
25.5298
25.5281
25.5276

Carrera máxima y mínima lineal en los actuadores y su posición nominal;

Dmax	Dmin	Carrera total
25.5298	25.5276	0.0022

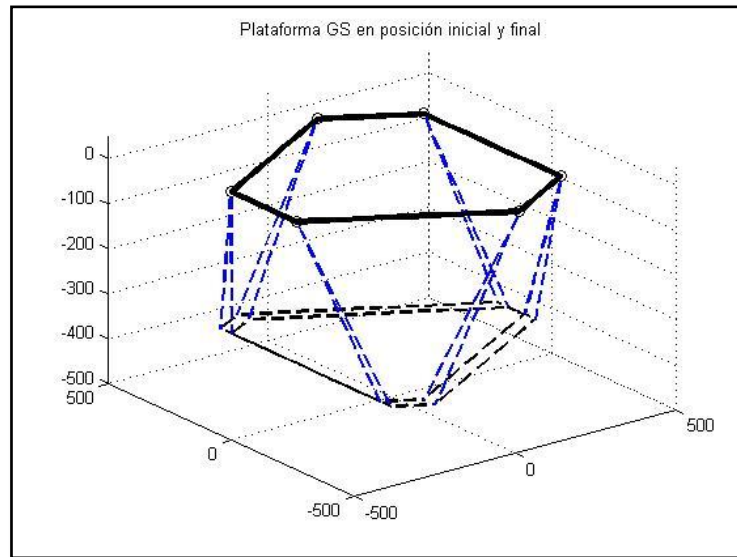


Figura 4-26 Presentación grafica en escenario G.

DVA_Aldo_01.m

Valores máximos y mínimos de desplazamiento lineal en los actuadores;

Mínimo	Máximo	Desplazamiento
460.0010	485.5274	25.5263
460.0015	485.5278	25.5263
460.0033	485.5295	25.5262
460.0033	485.5295	25.5262
460.0015	485.5278	25.5263
460.0010	485.5274	25.5263

Carrera máxima y mínima lineal en los actuadores y su posición nominal;

Mínima	Máxima	Carrera
25.5262	25.5263	0.0001

Valores máximos y mínimos de velocidad lineal en los actuadores;

Mínimo	Máximo	Velocidad
0	4.7868	4.7868
0	4.7868	4.7868
0	4.7868	4.7868
0	4.7868	4.7868
0	4.7868	4.7868
0	4.7868	4.7868

Valores máximos y mínimos de aceleración lineal en los actuadores;

Mínimo	Máximo	Aceleración
-1.4825	1.4649	2.9475
-1.4825	1.4649	2.9474
-1.4825	1.4649	2.9474
-1.4825	1.4649	2.9474
-1.4825	1.4649	2.9474
-1.4825	1.4649	2.9475

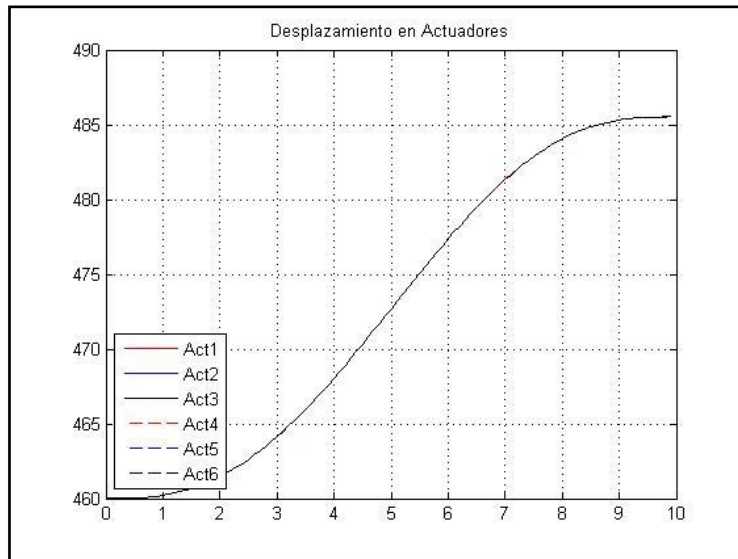


Figura 4-27 Comparación de velocidades lineales en escenario G.

VW_Aldo_01.m

Valores máximos y mínimos de fuerza necesaria en actuadores;

Mínimo	Máximo
45.6409	47.2214
45.6409	47.2214
45.6412	47.2217
45.6412	47.2217
45.6409	47.2214
45.6409	47.2214

Parámetros máximo y mínimo de fuerza total en actuadores;

Mínimo	Máximo
45.6409	47.2217

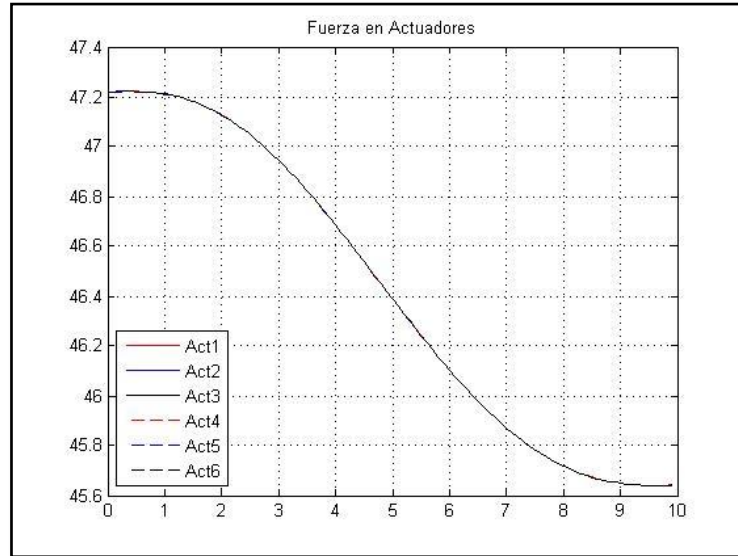


Figura 4-28 Comparación de fuerza en actuadores en escenario G.

4.2.8 Resultados en escenario H

En el escenario H se presenta la posición deseada en una estructura de alambre en la Figura 4-29 y la Tabla 4-9; en este escenario, se propone un desplazamiento en $x = -45$, $y = 0$ y $z = 0$; y en orientación en $\alpha = 0$, $\beta = 0$ y $\gamma = 0$; para lo cual se presenta la gráfica generada por el programa desarrollado en la Figura 4-30 y como resultado la velocidad indicada en la Figura 4-31 y la fuerza en la Figura 4-32.

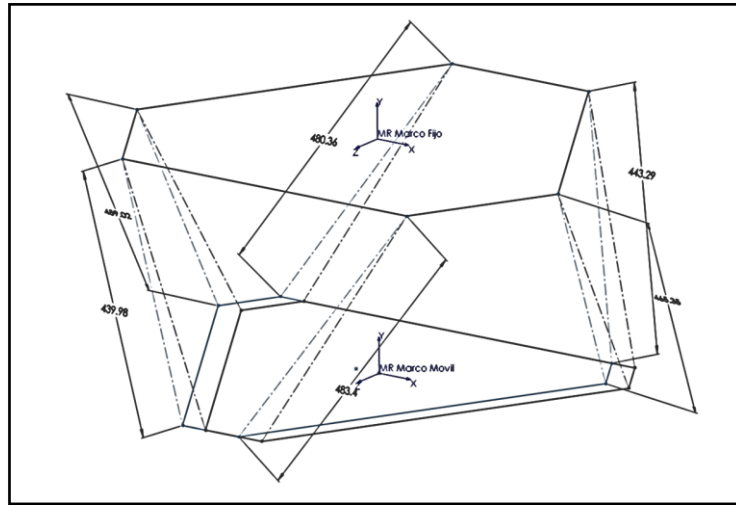


Figura 4-29 Condiciones esperadas en escenario H.

Tabla 4-9 Tabla de escenario H.

X	Y	Z	α	β	γ	tf
-45.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	10.0000

CI_Aldo_01.m

Coordenadas de articulaciones móviles en posición final;

X	Y	Z
54.9700	-362.3900	405.3500
378.5300	-362.3900	-155.0700
323.5600	-362.3900	-250.2800

-323.5600 -362.3900 -250.2800
-378.5300 -362.3900 -155.0700
-54.9700 -362.3900 405.3500

Longitud total de los actuadores en posición final;

Longitud total del actuador

434.9991
434.9996
435.0016
435.0016
434.9996
434.9991

Desplazamiento lineal en los actuadores;

Desplazamiento del actuador

-25.0009
-25.0004
-24.9984
-24.9984
-25.0004
-25.0009

Carrera máxima y mínima lineal en los actuadores y su posición nominal;

Dmax Dmin Carrera total

-24.9984 -25.0009 0.0024

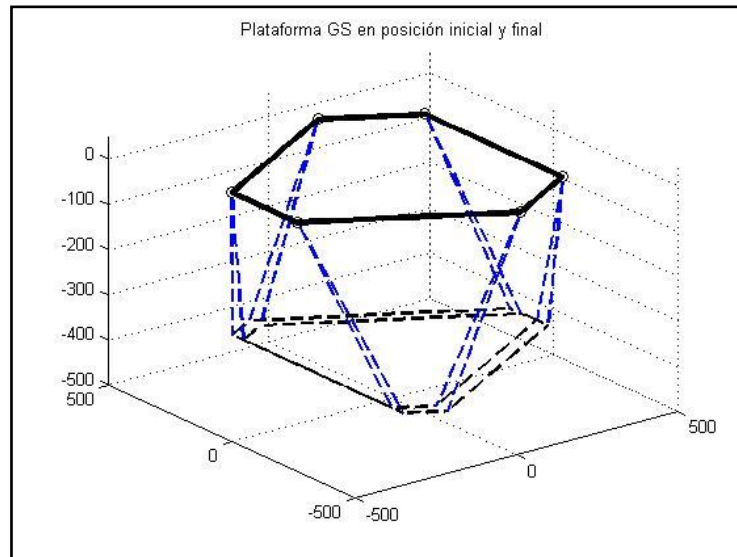


Figura 4-30 Presentación grafica en escenario H.

DVA_Aldo_01.m

Valores máximos y mínimos de desplazamiento lineal en los actuadores;

Mínimo	Máximo	Desplazamiento
434.9994	460.0010	25.0016
434.9999	460.0015	25.0016
435.0018	460.0033	25.0015
435.0018	460.0033	25.0015
434.9999	460.0015	25.0016
434.9994	460.0010	25.0016

Carrera máxima y mínima lineal en los actuadores y su posición nominal;

Mínima	Máxima	Carrera
25.0015	25.0016	0.0001

Valores máximos y mínimos de velocidad lineal en los actuadores;

Mínimo	Máximo	Velocidad
-4.6886	0	4.6886
-4.6886	0	4.6886
-4.6886	0	4.6886
-4.6886	0	4.6886
-4.6886	0	4.6886
-4.6886	0	4.6886

Valores máximos y mínimos de aceleración lineal en los actuadores;

Mínimo	Máximo	Aceleración
-1.4538	1.4331	2.8869
-1.4538	1.4331	2.8869
-1.4538	1.4330	2.8868
-1.4538	1.4330	2.8868
-1.4538	1.4331	2.8869

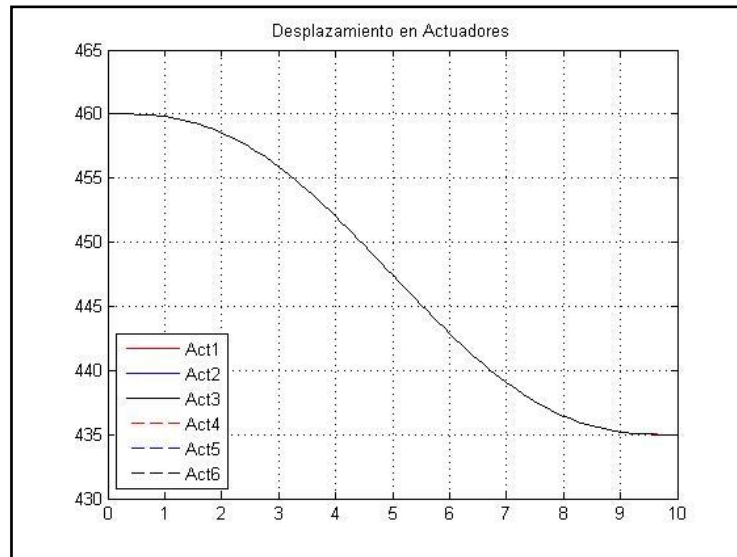


Figura 4-31 Comparación de velocidades lineales en escenario H.

VW_Aldo_01.m

Valores máximos y mínimos de fuerza necesaria en actuadores;

Mínimo	Máximo
47.2179	49.1898
47.2180	49.1898
47.2183	49.1902
47.2183	49.1902
47.2180	49.1898
47.2179	49.1898

Parámetros máximo y mínimo de fuerza total en actuadores;

Mínimo	Máximo
47.2179	49.1902

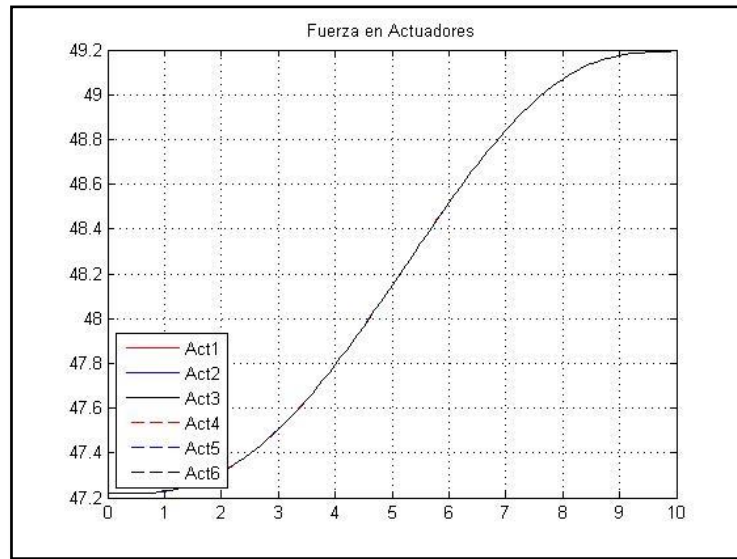


Figura 4-32 Comparación de fuerza en actuadores en escenario H.

4.2.9 Resultados en escenario I

En el escenario I se presenta la posición deseada en una estructura de alambre en la Figura 4-33 y la Tabla 4-10; en este escenario, se propone un desplazamiento en $x = 0$, $y = 29.66$ y $z = 0$; y en orientación en $\alpha = 0$, $\beta = 0$ y $\gamma = 0$; para lo cual se presenta la gráfica generada por el programa desarrollado en la Figura 4-34 y como resultado la velocidad indicada en la Figura 4-35 y la fuerza en la Figura 4-36.

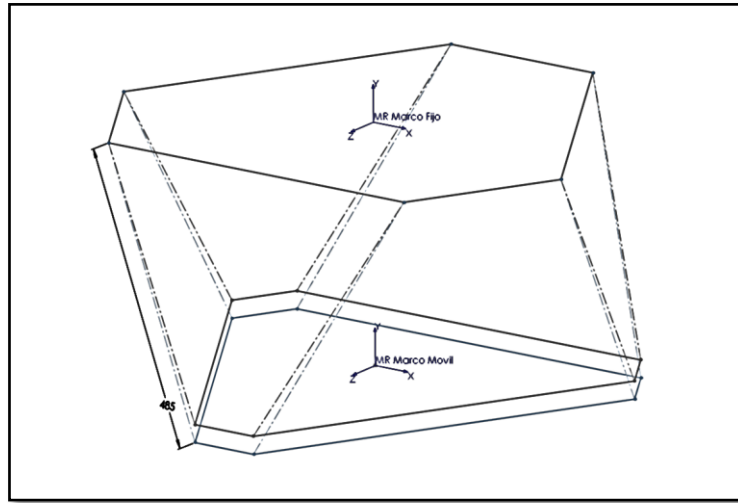


Figura 4-33 Condiciones esperadas en escenario I.

Tabla 4-10 Tabla de escenario I.

X	Y	Z	α	β	γ	tf
0.0000	29.6600	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	10.0000

CI_Aldo_01.m

Coordenadas de articulaciones móviles en posición final;

X	Y	Z
99.9700	-392.0500	405.3500
423.5300	-392.0500	-155.0700
368.5600	-392.0500	-250.2800

-278.5600 -392.0500 -250.2800
-333.5300 -392.0500 -155.0700
-99.9700 -392.0500 405.3500

Longitud total de los actuadores en posición final;

Longitud total del actuador

439.9765
459.0183
480.3603
443.2945
465.3547
483.3969

Desplazamiento lineal en los actuadores;

Desplazamiento del actuador

-20.0235
-0.9817
20.3603
-16.7055
5.3547
23.3969

Carrera máxima y mínima lineal en los actuadores y su posición nominal;

Dmax Dmin Carrera total

23.3969 -20.0235 43.4204

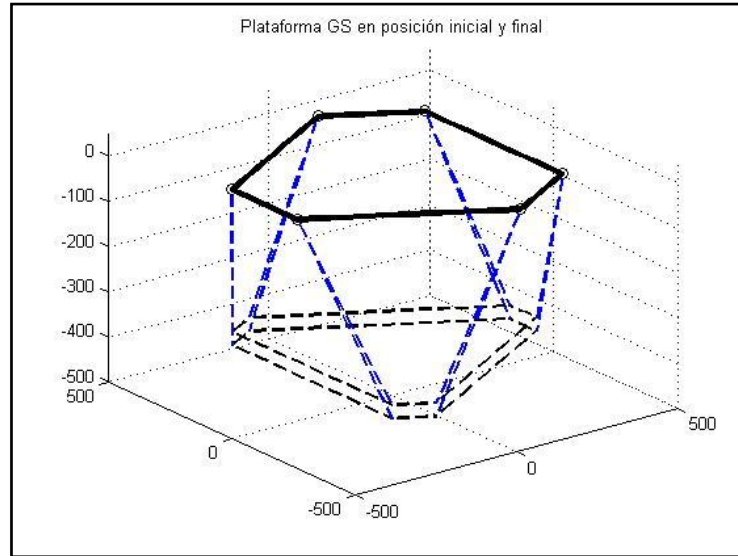


Figura 4-34 Presentación grafica en escenario I.

DVA_Aldo_01.m

Valores máximos y mínimos de desplazamiento lineal en los actuadores;

Mínimo	Máximo	Desplazamiento
439.9767	460.0010	20.0243
458.8492	460.0015	1.1523
460.0033	480.3601	20.3568
443.2947	460.0033	16.7086
460.0015	465.3546	5.3531
460.0010	483.3966	23.3956

Carrera máxima y mínima lineal en los actuadores y su posición nominal;

Mínima	Máxima	Carrera
1.1523	23.3956	22.2433

Valores máximos y mínimos de velocidad lineal en los actuadores;

Mínimo	Máximo	Velocidad
-3.7716	0	3.7716
-0.3351	0.0809	0.4160
0	3.8321	3.8321
-3.1540	0	3.1540
0	1.0672	1.0672
0	4.3982	4.3982

Valores máximos y mínimos de aceleración lineal en los actuadores;

Mínimo	Máximo	Aceleración
-1.2238	1.0952	2.3190
-0.1541	0.1595	0.3135
-1.2393	1.1170	2.3564
-1.0378	0.9010	1.9389
-0.3964	0.2780	0.6744
-1.4086	1.2968	2.7054

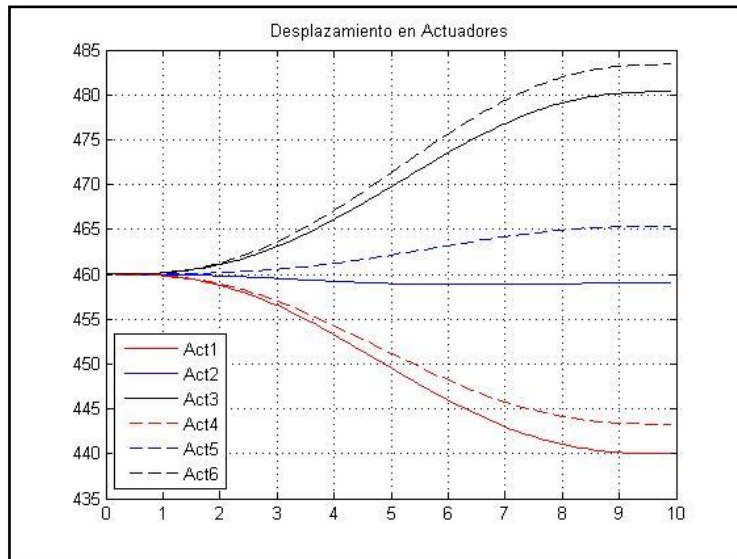


Figura 4-35 Comparación de velocidades lineales en escenario I.

VW_Aldo_01.m

Valores máximos y mínimos de fuerza necesaria en actuadores;

Mínimo	Máximo
47.2131	65.2085
47.2173	55.4867
35.9538	47.2242
47.2158	57.7579
39.5319	47.2221
27.4780	47.2262

Parámetros máximo y mínimo de fuerza total en actuadores;

Mínimo	Máximo
27.4780	65.2085

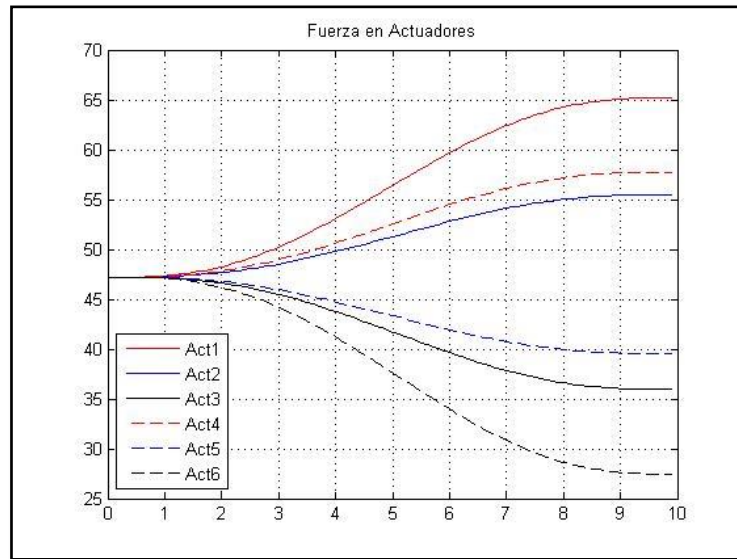


Figura 4-36 Comparación de fuerza en actuadores en escenario I.

4.2.10 Resultados en escenario J

En el escenario B se presenta la posición deseada en una estructura de alambre en la Figura 4-37 y la Tabla 4-11; en este escenario, se propone un desplazamiento en $x = 0$, $y = -29.66$ y $z = 0$; y en orientación en $\alpha = 0$, $\beta = 0$ y $\gamma = 0$; para lo cual se presenta la gráfica generada por el programa desarrollado en la Figura 4-38 y como resultado la velocidad indicada en la Figura 4-39 y la fuerza en la Figura 4-40.

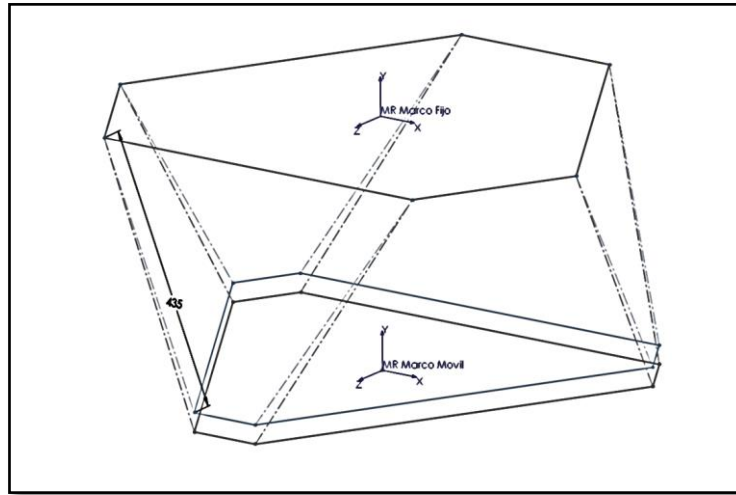


Figura 4-37 Condiciones esperadas en escenario J.

Tabla 4-11 Tabla de escenario J.

X	Y	Z	α	β	γ	tf
0.0000	-29.6600	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	10.0000

CI_Aldo_01.m

Coordenadas de articulaciones móviles en posición final;

X	Y	Z
9.9700	-392.0500	405.3500
333.5300	-392.0500	-155.0700
278.5600	-392.0500	-250.2800

-368.5600 -392.0500 -250.2800
-423.5300 -392.0500 -155.0700
-99.9700 -392.0500 405.3500

Longitud total de los actuadores en posición final;

Longitud total del actuador

483.3969
465.3547
443.2945
480.3603
459.0183
439.9765

Desplazamiento lineal en los actuadores;

Desplazamiento del actuador

23.3969
5.3547
-16.7055
20.3603
-0.9817
-20.0235

Carrera máxima y mínima lineal en los actuadores y su posición nominal;

Dmax Dmin Carrera total

23.3969 -20.0235 43.4204

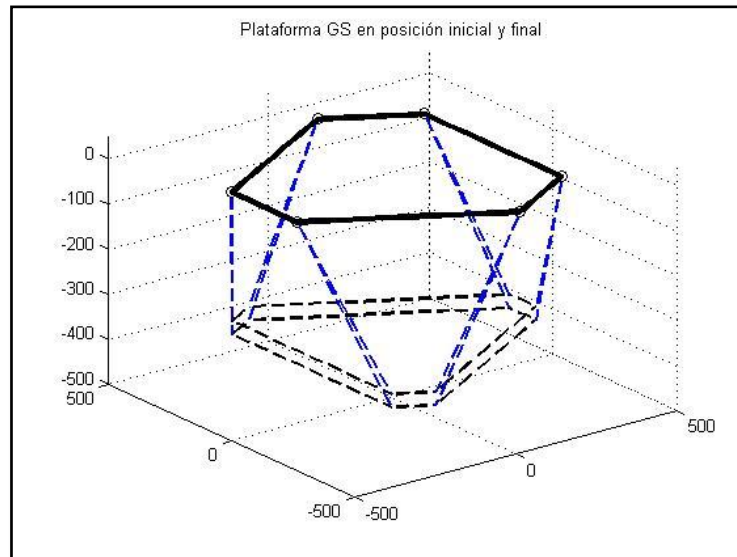


Figura 4-38 Presentación grafica en escenario J.

DVA_Aldo_01.m

Valores máximos y mínimos de desplazamiento lineal en los actuadores;

Mínimo	Máximo	Desplazamiento
460.0010	483.3966	23.3956
460.0015	465.3546	5.3531
443.2947	460.0033	16.7086
460.0033	480.3601	20.3568
458.8492	460.0015	1.1523
439.9767	460.0010	20.0243

Carrera máxima y mínima lineal en los actuadores y su posición nominal;

Mínima	Máxima	Carrera
1.1523	23.3956	22.2433

Valores máximos y mínimos de velocidad lineal en los actuadores;

Mínimo	Máximo	Velocidad
0	4.3982	4.3982
0	1.0672	1.0672
-3.1540	0	3.1540
0	3.8321	3.8321
-0.3351	0.0809	0.4160
-3.7716	0	3.7716

Valores máximos y mínimos de aceleración lineal en los actuadores;

Mínimo	Máximo	aceleración
-1.4086	1.2968	2.7054
-0.3964	0.2780	0.6744
-1.0378	0.9010	1.9389
-1.2393	1.1170	2.3564
-0.1541	0.1595	0.3135
-1.2238	1.0952	2.3190

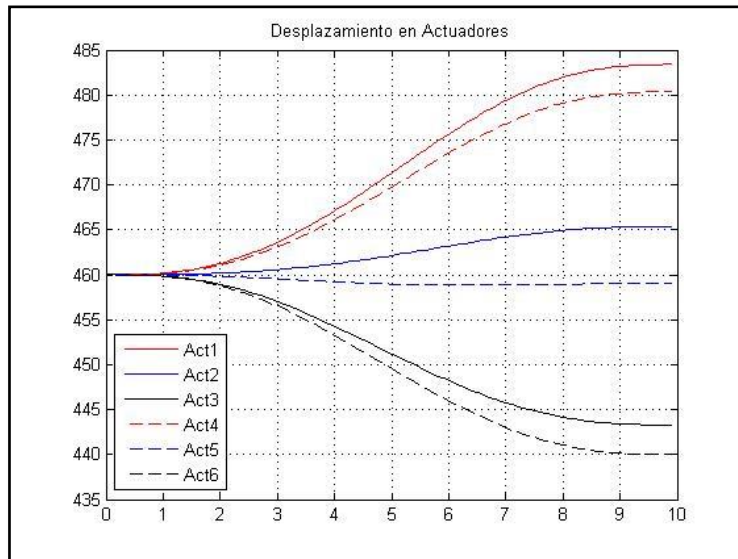


Figura 4-39 Comparación de velocidades lineales en escenario J.

VW_Aldo_01.m

Valores máximos y mínimos de fuerza necesaria en actuadores;

Mínimo	Máximo
27.4780	47.2262
39.5319	47.2221
47.2158	57.7579
35.9538	47.2242
47.2173	55.4867
47.2131	65.2085

Parámetros máximo y mínimo de fuerza total en actuadores;

Mínimo	Máximo
27.4780	65.2085

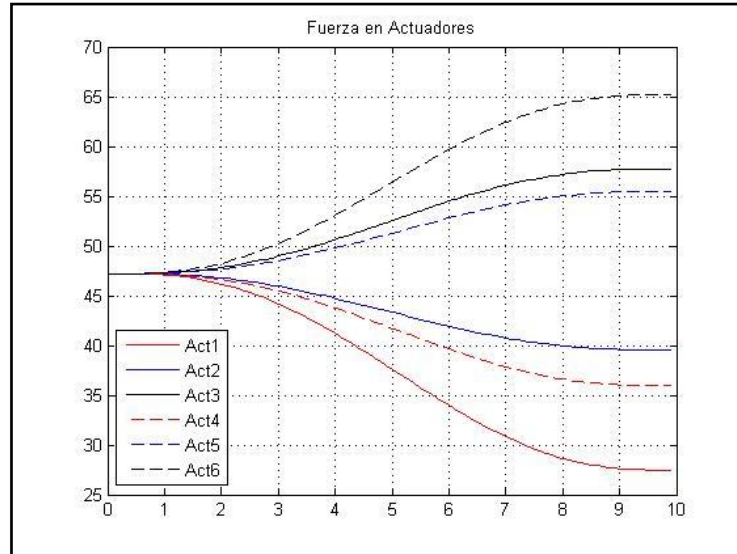


Figura 4-40 Comparación de fuerza en actuadores en escenario J.

4.3 ANÁLISIS DE RESULTADOS

De acuerdo a los escenarios planteados como condiciones a ser analizadas por su posición y orientación, permiten identificar algunas características de interés para generar conclusiones de interés.

A continuación se hace la concentración de los escenarios en la Tabla 4-12, donde algunos desplazamientos se realizan en ejes específicos y compuestos además de la rotación en los diferentes ejes de rotación.

Tabla 4-12 Listado de escenarios que fueron analizados.

	X	Y	Z	α	β	γ	tf
A	-15.0000	-10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2.0000	10.0000
B	15.0000	-10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-2.0000	10.0000
C	-10.0000	10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2.0000	10.0000
D	10.0000	10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-2.0000	10.0000
E	0.0000	-10.0000	20.0000	2.0000	0.0000	0.0000	10.0000
F	0.0000	-10.0000	-20.0000	-2.0000	0.0000	0.0000	10.0000
G	45.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	10.0000
H	-45.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	10.0000
I	0.0000	29.6600	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	10.0000
J	0.0000	-29.6600	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	10.0000

4.3.1 Análisis de desplazamiento en actuadores

De los resultados presentados en los escenarios establecidos, se agrupan los referentes al desplazamiento máximo lineal de los actuadores.

Tabla 4-13 Valores de desplazamiento lineal en los actuadores.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	24.8733	3.2968	5.0635	11.6830	24.8733	7.1312	25.5263	25.0016	20.0243	23.3956
2	6.0826	19.1605	18.7404	2.1550	6.0826	23.5383	25.5263	25.0016	1.1523	5.3531
3	7.9106	24.3534	22.2974	5.2309	7.9106	10.3019	25.5262	25.0015	20.3568	16.7086
4	7.9106	7.1881	5.2309	22.2974	7.9106	10.3019	25.5262	25.0015	16.7086	20.3568
5	6.0826	1.3976	2.1550	18.7404	6.0826	23.5383	25.5263	25.0016	5.3531	1.1523
6	24.8733	14.2626	11.6830	5.0635	24.8733	7.1312	25.5263	25.0016	23.3956	20.0243
Máximo	24.8733	24.3534	22.2974	22.2974	24.8733	23.5383	25.5263	25.0016	23.3956	23.3956
Mínimo	6.0826	1.3976	2.1550	2.1550	6.0826	7.1312	25.5262	25.0015	1.1523	1.1523

En el concentrado presentado en la Tabla 4-13, las posiciones más demandantes en la longitud lineal del actuador son las presentadas en los escenarios G y H, superando los 25 mm ambas, las cuales se realizan en el eje x , donde las posiciones son simétricas al plano yz .

Siendo esta una característica importante en el diseño y desarrollo de la plataforma GS los movimientos predominantes deberían evitar que coincidan con este eje que demanda más desplazamiento en los actuadores, a menos que se asuma esta condición.

4.3.2 Análisis de fuerza aplicada en actuadores

De los resultados presentados en los escenarios establecidos, se agrupan los referentes a la fuerza máxima lineal de los actuadores.

Tabla 4-14 Valores de fuerza en actuadores.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	47.2215	52.0430	47.2199	51.1657	47.2207	48.1739	47.2214	49.1898	65.2085	47.2262
2	47.2207	48.4298	47.2532	48.5915	53.6512	47.2222	47.2214	49.1898	55.4867	47.2221
3	50.3901	47.2215	50.4995	47.2201	47.2221	52.5465	47.2217	49.1902	47.2242	57.7579
4	47.2207	50.3901	47.2201	50.4995	47.2221	52.5465	47.2217	49.1902	57.7579	47.2242
5	48.4298	47.2207	48.5915	47.2532	53.6512	47.2222	47.2214	49.1898	47.2221	55.4867
6	52.0430	47.2215	51.1657	47.2199	47.2207	48.1739	47.2214	49.1898	47.2262	65.2085
Máximo	52.0430	52.0430	51.1657	51.1657	53.6512	52.5465	47.2217	49.1902	65.2085	65.2085
Mínimo	47.2207	47.2207	47.2199	47.2199	47.2207	47.2222	47.2214	49.1898	47.2221	47.2221

En el concentrado presentado en la Tabla 4-14, las posiciones más demandantes en la fuerza lineal del actuador son las presentadas en los escenarios I y J, las cuales se realizan los desplazamientos en el eje *y*, esta condición demanda la máxima condición de fuerza en los actuadores, siendo un parámetro superior a los 65 N.

Este dato en particular, tiene una importancia sobresaliente, ya que permite saber que la demanda de fuerza para los actuadores se realiza cuando los desplazamientos son en su eje *y*, siendo esta otra característica importante en el diseño y desarrollo de la plataforma GS, esta condición debe ser tomada en cuenta en la operación en la que se desempeñará una vez en el TSPM.

4.3.3 Análisis de error de posición por propio peso

El análisis de posición desarrollado en este trabajo se realiza sin una retroalimentación de posición, por este motivo, y buscando establecer un parámetro de comparación entre la posición calculada mediante el método propuesto en este trabajo y la deformación por propio peso de la plataforma GS, la cual afectaría de forma directa la posición de final real esperada en la posición deseada.

Para identificar la deformación por propio peso en la plataforma GS se establece un análisis mediante elementos finitos de la estructura GS, lo que permitirá identificar la deformación en cada eslabón de la plataforma GS.

En la Figura 4-41 se representa gráficamente la deformación en los eslabones de la plataforma GS en la posición zenith. En la Figura 4-42 se indica gráficamente la deformación en los eslabones del dispositivo en la posición de 45° del TSPM. En el caso de la Figura 4-43 se indica la deformación grafica en posición horizonte del TSPM. Este estudio se hace a través del escenario I que es uno de los escenarios que demanda mas fuerza en sus eslabones.

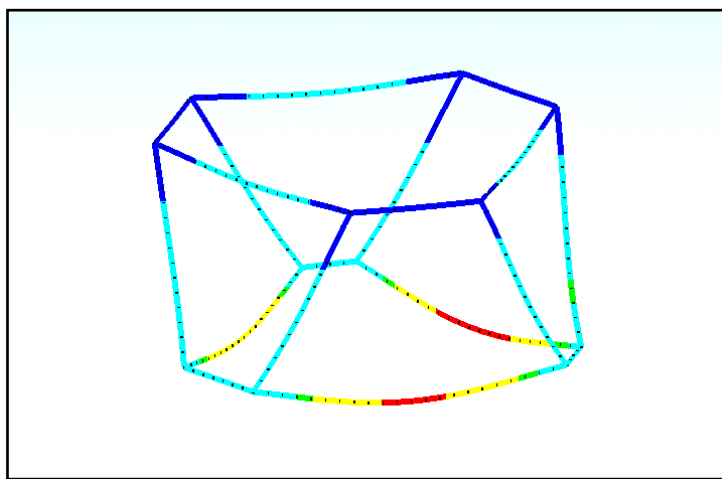


Figura 4-41 Gráfica de la deformación en la plataforma GS en posición zenith.

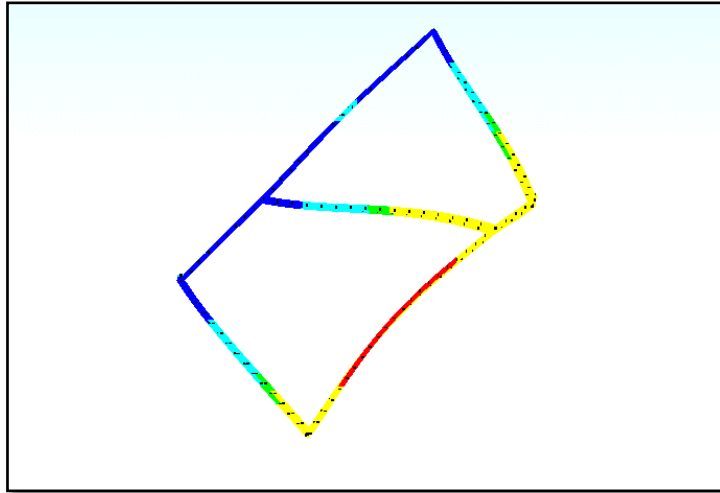


Figura 4-42 Gráfica de la deformación en la plataforma GS en posición 45°.

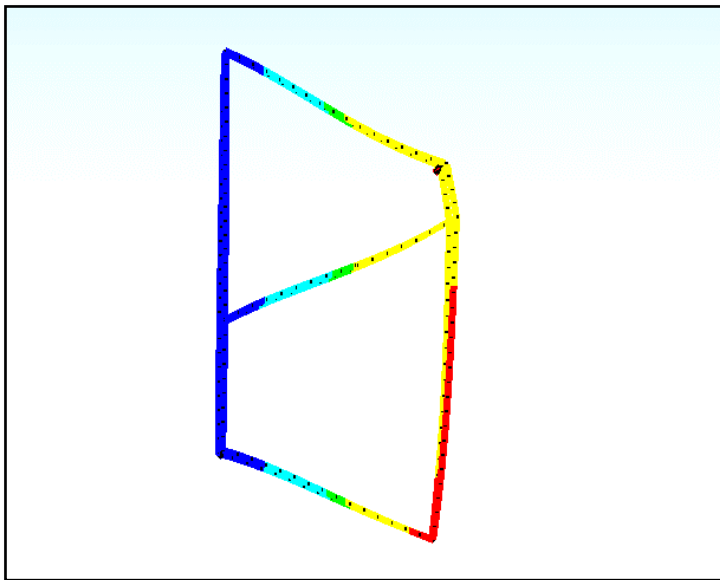


Figura 4-43 Gráfica de la deformación en la plataforma GS en posición horizonte.

Basado en los parámetros físicos establecidos en el Anexo B se desarrolla el análisis mediante elementos finitos, del cual se extraen los datos de deformación de los eslabones de la plataforma GS indicados en la Tabla 4-15, los cuales serán comparados con el desplazamiento de los actuadores en el escenario I en la Tabla 4-16.

Tabla 4-15 Valores de deformación en cada eslabón.

	Zenith	45°	Horizonte
Actuador 1	0.000000318	0.000000809	0.000000107
Actuador 2	0.000000171	0.000000674	0.000000988
Actuador 3	0.000000179	0.000000802	0.000001071
Actuador 4	0.000000215	0.000000834	0.000001242
Actuador 5	0.000000142	0.000000944	0.000001325
Actuador 6	0.000000263	0.000000897	0.000001129

Tabla 4-16 Desplazamientos calculados en el escenario I.

Desplazamientos	
Actuador 1	-20.0235
Actuador 2	-0.9817
Actuador 3	20.3603
Actuador 4	-16.7055
Actuador 5	5.3547
Actuador 6	23.3969

En la Tabla 4-17 se indican en forma de porcentajes el error entre la comparación de la deformación por el propio peso de la plataforma GS y el desplazamiento calculado en los actuadores de la plataforma GS; los cuales son considerablemente pequeños en las condiciones establecidas en este trabajo.

Tabla 4-17 Porcentaje de error en posición respecto al desplazamiento teórico.

	Zenith	45°	Horizonte
Actuador 1	0.0000016%	0.0000040%	0.0000005%
Actuador 2	0.0000174%	0.0000687%	0.0001007%
Actuador 3	0.0000009%	0.0000039%	0.0000053%
Actuador 4	0.0000013%	0.0000050%	0.0000074%
Actuador 5	0.0000027%	0.0000176%	0.0000247%
Actuador 6	0.0000011%	0.0000038%	0.0000048%

CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTUROS

En respuesta a los resultados analizados, se confirma que la plataforma GS es capaz de desarrollar las traslaciones y rotaciones necesarias para mantener la alineación y el enfoque entre el espejo secundario M2 y el espejo primario M1, de lo cual, los desplazamientos más relevantes se generan cuando los movimientos son en el eje x , y el desempeño en fuerzas es más demandante cuando los desplazamientos se generan en el eje y

En las condiciones físicas establecidas en este trabajo, el error de posición entre la deformación por propio peso de la plataforma GS y el desplazamiento en los actuadores en el escenario I de los valores de fuerza son muy pequeños, sin embargo, cuando la plataforma GS aumente en peso o se someta a cargas externas considerables, el error de posición se verá afectado de forma adversa.

Retomando la referencia mencionada en la que se requiere un desplazamiento de $20\mu\text{m}$ de incremento en los actuadores para la plataforma GS; en este trabajo se señala una deformación por propio peso del orden de $1.3\mu\text{m}$, lo cual representa un 6.5% del parámetro de incremento esperado, lo cual representa un margen para la implementación del sistema de control en lazo cerrado para cubrir la especificación señalada; lo cual es una oportunidad para profundizar en una opción de control para la plataforma GS a ser aplicada en el TSPM.

Esta información se ha podido determinar mediante la metodología establecida para desarrollar en análisis de la plataforma GS, donde se ha modelado a nivel primario la estructura que fue propuesta para la configuración óptica específica que se ha mencionado para el TSPM, se definió una trayectoria genérica para ser seguida con la que se desarrolló el modelo cinemático para caracterizar la plataforma GS y finalmente el modelo dinámico con el que se identifican las cargas aplicadas en la plataforma GS.

Las aportaciones más importantes de este trabajo en el estudio de las plataformas GS establecen una base en el diseño y desarrollo de plataformas GS en aplicaciones específicas. Este trabajo permite considerar en las etapas iniciales de la implementación de una plataforma GS la mejor orientación para favorecer su desempeño en la aplicación donde se implementará, también, se podrá establecer la condición de máxima carga en la aplicación, lo que permitirá generar una propuesta eficiente y competitiva en términos de operación y del impacto económico que representará una aplicación con una plataforma GS.

Específicamente en este documento se desarrolló un método de trabajo, en el que se propone de forma analítica la cinemática inversa y el desarrollo numérico de la dinámica de la plataforma GS mediante el método del trabajo virtual, con lo cual se implementó un algoritmo en formato de Matlab; que mediante archivos de entrada en formato Excel, se alimentan los parámetros de una estructura para plataforma GS, las condiciones de posición y orientación deseadas, incluyendo los parámetros físicos de la plataforma GS propuesta en el análisis. Se desarrolló el algoritmo de representación gráfica de las posiciones iniciales y finales mediante ecuaciones paramétricas, se implementaron las propuestas de trayectoria deseada para ser evaluadas en la operación de la plataforma GS. Como salida de los algoritmos implementados se obtienen las condiciones de desplazamiento, velocidad y aceleración, además de las fuerzas aplicadas en los actuadores presentados en la propuesta de la plataforma GS.

Como oportunidades adicionales que se han generado en el desarrollo de este trabajo, se considera como viable el análisis de error por posición debido a expansiones térmicas como una respuesta a las condiciones climáticas en la zona donde será instalado el TSPM y una propuesta de control automático para plataforma GS dirigida a ser implementada en el TSPM, como complemento, se puede vislumbrar algunas áreas de oportunidad con el nivel de profundidad desarrollado en este trabajo en el análisis teórico de la plataforma GS.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ADS. (1999). *Hexapod Kinematic Algorithm*. MMTO Internal Technical Memorandum #01-2.
2. ADS. (2001). *M2/F5 - Hexapod Data Package*. MMTO Internal Technical Memorandum #01-1.
3. Afzali-Far, B. (2015). A Joint-Space Parametric Formulation for the Vibrations of Symmetric Gough-Stewart Platform. *Progress in Systems Engineering: Proceedings of the Twenty-Third International Conference on Systems Engineering*, 1089.
4. Cheng, J. (2009). *The principles of Astromical Telescope Design*.
5. Fanuc, R. A. (2005). F-200iB. *F-200iB Series_9.pdf*.
6. FlightSafety, I. (2015, Mazo). <http://infoaeroquebec.net/flightsafety-and-air-methods-to-significantly-enhance-training-for-single-engine-helicopters-with-level-d-qualified-simulators/>. Retrieved from FlightSafety International.
7. Gong, Y. (1992). *Design analysis of a stewart platform*. Massachusetts.
8. Gough, V. a. (1962). Universal tyre test machine. *Proceedings of the FISITA Ninth International Technical Congress*, 117-137.
9. Gullen, S. M. (1994). *Design of the Magellan Project*.
10. Hull, C. (2014). *Vane end control software user manual*.
11. Jorge Uribe, D. L. (2014). *SPMT Conceptual Design*.
12. KG, P. I. (2012, Mayo). High-Load Hexapod. *High-Load Hexapod*.
13. Kusun, S. (2012). *Serial And Parallel Robot Manipulators*.
14. Lee, S.-H. (2002). *Position control of a Stewart platform*.
15. Leonov, G. (2014). *Dynamics and Control of the Stewart Platform*.
16. Li, B. (n.d.). *Orientation-Singularity and Orientation-Workspace Analyses of the Stewart Platform Using Unit Quaternion*.
17. Liu Sheng, L. W.-l.-c. (2006). Forward kinematics of the Stewart platform using hybrid immune genetic algorithm. *Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*, 2330-2335.
18. Lui, K. (1992). *The Singularities and Dynamics of a stewart Platform Manipulator*.
19. Mabie, H., & Reinholtz, C. F. (2007). *Mecanismos y dinámica de maquinaria*. México: Limusa.
20. Mahbuoubkhah, M. (2008). *Vibration Analysis of machine tool's hexapod table*.
21. ParalleMIC. (2003, Enero). <http://www.parallemic.org/Reviews/Review007.html>. Retrieved from ParalleMIC.
22. Pedrammehr, S. (2012). *Improve dynamic equation for Stewart Platform manipulator*.

23. Pratik J. Parikh, S. S. (2005). A Hybrid Strategy to Solve the Forward Kinematics Problem in Parallel Manipulators. *IEEE TRANSACTIONS ON ROBOTICS*, 18-25.
24. Pratik J. Parikh, S. S. (2009). Solving the forward kinematics problem in parallel manipulators using an iterative artificial neural network strategy. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 595-606.
25. S. N. Yurt, E. A. (2007). Forward kinematics analysis of the 6-3 SPM by using neural networks. *Meccanica*, 187-196.
26. Siciliano, B., & Sciavicco, L. (2010). *Robotics Modelling, Planning and Control*. Italia: Springer.
27. Stewart, D. (1965). A platform with six degrees of freedom. *Proceedings of the IMechE, Vol. 180, Pt. 1, No. 15,* 371-385.
28. Toledo-Ramirez, G. K., Bringas-Rico, V., Reyes, N., Uribe, J., & Lopez, A. (2016). San Pedro Martir Telescope; Mexican design endeavor. *Ground-based and Airborne Telescopes VI, SPIE 9906*.
29. Tsai, L.-W. (1999). *Robot Analysis The mechanics of serial and parallel manipulator*. (I. JOHN WILEY & SONS, Ed.)
30. Uribe, J., Bringas, V., Reyes, N., Tovar, C., & Lopez, A. (2016). Mechanical conceptual design of 6.5 meter telescope: Telescopio San Pedro Mártir (TSPM). *Ground-based and Airborne Telescope VI; SPIE 9906*.
31. Vincent De Sapio. (1998). *Some Approaches for Modeling and Analysis of a Parallel Mechanism with Stewart Platform Architecture*. Sandia National Laboratories.
32. Zhelong Wang, J. H. (2011). Forward Kinematics Analysis of a Six-Degree-of - Freedom Stewart Platform Based on Independent Component Analysis and Nelder-Mead Algorithm. *IEEE TRANSACTIONS ON SYSTEMS, MAN, AND CYBERNETICS*, 589-597.

ANEXO A

HOJAS DE CÁLCULO Y PROGRAMAS DESARROLLADOS PARA EL ANALISIS DE LA PLATAFORMA GS

DEFINIR LA ESTRUCTURA DE LA PLATAFORMA GS PROPUESTA.

Archivo **Para_Hexa_A.xlsx**

	A	B	C
1	X	Y	Z
2	460.0000	0.0000	0.0000
3	460.0000	0.0000	0.0000
4	460.0000	0.0000	0.0000
5	460.0000	0.0000	0.0000
6	460.0000	0.0000	0.0000
7	460.0000	0.0000	0.0000
8	277.7100	0.0000	314.3300
9	411.0700	0.0000	83.3400
10	133.3600	0.0000	-397.6700
11	-133.3600	0.0000	-397.6700
12	-411.0700	0.0000	83.3400
13	-277.7100	0.0000	314.3300
14	54.9700	0.0000	405.3500
15	378.5300	0.0000	-155.0700
16	323.5600	0.0000	-250.2800
17	-323.5600	0.0000	-250.2800
18	-378.5300	0.0000	-155.0700
19	-54.9700	0.0000	405.3500
20	0.0000	0.0000	0.0000
21	0.0000	-392.0500	0.0000

Programa PH_Aldo_01.m

```
% Carga parametros del hexapodo a analizar mediante un archivo excel.  
% El nombre del archivo de excel sera: 'Para_Hexa_B.xlsx'
```

```
%clc; % Limpieza de pantalla  
%clear all; % Limpieza de variables en el workspace
```

```
format short;
```

```
% Carga parametros del hexapodo a analizar en la variable 'Par'.  
Par=xlsread('Para_Hexa_A.xlsx');
```

```
% Coordenadas de las articulaciones de la plataforma fija.  
l1=Par(1,1); l2=Par(2,1); l3=Par(3,1);  
l4=Par(4,1); l5=Par(5,1); l6=Par(6,1);
```

```

% Coordinadas de las articulaciones de la plataforma fija
xa1=Par(7,1); xa2=Par(8,1); xa3=Par(9,1);
xa4=Par(10,1); xa5=Par(11,1); xa6=Par(12,1);

ya1=Par(7,2); ya2=Par(8,2); ya3=Par(9,2);
ya4=Par(10,2); ya5=Par(11,2); ya6=Par(12,2);

za1=Par(7,3); za2=Par(8,3); za3=Par(9,3);
za4=Par(10,3); za5=Par(11,3); za6=Par(12,3);

% Vector de las posiciones de las articulaciones en la plataforma fija
a1=[xa1;ya1;za1]; a2=[xa2;ya2;za2]; a3=[xa3;ya3;za3];
a4=[xa4;ya4;za4]; a5=[xa5;ya5;za5]; a6=[xa6;ya6;za6];

% Coordinadas de las articulaciones de la plataforma movil.
xb1=Par(13,1); xb2=Par(14,1); xb3=Par(15,1);
xb4=Par(16,1); xb5=Par(17,1); xb6=Par(18,1);

yb1=Par(13,2); yb2=Par(14,2); yb3=Par(15,2);
yb4=Par(16,2); yb5=Par(17,2); yb6=Par(18,2);

zb1=Par(13,3); zb2=Par(14,3); zb3=Par(15,3);
zb4=Par(16,3); zb5=Par(17,3); zb6=Par(18,3);

% Vector de las posiciones de las articulaciones en la plataforma movil.
b1=[xb1;yb1;zb1]; b2=[xb2;yb2;zb2]; b3=[xb3;yb3;zb3];
b4=[xb4;yb4;zb4]; b5=[xb5;yb5;zb5]; b6=[xb6;yb6;zb6];

% Vector de la posicion del centro de masa de la carga a la plataforma movil
dcm=[Par(19,1);Par(19,2);Par(19,3)];

% Vector de la posicion del centro de masa de la plataforma movil en reposo.
h=[Par(20,1);Par(20,2);Par(20,3)];

```

Programa NH_Aldo_01.m

```

% Carga nodos del hexapodo a analizar mediante un archivo excel.
% El nombre del archivo de excel sera: 'Para_Hexa_B.xlsx'

% clc; % Limpieza de pantalla
% clear all; % Limpieza de variables en el workspace

format short;

% Carga parametros del hexapodo a analizar en la variable 'Par'.
Par=xlsread('Para_Hexa_A.xlsx');

% Coordinadas de las articulaciones de la plataforma fija
xa1=Par(7,1); xa2=Par(8,1); xa3=Par(9,1);
xa4=Par(10,1); xa5=Par(11,1); xa6=Par(12,1);

ya1=Par(7,2); ya2=Par(8,2); ya3=Par(9,2);
ya4=Par(10,2); ya5=Par(11,2); ya6=Par(12,2);

za1=Par(7,3); za2=Par(8,3); za3=Par(9,3);
za4=Par(10,3); za5=Par(11,3); za6=Par(12,3);

```

```

% Vector de las posiciones de las articulaciones en la plataforma fija
Ia1=[xa1,ya1,za1]; Ia2=[xa2,ya2,za2]; Ia3=[xa3,ya3,za3];
Ia4=[xa4,ya4,za4]; Ia5=[xa5,ya5,za5]; Ia6=[xa6,ya6,za6];

% Coordenadas de las articulaciones de la plataforma movil.
xb1=Par(13,1); xb2=Par(14,1); xb3=Par(15,1);
xb4=Par(16,1); xb5=Par(17,1); xb6=Par(18,1);

yb1=Par(20,2); yb2=Par(20,2); yb3=Par(20,2);
yb4=Par(20,2); yb5=Par(20,2); yb6=Par(20,2);

zb1=Par(13,3); zb2=Par(14,3); zb3=Par(15,3);
zb4=Par(16,3); zb5=Par(17,3); zb6=Par(18,3);

% Vector de las posiciones de las articulaciones en la plataforma movil.
Ib1=[xb1,yb1,zb1]; Ib2=[xb2,yb2,zb2]; Ib3=[xb3,yb3,zb3];
Ib4=[xb4,yb4,zb4]; Ib5=[xb5,yb5,zb5]; Ib6=[xb6,yb6,zb6];

% Grafica de la posicion inicial del la plataforma GS
plot3dGSP( Ia1,Ia2,Ia3,Ia4,Ia5,Ia6,Ib1,Ib2,Ib3,Ib4,Ib5,Ib6 )

```

Función plot3dGSP.m

```

function [ ] = plot3dGSP( a1,a2,a3,a4,a5,a6,b1,b2,b3,b4,b5,b6 )
% Programa que calcula la grafica de una plataforma GS partiendo de rectas
% parametricas en el espacio mediante los puntos de cada nodo dados en la
% siguiente forma.

% PLATAFORMA FIJA
% a1=(a1(1),a1(2),a1(3))
% a2=(a2(1),a2(2),a2(3))
% a3=(a3(1),a3(2),a3(3))
% a4=(a4(1),a4(2),a4(3))
% a5=(a5(1),a5(2),a5(3))
% a6=(a6(1),a6(2),a6(3))

% PLATAFORMA MOVIL
% b1=(b1(1),b1(2),b1(3))
% b2=(b2(1),b2(2),b2(3))
% b3=(b3(1),b3(2),b3(3))
% b4=(b4(1),b4(2),b4(3))
% b5=(b5(1),b5(2),b5(3))
% b6=(b6(1),b6(2),b6(3))

% PLATAFORMA FIJA
% Recta a1-a2
[Xa,Ya,Za] = rectap3d(a1,a2); A=[Xa,Ya,Za];
% Recta a2-a3
[Xb,Yb,Zb] = rectap3d(a2,a3); B=[Xb,Yb,Zb];
% Recta a3-a4
[Xc,Yc,Zc] = rectap3d(a3,a4); C=[Xc,Yc,Zc];
% Recta a4-a5
[Xd,Yd,Zd] = rectap3d(a4,a5); D=[Xd,Yd,Zd];
% Recta a5-a6
[Xe,Ye,Ze] = rectap3d(a5,a6); E=[Xe,Ye,Ze];

```

```

% Recta a6-a1
[Xf,Yf,Zf] = rectap3d(a6,a1); F=[Xf,Yf,Zf];
% grid on

% PLATAFORMA MOVIL
% Recta b1-b2
[Xg,Yg,Zg] = rectap3d(b1,b2); G=[Xg,Yg,Zg];
% Recta b2-b3
[Xh,Yh,Zh] = rectap3d(b2,b3); H=[Xh,Yh,Zh];
% Recta b3-b4
[Xi,Yi,Zi] = rectap3d(b3,b4); I=[Xi,Yi,Zi];
% Recta b4-b5
[Xj,Yj,Zj] = rectap3d(b4,b5); J=[Xj,Yj,Zj];
% Recta b5-b6
[Xk,Yk,Zk] = rectap3d(b5,b6); K=[Xk,Yk,Zk];
% Recta b6-b1
[Xl,Yl,Zl] = rectap3d(b6,b1); L=[Xl,Yl,Zl];

% ACTUADORES
% Recta a1-b1
[Xm,Ym,Zm] = rectap3d(a1,b1); M=[Xm,Ym,Zm];
% Recta a2-b2
[Xn,Yn,Zn] = rectap3d(a2,b2); N=[Xn,Yn,Zn];
% Recta a3-b3
[Xo,Yo,Zo] = rectap3d(a3,b3); O=[Xo,Yo,Zo];
% Recta a4-b4
[Xp,Yp,Zp] = rectap3d(a4,b4); P=[Xp,Yp,Zp];
% Recta a5-b5
[Xq,Yq,Zq] = rectap3d(a5,b5); Q=[Xq,Yq,Zq];
% Recta a6-b6
[Xr,Yr,Zr] = rectap3d(a6,b6); R=[Xr,Yr,Zr];

% Grafica de plataforma GS

% Se realiza una correccion entre los ejes coordenados para orientar la
% plataforma GS con el eje Y en vertical para las graficas realizadas en
% Matlab

% Grafica de nodos en plataforma movil
plot3(a1(3),a1(1),a1(2),'ok');
hold on
grid on
plot3(a2(3),a2(1),a2(2),'ok');
plot3(a3(3),a3(1),a3(2),'ok');
plot3(a4(3),a4(1),a4(2),'ok');
plot3(a5(3),a5(1),a5(2),'ok');
plot3(a6(3),a6(1),a6(2),'ok');

% Grafica de plataforma fija
plot3(Za,Xa,Ya,'LineWidth',3,'Color',[0 0 0]);
plot3(Zb,Xb,Yb,'LineWidth',3,'Color',[0 0 0]);
plot3(Zc,Xc,Yc,'LineWidth',3,'Color',[0 0 0]);
plot3(Zd,Xd,Yd,'LineWidth',3,'Color',[0 0 0]);
plot3(Ze,Xe,Ye,'LineWidth',3,'Color',[0 0 0]);
plot3(Zf,Xf,Yf,'LineWidth',3,'Color',[0 0 0]);

% Grafica de plataforma movil
plot3(Zg,Xg,Yg,'LineStyle','--','LineWidth',2,'Color',[0 0 0]);

```

```

plot3(Zh,Xh,Yh, 'LineStyle', '--', 'LineWidth',2, 'Color', [0 0 0]);
plot3(Zi,Xi,Yi, 'LineStyle', '--', 'LineWidth',2, 'Color', [0 0 0]);
plot3(Zj,Xj,Yj, 'LineStyle', '--', 'LineWidth',2, 'Color', [0 0 0]);
plot3(Zk,Xk,Yk, 'LineStyle', '--', 'LineWidth',2, 'Color', [0 0 0]);
plot3(Zl,Xl,Yl, 'LineStyle', '--', 'LineWidth',2, 'Color', [0 0 0]);

% Grafica de actuadores
plot3(Zm,Xm,Ym, 'LineStyle', '--', 'LineWidth',2, 'Color', [0 0 1]);
plot3(Zn,Xn,Yn, 'LineStyle', '--', 'LineWidth',2, 'Color', [0 0 1]);
plot3(Zo,Xo,Yo, 'LineStyle', '--', 'LineWidth',2, 'Color', [0 0 1]);
plot3(Zp,Xp,Yp, 'LineStyle', '--', 'LineWidth',2, 'Color', [0 0 1]);
plot3(Zq,Xq,Yq, 'LineStyle', '--', 'LineWidth',2, 'Color', [0 0 1]);
plot3(Zr,Xr,Yr, 'LineStyle', '--', 'LineWidth',2, 'Color', [0 0 1]);

title('Plataforma GS en posición inicial')
axis([-500,500,-500,500,-500,50])

```

```
end
```

Función rectap3d.m

```

function [X,Y,Z] = rectap3d(a1,a2)
% Funcion que calcula la grafica de una recta parametrica en el espacio
% partiendo de dos puntos dados en la siguiente forma.
% a1=(a1(1),a1(2),a1(3))
% a2=(a2(1),a2(2),a2(3))

vt=a2-a1;
nvt=norm(vt);

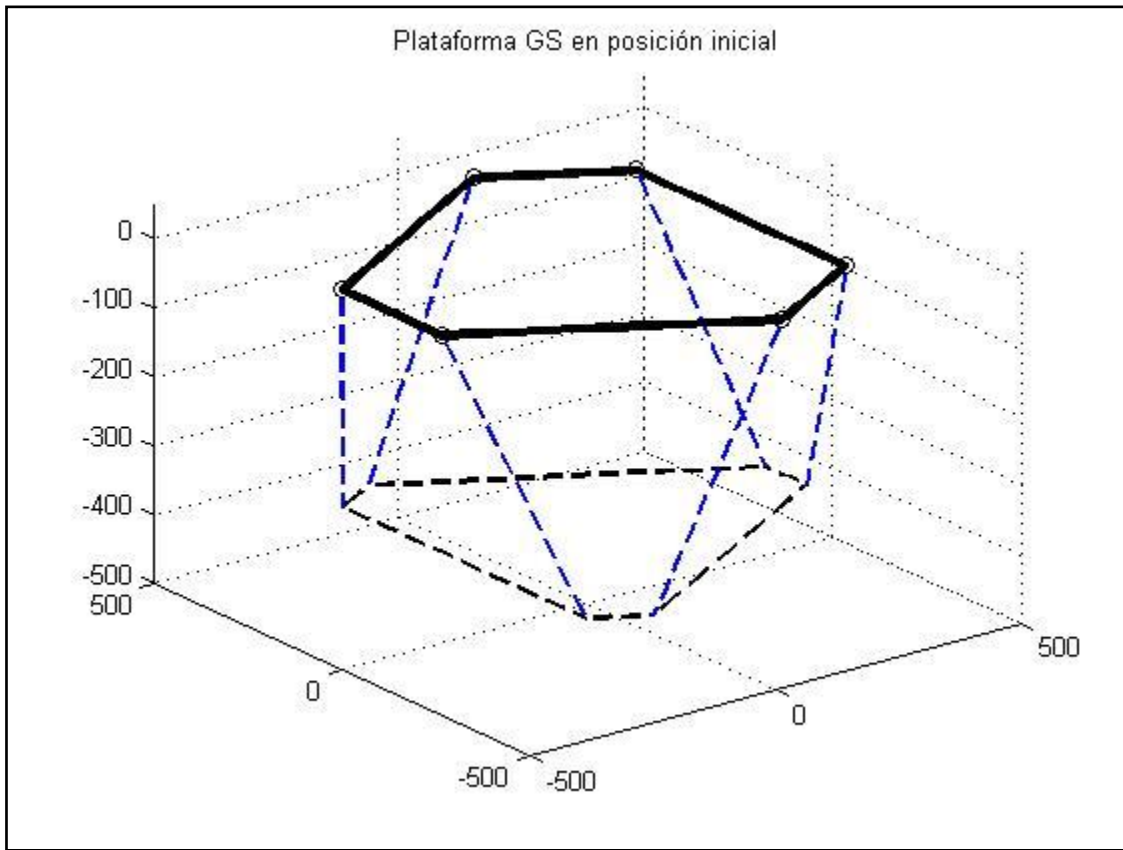
u=[vt(1)/nvt,vt(2)/nvt,vt(3)/nvt];

t=0:0.1:1;

X=a1(1)+t*u(1)*nvt;
Y=a1(2)+t*u(2)*nvt;
Z=a1(3)+t*u(3)*nvt;

end

```



Archivo **Punto_Hexa_A.xlsx**

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	X	Y	Z	α	β	γ	tf	j
2	-20.0000	15.0000	30.0000	5.0000	-3.0000	7.0000	3.0000	150.0000

Programa **D_Aldo_01.m**

```

% Carga parametros de la posicion a la que se desplazara el sistema
% mediante un archivo excel.
% El nombre del archivo de excel sera: 'Punto_Hexa_A.xlsx'

%clc;                % Limpieza de pantalla
%clear all;         % Limpieza de variables en el workspace

format short;

% Carga parametros del hexapodo a analizar en la variable 'Par'.
Desp=xlsread('Punto_Hexa_A.xlsx');

% Coordenadas de las articulaciones de la plataforma movil
x=Desp(1,1); y=Desp(1,2); z=Desp(1,3);
aa=Desp(1,4); bb=Desp(1,5); cc=Desp(1,6);

```

```
tf=Desp(1,7);
j=Desp(1,8);
```

DEFINICIÓN DE TRAYECTORIA PARA CARACTERIZAR LA PLATAFORMA GS.

Programa pathcicloidal.m

```
function cicloidal = pathcicloidal( dt, tf, mul )

% Trayectoria cicloidal definida por la distancia total a desplazarse (dc),
% y el tiempo necesario para cubrir la dc (tf), ademas de un multiplicador
% para dar mayor resolucion al perfil de movimiento.

secc = mul*tf;
div=0:1:secc;

for i=1:secc+1

    ti(i)=(div(1,i))*(tf/secc);
    dc(i)=dt*((ti(i)/tf)-(1/(2*pi))*sin((2*pi)*(ti(i)/tf)));
    vc(i)=(dt/tf)*(1-cos((2*pi)*(ti(i)/tf)));
    ac(i)=(2*2*pi*dt/(tf*tf))*(sin((2*pi)*(ti(i)/tf)));

end

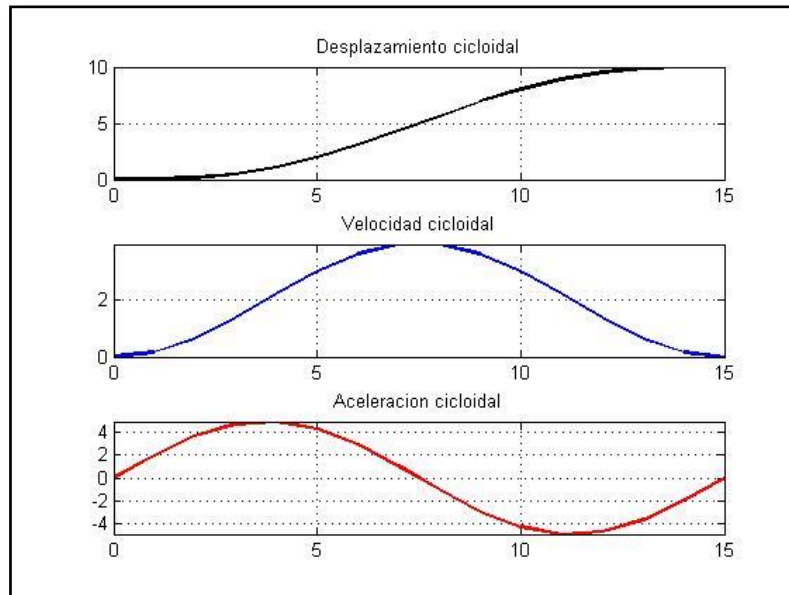
cicloidal=[ti(:), dc(:), vc(:), ac(:)];

% Graficas importantes
figure;
subplot(3,1,1);
plot(div,dc,'LineWidth',2,'Color',[0 0 0]);
axis([min(div),max(div),min(dc),max(dc)]);
title('Desplazamiento cicloidal');
grid on

subplot(3,1,2);
plot(div,vc,'LineWidth',2);
axis([min(div),max(div),min(vc),max(vc)]);
title('Velocidad cicloidal');
grid on

subplot(3,1,3);
plot(div,ac,'LineWidth',2,'Color',[1 0 0]);
axis([min(div),max(div),min(ac),max(ac)]);
title('Aceleracion cicloidal');
grid on

end
```



```
>> pathcicloidal( 10, 15, 1 )
```

```
cicloidal =
```

Time (s)	Displacement	Velocity	Acceleration
0.0000	0	0	0
1.0000	0.0193	0.0576	0.2272
2.0000	0.1506	0.2206	0.4151
3.0000	0.4863	0.4607	0.5312
4.0000	1.0838	0.7364	0.5554
5.0000	1.9550	1.0000	0.4837
6.0000	3.0645	1.2060	0.3283
7.0000	4.3358	1.3188	0.1161
8.0000	5.6642	1.3188	-0.1161
9.0000	6.9355	1.2060	-0.3283
10.0000	8.0450	1.0000	-0.4837
11.0000	8.9162	0.7364	-0.5554
12.0000	9.5137	0.4607	-0.5312
13.0000	9.8494	0.2206	-0.4151
14.0000	9.9807	0.0576	-0.2272
15.0000	10.0000	0	-0.0000

Programa patharmonica.m

```
function armonica = patharmonica( dt, tf, mul )

% Trayectoria armonica definida por la distancia total a desplazarse (da),
% y el tiempo necesario para cubrir la da (tf), ademas de un multiplicador
% para dar mayor resolucio al perfil de movimiento.

secc = mul*tf;
div=0:1:secc;

for i=1:secc+1

    ti(i)=(div(1,i))*(tf/secc);
    da(i)=(dt/2)*(1-cos((pi)*(ti(i)/tf)));
    va(i)=(pi)*dt/(2*tf)*(sin((pi)*(ti(i)/tf)));
    aa(i)=(pi)*(pi)*dt/(2*tf*tf)*(cos((pi)*(ti(i)/tf)));

end

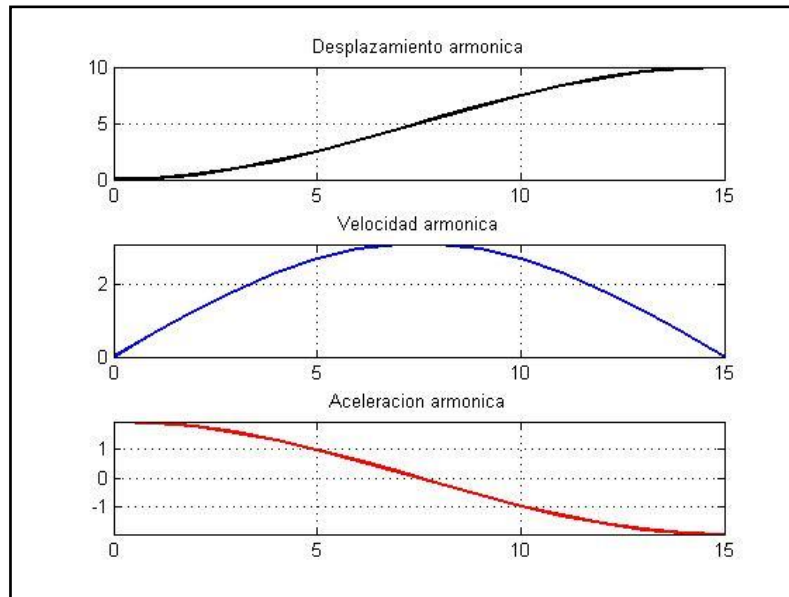
armonica=[ti(:), da(:), va(:), aa(:)];

% Graficas importantes
figure;
subplot(3,1,1);
plot(div,da,'LineWidth',2,'Color',[0 0 0]);
axis([min(div),max(div),min(da),max(da)]);
title('Desplazamiento armonica');
grid on

subplot(3,1,2);
plot(div,va,'LineWidth',2);
axis([min(div),max(div),min(va),max(va)]);
title('Velocidad armonica');
grid on

subplot(3,1,3);
plot(div,aa,'LineWidth',2,'Color',[1 0 0]);
axis([min(div),max(div),min(aa),max(aa)]);
title('Aceleracion armonica');
grid on

end
```



```
>> patharmonica( 10, 15, 1 )
```

```
armonica =
```

0	0	0	0.2193
1.0000	0.1093	0.2177	0.2145
2.0000	0.4323	0.4259	0.2004
3.0000	0.9549	0.6155	0.1774
4.0000	1.6543	0.7782	0.1468
5.0000	2.5000	0.9069	0.1097
6.0000	3.4549	0.9959	0.0678
7.0000	4.4774	1.0415	0.0229
8.0000	5.5226	1.0415	-0.0229
9.0000	6.5451	0.9959	-0.0678
10.0000	7.5000	0.9069	-0.1097
11.0000	8.3457	0.7782	-0.1468
12.0000	9.0451	0.6155	-0.1774
13.0000	9.5677	0.4259	-0.2004
14.0000	9.8907	0.2177	-0.2145
15.0000	10.0000	0.0000	-0.2193

Programa pathpoli8.m

```
function polinomial8 = pathpoli8( dt, tf, mul )

% Trayectoria polinomial de grado 8 definida por la distancia total a
% desplazarse (dp), y el tiempo necesario para cubrir la dp (tf), ademas
% de un multiplicador para dar mayor resolucio al perfil de movimiento.

secc = mul*tf;
div=0:1:secc;

for i=1:secc+1

    ti(i)=(div(1,i))*(tf/secc);
    dp8(i)=dt*(6.09755*((ti(i)/tf)^3)-
20.7804*((ti(i)/tf)^5)+26.73155*((ti(i)/tf)^6)-
13.60965*((ti(i)/tf)^7)+2.56095*((ti(i)/tf)^8));
    vp8(i)=(dt/(tf))*(18.29265*((ti(i)/tf)^2)-
103.902*((ti(i)/tf)^4)+160.3893*((ti(i)/tf)^5)-
95.26755*((ti(i)/tf)^6)+20.4876*((ti(i)/tf)^7));
    ap8(i)=(dt/(tf*tf))*(36.5853*(ti(i)/tf)-
415.608*((ti(i)/tf)^3)+801.9465*((ti(i)/tf)^4)-
571.6053*((ti(i)/tf)^5)+143.4132*((ti(i)/tf)^6));

end

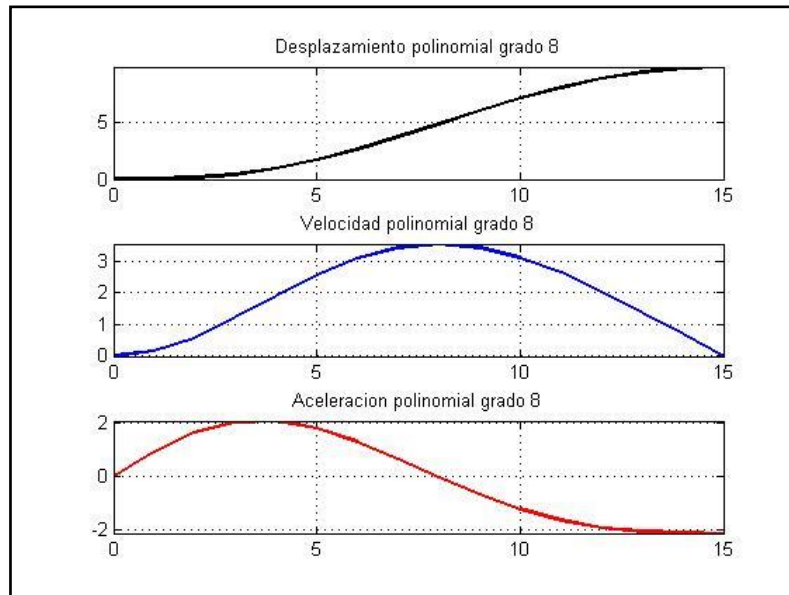
polinomial8=[ti(:), dp8(:), vp8(:), ap8(:)];

% Graficas importantes
figure;
subplot(3,1,1);
plot(div,dp8,'LineWidth',2,'Color',[0 0 0]);
axis([min(div),max(div),min(dp8),max(dp8)]);
title('Desplazamiento polinomial grado 8');
grid on

subplot(3,1,2);
plot(div,vp8,'LineWidth',2);
axis([min(div),max(div),min(vp8),max(vp8)]);
title('Velocidad polinomial grado 8');
grid on

subplot(3,1,3);
plot(div,ap8,'LineWidth',2,'Color',[1 0 0]);
axis([min(div),max(div),min(ap8),max(ap8)]);
title('Aceleracion polinomial grado 8');
grid on

end
```



```
>> pathpoli8( 10, 15, 1 )
```

```
polinomial8 =
```

	0	0	0	0
1.0000	0.0178	0.0530	0.1036	
2.0000	0.1372	0.1991	0.1832	
3.0000	0.4367	0.4073	0.2267	
4.0000	0.9598	0.6396	0.2316	
5.0000	1.7116	0.8590	0.2021	
6.0000	2.6632	1.0351	0.1466	
7.0000	3.7603	1.1470	0.0755	
8.0000	4.9324	1.1844	-0.0008	
9.0000	6.1041	1.1468	-0.0731	
10.0000	7.2035	1.0419	-0.1345	
11.0000	8.1698	0.8828	-0.1809	
12.0000	8.9565	0.6854	-0.2113	
13.0000	9.5330	0.4650	-0.2275	
14.0000	9.8830	0.2339	-0.2333	
15.0000	10.0000	-0.0000	-0.2341	

PERFIL DE MOVIMIENTO A SER EXPLOTADO EN ANÁLISIS DE LA PLATAFORMA GS.

Programa pathpoli5.m

```
function polinomial5 = pathpoli5( dt, tf, mul )

% Trayectoria polinomial de grado 5 definida por la distancia total a
% desplazarse (dp), y el tiempo necesario para cubrir la dp (tf), ademas
% de un multiplicador para dar mayor resolucio al perfil de movimiento.

secc = mul*tf;
div=0:1:secc;

for i=1:secc+1

    ti(i)=(div(1,i))*(tf/secc);
    dp5(i)=dt*(10*((ti(i))^3)/((tf)^3))-
15*((ti(i))^4)/((tf)^4))+6*((ti(i))^5)/((tf)^5));
    vp5(i)=dt*(30*((ti(i))^2)/((tf)^3))-
60*((ti(i))^3)/((tf)^4))+30*((ti(i))^4)/((tf)^5));
    ap5(i)=dt*(60*((ti(i))^1)/((tf)^3))-
180*((ti(i))^2)/((tf)^4))+120*((ti(i))^3)/((tf)^5));

end

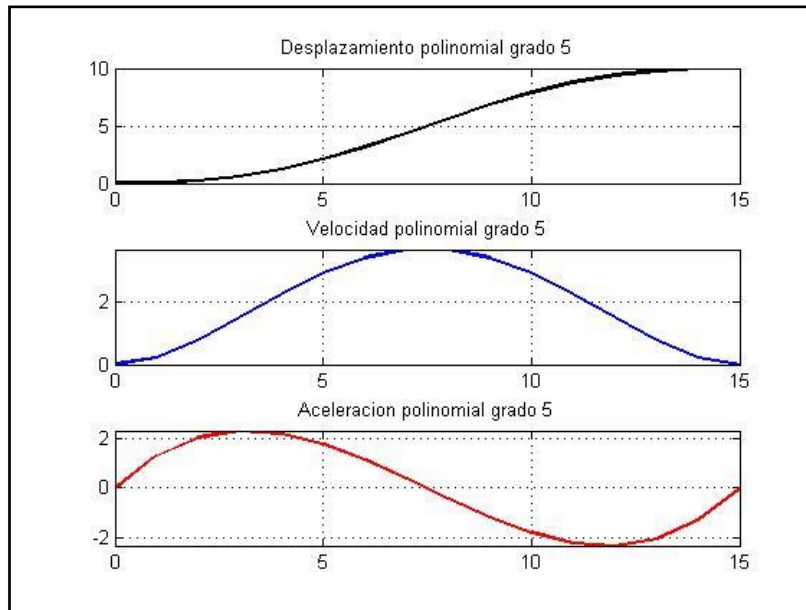
polinomial5=[ti(:), dp5(:), vp5(:), ap5(:)];

% Graficas importantes
figure;
subplot(3,1,1);
plot(div,dp5,'LineWidth',2,'Color',[0 0 0]);
axis([min(div),max(div),min(dp5),max(dp5)]);
title('Desplazamiento polinomial grado 5');
grid on

subplot(3,1,2);
plot(div,vp5,'LineWidth',2);
axis([min(div),max(div),min(vp5),max(vp5)]);
title('Velocidad polinomial grado 5');
grid on

subplot(3,1,3);
plot(div,ap5,'LineWidth',2,'Color',[1 0 0]);
axis([min(div),max(div),min(ap5),max(ap5)]);
title('Aceleracion polinomial grado 5');
grid on

end
```



```
>> pathpoli5( 10, 15, 1 )
```

```
polinomial5 =
```

	0	0	0	0
1.0000	0.0267	0.0774	0.1438	
2.0000	0.1922	0.2671	0.2260	
3.0000	0.5792	0.5120	0.2560	
4.0000	1.2187	0.7648	0.2434	
5.0000	2.0988	0.9877	0.1975	
6.0000	3.1744	1.1520	0.1280	
7.0000	4.3768	1.2389	0.0442	
8.0000	5.6232	1.2389	-0.0442	
9.0000	6.8256	1.1520	-0.1280	
10.0000	7.9012	0.9877	-0.1975	
11.0000	8.7813	0.7648	-0.2434	
12.0000	9.4208	0.5120	-0.2560	
13.0000	9.8078	0.2671	-0.2260	
14.0000	9.9733	0.0774	-0.1438	
15.0000	10.0000	0	-0.0000	

Códigos de funciones específicas para identificar los puntos en una trayectoria **pathpoli5** y que se utilizaran los programas donde sea necesario identificar un punto específico en la trayectoria de desplazamiento, velocidad y aceleración.

Función **pathpoli5d.m**

```
function polinomial5d = pathpoli5d( dt, tf, ti )

% Punto especifico en un perfil polinomial de grado 5 definida por la
% distancia total a desplazarse (dp), y el tiempo necesario para cubrir la
% dp (tf), ademas del punto instante ti a ser evaluado.

polinomial5d=dt*(10*((ti)^3)/((tf)^3))-
15*((ti)^4)/((tf)^4))+6*((ti)^5)/((tf)^5));
```

Función **pathpoli5v.m**

```
function polinomial5v = pathpoli5v( dt, tf, ti )

% Velocidad en punto especifico en un perfil polinomial de grado 5
% definida por la distancia total a desplazarse (dp), y el tiempo necesario
% para cubrir la dp (tf), ademas del punto instante ti a ser evaluado.

polinomial5v=dt*(30*((ti)^2)/((tf)^3))-
60*((ti)^3)/((tf)^4))+30*((ti)^4)/((tf)^5));
```

Función **pathpoli5a.m**

```
function polinomial5a = pathpoli5a( dt, tf, ti )

% Aceleración en punto específico en un perfil polinomial de grado 5
% definida por la distancia total a desplazarse (dp), y el tiempo necesario
% para cubrir la dp (tf), además del punto instante ti a ser evaluado.

polinomial5a=dt*(60*((ti)^1)/((tf)^3))-
180*((ti)^2)/((tf)^4))+120*((ti)^3)/((tf)^5));
```

DESARROLLAR EL MODELO CINEMÁTICO PARA CARACTERIZAR LA PLATAFORMA GS.

Programa **CI_Aldo_01.m**

```
%Análisis de cinematica inversa.

%Para estudio de hexapodo en la aplicacion de la alineacion y enfoque del
%espejo secundario en el Telescopio de San Pedro Martir (TSPM)

clc; % Limpieza de pantalla
clear all; % Limpieza de variables en el workspace
format short

% Parametros iniciales del Hexapodo.
PH_Aldo_01

% Posicion inicial en el espacio (posicion la cual se requiere analizar).
D_Aldo_01

% Matriz de rotacion en el espacio
r=rotEjesFijos(aa,bb,cc);

% Vector desplazamiento
v=[x;y;z]+inv(r)*dcm-dcm;

% Rotacion de las juntas de la plataforma movil.
T1=r*b1+v+h; T2=r*b2+v+h; T3=r*b3+v+h;
T4=r*b4+v+h; T5=r*b5+v+h; T6=r*b6+v+h;

% Longitud final de los actuadores
L1=norm(T1-a1); L2=norm(T2-a2); L3=norm(T3-a3);
L4=norm(T4-a4); L5=norm(T5-a5); L6=norm(T6-a6);

% Matriz con coordenadas de las articulaciones en posicion final
fprintf('Coordenadas de articulaciones móviles en posición final;\n')
T=[T1';T2';T3';T4';T5';T6'];
disp(' X Y Z')
disp(T)

% Coordenadas de las articulaciones en posicion final
T1b=T1';T2b=T2';T3b=T3';T4b=T4';T5b=T5';T6b=T6';

% Matriz con longitudes finales de actuadores
fprintf('Longitud total de los actuadores en posición final;\n')
L=[L1;L2;L3;L4;L5;L6];
disp(' Longitud total del actuador')
disp(L)

% Carrera maxima y minima de los actuadores desde la posicion nominal
fprintf('Desplazamiento lineal en los actuadores;\n')
Despla=[L1-l1;L2-l2;L3-l3;L4-l4;L5-l5;L6-l6];
disp(' Desplazamiento del actuador')
disp(Despla)
```



```

% Carrera maxima y minima de los actuadores desde la posicion nominal
fprintf('Carrera máxima y mínima lineal en los actuadores y su posición
nominal;\n')
Carrera=[max(Despla),min(Despla),max(Despla)-min(Despla)];
disp('    Dmax        Dmin        Carrera total')
disp(Carrera)

% Grafica de la plataforma GS en posicion inicial y final
NH_Aldo_01
hold on
plot3dGSP( Ia1,Ia2,Ia3,Ia4,Ia5,Ia6,T1b,T2b,T3b,T4b,T5b,T6b )
title('Plataforma GS en posición inicial y final')

% Almacenamiento de parametros a analizar posteriormente
save('T_CI_Aldo_01.mat','Carrera');

```

Función rotEjesFijos.m

```

function r = rotEjesFijos(aa,bb,cc)

% Se determina la matriz de rotacion de acuerdo a la rotacion de los angulos
Bryant.
% Donde aa es el angulo de rotacion alpha dado en grados
% Donde bb es el angulo de rotacion betha dado en grados
% Donde cc es el angulo de rotacion gamma dado en grados

% Se traslada los grados de los angulos a radianes

a=aa*pi/180;
b=bb*pi/180;
c=cc*pi/180;

//    % Matriz de rotacion en el espacio por angulos Bryant.

zx=[cos(b),0,-sin(b)];
yz=[0,cos(a),sin(a)];
xy=[cos(c),sin(c),0];

% Se determinan los componentes de la matriz de rotacion haciendolos
ortogonales

Z=cross(zx,yz);
Y=cross(Z,xy);
X=cross(Y,Z);

% Se conforma la matriz de rotacion

r=[X(1),Y(1),Z(1);X(2),Y(2),Z(2);X(3),Y(3),Z(3)];

end

```

Resultados presentados del programa **CI_Aldo_01.m**

Coordenadas de articulaciones móviles en posición final;

X	Y	Z
13.2468	-405.9295	436.6641
362.5549	-319.4774	-100.7869
313.1385	-317.5913	-198.9146
-327.0409	-392.9418	-239.0573
-386.3852	-407.6292	-147.7495
-95.5141	-418.7309	429.8442

Longitud total de los actuadores en posición final;

Longitud total del actuador

499.6851
371.9170
415.5578
465.9115
469.2262
471.0355

Desplazamiento lineal en los actuadores;

Desplazamiento del actuador

39.6851
-88.0830
-44.4422
5.9115
9.2262
11.0355

Carrera máxima y mínima lineal en los actuadores y su posición nominal;

Dmax	Dmin	Carrera total
39.6851	-88.0830	127.7681

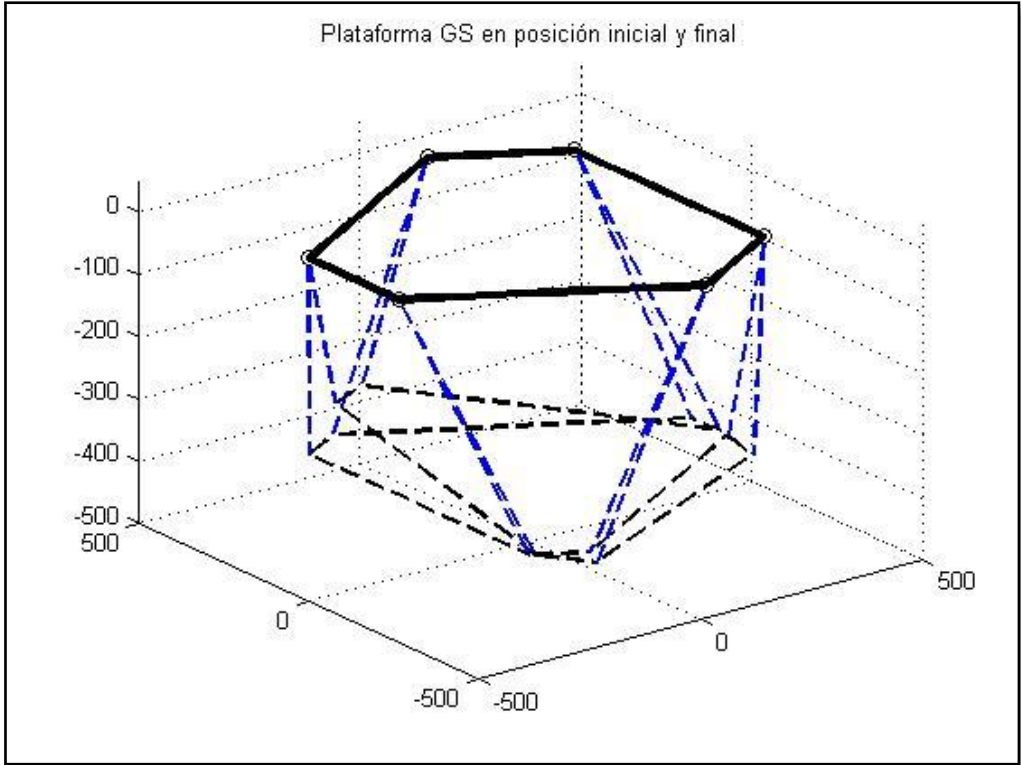
```
Command Window
Coordenadas de articulaciones móviles en posición final;
  X      Y      Z
  13.2468 -405.9295  436.6641
  362.5549 -319.4774 -100.7869
  313.1385 -317.5913 -198.9146
  -327.0409 -392.9418 -239.0573
  -386.3852 -407.6292 -147.7495
  -95.5141 -418.7309  429.8442

Longitud total de los actuadores en posición final;
Longitud total del actuador
499.6851
371.9170
415.5578
465.9115
469.2262
471.0355

Desplazamiento lineal en los actuadores;
Desplazamiento del actuador
39.6851
-88.0830
-44.4422
 5.9115
 9.2262
11.0355

Carrera máxima y mínima lineal en los actuadores y su posición nominal;
Dmax   Dmin   Carrera total
39.6851 -88.0830 127.7681

fx >> |
```



DESARROLLAR EL MODELO DINÁMICO PARA CARACTERIZAR LA PLATAFORMA GS.

Archivo **Fisicos_Hexa_A.xlsx**

	A	B	C
1	X	Y	Z
2	20050.3800	0.0000	0.0000
3	-0.2100	-40.1300	0.0800
4	1873232375.1100	173521.8800	-653330.4000
5	173521.8800	3736844027.2800	-132354.0400
6	-653330.4000	-132354.0400	1874675292.6100
7	18096.8600	0.0000	0.0000
8	0.0000	20.2000	0.0000
9	1540548671.8500	-0.1100	0.0000
10	-0.1100	3067264385.5200	0.0000
11	0.0000	0.0000	1547935082.7300
12	5293.4400	0.0000	0.0000
13	-5.7300	154.7700	-0.1300
14	38181854.9300	-1009763.6600	16843.0200
15	-1009763.6600	9604708.8800	297239.9100
16	16843.0200	297239.9100	39983924.8300
17	932.7700	0.0000	0.0000
18	1.6100	70.1000	0.0000
19	2106717.2900	-53412.4400	7.7800
20	-53412.4400	732057.7400	-46.5400
21	7.7800	-46.5400	2224034.5800
22	0.0000	9.8050	0.0000

Función **FH_Aldo_01.m**

```
% Carga parametros fisicos del hexapodo a analizar mediante un archivo excel.  
% El nombre del archivo de excel sera: 'Fisicos_Hexa_A.xlsx'
```

```
%clc; % Limpieza de pantalla  
%clear all; % Limpieza de variables en el workspace
```

```
format short;
```

```
% Carga parametros fisicos del hexapodo a analizar en la variable 'Fis'.  
Fis=xlsread('Fisicos_Hexa_A.xlsx');
```

```
% Parametros de plataforma fija.  
mf=Fis(1,1)/1000;  
mfc=[Fis(2,1);Fis(2,2);Fis(2,3)];
```

```

If=[Fis(3,1),Fis(3,2),Fis(3,3);Fis(4,1),Fis(4,2),Fis(4,3);Fis(5,1),Fis(5,2),Fis(5,3)]/(1000^3);

% Parametros de plataforma movil.
mp=Fis(6,1)/1000;
mpcm=[Fis(7,1);Fis(7,2);Fis(7,3)];
Ip=[Fis(8,1),Fis(8,2),Fis(8,3);Fis(9,1),Fis(9,2),Fis(9,3);Fis(10,1),Fis(10,2),Fis(10,3)]/(1000^3);

% Parametros de seccion fija de actuador.
m1=Fis(11,1)/1000;
m1cm=[Fis(12,1);Fis(12,2);Fis(12,3)];
e1=Fis(12,2);
I11=[Fis(13,1),Fis(13,2),Fis(13,3);Fis(14,1),Fis(14,2),Fis(14,3);Fis(15,1),Fis(15,2),Fis(15,3)]/(1000^3);
I21=[Fis(13,1),Fis(13,2),Fis(13,3);Fis(14,1),Fis(14,2),Fis(14,3);Fis(15,1),Fis(15,2),Fis(15,3)]/(1000^3);
I31=[Fis(13,1),Fis(13,2),Fis(13,3);Fis(14,1),Fis(14,2),Fis(14,3);Fis(15,1),Fis(15,2),Fis(15,3)]/(1000^3);
I41=[Fis(13,1),Fis(13,2),Fis(13,3);Fis(14,1),Fis(14,2),Fis(14,3);Fis(15,1),Fis(15,2),Fis(15,3)]/(1000^3);
I51=[Fis(13,1),Fis(13,2),Fis(13,3);Fis(14,1),Fis(14,2),Fis(14,3);Fis(15,1),Fis(15,2),Fis(15,3)]/(1000^3);
I61=[Fis(13,1),Fis(13,2),Fis(13,3);Fis(14,1),Fis(14,2),Fis(14,3);Fis(15,1),Fis(15,2),Fis(15,3)]/(1000^3);

% Parametros de seccion movil de actuador.
m2=Fis(16,1)/1000;
m2cm=[Fis(17,1);Fis(17,2);Fis(17,3)];
e2=Fis(17,2);
I1u=[Fis(18,1),Fis(18,2),Fis(18,3);Fis(19,1),Fis(19,2),Fis(19,3);Fis(20,1),Fis(20,2),Fis(20,3)]/(1000^3);
I2u=[Fis(18,1),Fis(18,2),Fis(18,3);Fis(19,1),Fis(19,2),Fis(19,3);Fis(20,1),Fis(20,2),Fis(20,3)]/(1000^3);
I3u=[Fis(18,1),Fis(18,2),Fis(18,3);Fis(19,1),Fis(19,2),Fis(19,3);Fis(20,1),Fis(20,2),Fis(20,3)]/(1000^3);
I4u=[Fis(18,1),Fis(18,2),Fis(18,3);Fis(19,1),Fis(19,2),Fis(19,3);Fis(20,1),Fis(20,2),Fis(20,3)]/(1000^3);
I5u=[Fis(18,1),Fis(18,2),Fis(18,3);Fis(19,1),Fis(19,2),Fis(19,3);Fis(20,1),Fis(20,2),Fis(20,3)]/(1000^3);
I6u=[Fis(18,1),Fis(18,2),Fis(18,3);Fis(19,1),Fis(19,2),Fis(19,3);Fis(20,1),Fis(20,2),Fis(20,3)]/(1000^3);

% Parametros de seccion movil de actuador.
G=[Fis(21,1);Fis(21,2);Fis(21,3)]*1000;

```

Programa VW_Aldo_01.m

```
% Analisis dinamico mediante Trabajo Virtual.
```

```
% Para estudio de hexapodo en la aplicacion de la alineacion y enfoque del
% espejo secundario en el Telescopio de San Pedro Martir (TSPM)
```

```

clc; % Limpieza de pantalla
clear all; % Limpieza de variables en el workspace
close all;

```

```

format short

% Parametros iniciales del Hexapodo.
PH_Aldo_01

% Posicion inicial en el espacio (posicion la cual se requiere analizar).
D_Aldo_01

% Parametros fisicos iniciales del Hexapodo.
FH_Aldo_01

% Vectores de posicion de las articulaciones moviles con referencia al
% marco fijo
t1=b1; t2=b2; t3=b3; t4=b4; t5=b5; t6=b6;

% Parametros necesarios para definicion de Jacobiano en etapas adelante del
% programa
xt1=t1(1); yt1=t1(2); zt1=t1(3);
xt2=t2(1); yt2=t2(2); zt2=t2(3);
xt3=t3(1); yt3=t3(2); zt3=t3(3);
xt4=t4(1); yt4=t4(2); zt4=t4(3);
xt5=t5(1); yt5=t5(2); zt5=t5(3);
xt6=t6(1); yt6=t6(2); zt6=t6(3);

%%
% Matriz de rotacion en el espacio
r=rotEjesFijos(aa,bb,cc);

% Definicion de parametros totales del desplazamiento angular deseado
alphanot=aa*pi/180; bethanot=bb*pi/180; gammanot=cc*pi/180;

% Vector desplazamiento
v=[x;y;z];
d=norm(v);           % Magnitud del vector de desplazamiento v
vn=v/d;             % Vector unitario del vector de desplazamiento v

%%
% ASIGNACION DE PARAMETROS PARA EVALUACION DE VARIABLES

desplineal1=zeros(1,j); velocidadp1=zeros(1,j); aceleracionp1=zeros(1,j);
alpha1=zeros(1,j); beta1=zeros(1,j); gamma1=zeros(1,j); t111=zeros(1,j);

%%

for i=1:j

    % Parametros de tiempo iterativo
    t=tf/j*(i-1);          t111(1,i)=t;

    % Definicion del desplazamiento, velocidad y aceleracion lineal desde
    % la posicion inicial hasta el punto deseado mediante el parametro
    % iterativo t como escalares en cada punto iterado
    desplineal=pathpoli5d(d,tf,t);
    desplineal1(1,i)=desplineal;

```

```

velocidadp=pathpoli5v(d,tf,t);
velocidadp1(1,i)=velocidadp;
aceleracionp=pathpoli5a(d,tf,t);
aceleracionp1(1,i)=aceleracionp;

% Definicion de los angulos alpha, betha y gamma desde la posicion
% inicial hasta el punto deseado mediante el parametro iterativo t
% como escalares en cada punto iterado
alpha=pathpoli5d(alphatot,tf,t);
alpha1(1,i)=alpha;
betha=pathpoli5d(bethatot,tf,t);
betha1(1,i)=betha;
gamma=pathpoli5d(gammatot,tf,t);
gamma1(1,i)=gamma;

% Definicion del vector desplzamiento, velocidad y aceleracion lineal
% mediante el vector unitario vn del vector v desde la posicion inicial
% hasta el punto deseado mediante el parametro iterativo t
v=vn*despllineal;
Velocidadp=vn*velocidadp;
Aceleracionp=vn*aceleracionp;

% Definicion del vector omega (velocidad angular) mediante las
% velocidades angulares alpha, betha y gamma desde la posicion inicial
% hasta el punto deseado mediante el parametro iterativo t
omegapx=pathpoli5v(alphatot,tf,t);
omegapy=pathpoli5v(bethatot,tf,t);
omegapz=pathpoli5v(gammatot,tf,t);
Omegap=[omegapx;omegapy;omegapz];

% Definicion del vector omega_dot (aceleracion angular) mediante las
% aceleraciones angulares alpha, betha y gamma desde la posicion inicial
% hasta el punto deseado mediante el parametro iterativo t
omegapx_dot=pathpoli5a(alphatot,tf,t);
omegapy_dot=pathpoli5a(bethatot,tf,t);
omegapz_dot=pathpoli5a(gammatot,tf,t);
Omegap_dot=[omegapx_dot;omegapy_dot;omegapz_dot];

% Procedimiento para determinar la matriz de rotacion en cada punto
% deseado mediante el parametro iterativo t
zx=[cos(betha),0,-sin(betha)];
yz=[0,cos(alpha),sin(alpha)];
xy=[cos(gamma),sin(gamma),0];
Z=cross(zx,yz);
Y=cross(Z,xy);
X=cross(Y,Z);

ra=[X(1),Y(1),Z(1);X(2),Y(2),Z(2);X(3),Y(3),Z(3)];

% Rotacion de las articulacione de la juntas de la plataforma movil (para
% representarlas en el sistema coordenado fijo) a cada punto deseado
% mediante el parametro iterativo t
T1=ra*t1+v+h; T2=ra*t2+v+h; T3=ra*t3+v+h;
T4=ra*t4+v+h; T5=ra*t5+v+h; T6=ra*t6+v+h;
% Vectores de los actuadores determinado mediante la diferencia entre las
% articulaciones de la plataforma movil y las acticulaciones fijas de la
% plataforma fija a cada punto deseado mediante el parametro iterativo t
Lact1=T1-a1; Lact2=T2-a2; Lact3=T3-a3;

```

```

Lact4=T4-a4; Lact5=T5-a5; Lact6=T6-a6;
% Magnitud de los actuadores determinado mediante la distancia entre las
% articulaciones moviles de la plataforma movil y las articulaciones
% fijas de la platafoma fija a cada punto deseado mediante el parametro
% iterativo t
L1m(i)=norm(T1-a1); L2m(i)=norm(T2-a2); L3m(i)=norm(T3-a3);
L4m(i)=norm(T4-a4); L5m(i)=norm(T5-a5); L6m(i)=norm(T6-a6);
% Se determinan los vectores unitarios de los actuadores determinando
% mediante la diferencia entre las articulaciones de la plataforma
% movil y las acticulaciones fijas de la plataforma fija a cada punto
% deseado mediante el parametro iterativo t
s1=Lact1/L1m(i); s2=Lact2/L2m(i); s3=Lact3/L3m(i);
s4=Lact4/L4m(i); s5=Lact5/L5m(i); s6=Lact6/L6m(i);

%vector unitario de cada actuador con respecto a su propio sistema
%coordenado
s11=[0;0;1]; s22=[0;0;1]; s33=[0;0;1];
s44=[0;0;1]; s55=[0;0;1]; s66=[0;0;1];

% Angulos Euler que definen la posicion de cada actuador respecto a la
% articulacion fija en la plataforma fija, los angulos de Euler estan
% definidos por los angulos omega y phi.
ct1=s1(3); ct2=s2(3); ct3=s3(3); ct4=s4(3); ct5=s5(3); ct6=s6(3);
st1=sqrt((s1(1))^2+(s1(2))^2);
st2=sqrt((s2(1))^2+(s2(2))^2);
st3=sqrt((s3(1))^2+(s3(2))^2);
st4=sqrt((s4(1))^2+(s4(2))^2);
st5=sqrt((s5(1))^2+(s5(2))^2);
st6=sqrt((s6(1))^2+(s6(2))^2);
sp1=s1(2)/st1; sp2=s2(2)/st2; sp3=s3(2)/st3;
sp4=s4(2)/st4; sp5=s5(2)/st5; sp6=s6(2)/st6;
cp1=s1(1)/st1; cp2=s2(1)/st2; cp3=s3(1)/st3;
cp4=s4(1)/st4; cp5=s5(1)/st5; cp6=s6(1)/st6;

% Matriz de rotacion para cada actuador de acuerdo a los parametros de
% los angulos de Euler que estan definidos por los angulos omega y phi.
AR1=[cp1*ct1, -sp1, cp1*st1; sp1*ct1, cp1, sp1*st1; -st1, 0, ct1];
AR2=[cp2*ct2, -sp2, cp2*st2; sp2*ct2, cp2, sp2*st2; -st2, 0, ct2];
AR3=[cp3*ct3, -sp3, cp3*st3; sp3*ct3, cp3, sp3*st3; -st3, 0, ct3];
AR4=[cp4*ct4, -sp4, cp4*st4; sp4*ct4, cp4, sp4*st4; -st4, 0, ct4];
AR5=[cp5*ct5, -sp5, cp5*st5; sp5*ct5, cp5, sp5*st5; -st5, 0, ct5];
AR6=[cp6*ct6, -sp6, cp6*st6; sp6*ct6, cp6, sp6*st6; -st6, 0, ct6];

% ANALISIS DE VELOCIDADES

% Velocidades de las juntas en la plataforma movil con respecto al eje
% fijo
Vb1=Velocidadp+cross(Omegap,T1);
Vb2=Velocidadp+cross(Omegap,T2);
Vb3=Velocidadp+cross(Omegap,T3);
Vb4=Velocidadp+cross(Omegap,T4);
Vb5=Velocidadp+cross(Omegap,T5);
Vb6=Velocidadp+cross(Omegap,T6);

% Velocidades de las juntas en la plataforma movil con respecto a ejes
% coordenados de cada actuador
Vb11=inv(AR1)*Vb1; Vb22=inv(AR2)*Vb2; Vb33=inv(AR3)*Vb3;
Vb44=inv(AR4)*Vb4; Vb55=inv(AR5)*Vb5; Vb66=inv(AR6)*Vb6;

```



```

% Velocidades angulares omega de cada actuador
omega11=(1/L1m(i))* (cross(s11,Vb11));
omega22=(1/L2m(i))* (cross(s22,Vb22));
omega33=(1/L3m(i))* (cross(s33,Vb33));
omega44=(1/L4m(i))* (cross(s44,Vb44));
omega55=(1/L5m(i))* (cross(s55,Vb55));
omega66=(1/L6m(i))* (cross(s66,Vb66));

% Velocidad lineal del actuador
L1m_dot(i)=Vb11(3); L2m_dot(i)=Vb22(3); L3m_dot(i)=Vb33(3);
L4m_dot(i)=Vb44(3); L5m_dot(i)=Vb55(3); L6m_dot(i)=Vb66(3);

% ANALISIS DE ACELERACIONES

% Aceleracion de las juntas en la plataforma con respecto al eje fijo
Vb1_dot=Aceleracionp+cross(Omegap_dot,T1)+cross(Omegap,cross(Omegap,T1));
Vb2_dot=Aceleracionp+cross(Omegap_dot,T2)+cross(Omegap,cross(Omegap,T2));
Vb3_dot=Aceleracionp+cross(Omegap_dot,T3)+cross(Omegap,cross(Omegap,T3));
Vb4_dot=Aceleracionp+cross(Omegap_dot,T4)+cross(Omegap,cross(Omegap,T4));
Vb5_dot=Aceleracionp+cross(Omegap_dot,T5)+cross(Omegap,cross(Omegap,T5));
Vb6_dot=Aceleracionp+cross(Omegap_dot,T6)+cross(Omegap,cross(Omegap,T6));

% Aceleraciones de las juntas en la plataforma movil con respecto a ejes
% coordinados de cada actuador
Vb11_dot=inv(AR1)*Vb1_dot;
Vb22_dot=inv(AR2)*Vb2_dot;
Vb33_dot=inv(AR3)*Vb3_dot;
Vb44_dot=inv(AR4)*Vb4_dot;
Vb55_dot=inv(AR5)*Vb5_dot;
Vb66_dot=inv(AR6)*Vb6_dot;

% Aceleracion lineal del actuador
L1m_2dot(i)=Vb11_dot(3)+((Vb11(1))^2+(Vb11(2))^2)/L1m(i);
L2m_2dot(i)=Vb22_dot(3)+((Vb22(1))^2+(Vb22(2))^2)/L2m(i);
L3m_2dot(i)=Vb33_dot(3)+((Vb33(1))^2+(Vb33(2))^2)/L3m(i);
L4m_2dot(i)=Vb44_dot(3)+((Vb44(1))^2+(Vb44(2))^2)/L4m(i);
L5m_2dot(i)=Vb55_dot(3)+((Vb55(1))^2+(Vb55(2))^2)/L5m(i);
L6m_2dot(i)=Vb66_dot(3)+((Vb66(1))^2+(Vb66(2))^2)/L6m(i);

% Aceleracion angular de cada actuador
omega11_dot=(1/L1m(i))* [-Vb11_dot(2)+((2*Vb11(3)*Vb11(2))/(L1m(i)));
    Vb11_dot(1)-((2*Vb11(3)*Vb11(1))/(L1m(i)))]/L1m(i);
omega22_dot=(1/L2m(i))* [-Vb22_dot(2)+((2*Vb22(3)*Vb22(2))/(L2m(i)));
    Vb22_dot(1)-((2*Vb22(3)*Vb22(1))/(L2m(i)))]/L2m(i);
omega33_dot=(1/L3m(i))* [-Vb33_dot(2)+((2*Vb33(3)*Vb33(2))/(L3m(i)));
    Vb33_dot(1)-((2*Vb33(3)*Vb33(1))/(L3m(i)))]/L3m(i);
omega44_dot=(1/L4m(i))* [-Vb44_dot(2)+((2*Vb44(3)*Vb44(2))/(L4m(i)));
    Vb44_dot(1)-((2*Vb44(3)*Vb44(1))/(L4m(i)))]/L4m(i);
omega55_dot=(1/L5m(i))* [-Vb55_dot(2)+((2*Vb55(3)*Vb55(2))/(L5m(i)));
    Vb55_dot(1)-((2*Vb55(3)*Vb55(1))/(L5m(i)))]/L5m(i);
omega66_dot=(1/L6m(i))* [-Vb66_dot(2)+((2*Vb66(3)*Vb66(2))/(L6m(i)));
    Vb66_dot(1)-((2*Vb66(3)*Vb66(1))/(L6m(i)))]/L6m(i);

% Aceleraciones de los centros de masas de los cilindros del piston del
% actuador
V111_dot=e1*cross(omega11_dot,s11)+e1*(cross(omega11,cross(omega11,s11)));
V122_dot=e1*cross(omega22_dot,s22)+e1*(cross(omega22,cross(omega22,s22)));

```

```

V133_dot=e1*cross(omega33_dot,s33)+e1*(cross(omega33,cross(omega33,s33)));
V144_dot=e1*cross(omega44_dot,s44)+e1*(cross(omega44,cross(omega44,s44)));
V155_dot=e1*cross(omega55_dot,s55)+e1*(cross(omega55,cross(omega55,s55)));
V166_dot=e1*cross(omega66_dot,s66)+e1*(cross(omega66,cross(omega66,s66)));

% Aceleraciones de los centros de masas de los pistones del actuador
V211_dot=(1/L1m(i))*[(L1m(i)-
e2)*Vb11_dot(1)+(2*e2*Vb11(3)*Vb11(1))/(L1m(i));
(L1m(i)-e2)*Vb11_dot(2)+(2*e2*Vb11(3)*Vb11(2))/(L1m(i));
(L1m(i))*Vb11_dot(3)+(e2*((Vb11(1))^2+(Vb11(2))^2))/(L1m(i))];
V222_dot=(1/L2m(i))*[(L2m(i)-
e2)*Vb22_dot(1)+(2*e2*Vb22(3)*Vb22(1))/(L2m(i));
(L2m(i)-e2)*Vb22_dot(2)+(2*e2*Vb22(3)*Vb22(2))/(L2m(i));
(L2m(i))*Vb22_dot(3)+(e2*((Vb22(1))^2+(Vb22(2))^2))/(L2m(i))];
V233_dot=(1/L3m(i))*[(L3m(i)-
e2)*Vb33_dot(1)+(2*e2*Vb33(3)*Vb33(1))/(L3m(i));
(L3m(i)-e2)*Vb33_dot(2)+(2*e2*Vb33(3)*Vb33(2))/(L3m(i));
(L3m(i))*Vb33_dot(3)+(e2*((Vb33(1))^2+(Vb33(2))^2))/(L3m(i))];
V244_dot=(1/L4m(i))*[(L4m(i)-
e2)*Vb44_dot(1)+(2*e2*Vb44(3)*Vb44(1))/(L4m(i));
(L4m(i)-e2)*Vb44_dot(2)+(2*e2*Vb44(3)*Vb44(2))/(L4m(i));
(L4m(i))*Vb44_dot(3)+(e2*((Vb44(1))^2+(Vb44(2))^2))/(L4m(i))];
V255_dot=(1/L5m(i))*[(L5m(i)-
e2)*Vb55_dot(1)+(2*e2*Vb55(3)*Vb55(1))/(L5m(i));
(L5m(i)-e2)*Vb55_dot(2)+(2*e2*Vb55(3)*Vb55(2))/(L5m(i));
(L5m(i))*Vb55_dot(3)+(e2*((Vb55(1))^2+(Vb55(2))^2))/(L5m(i))];
V266_dot=(1/L6m(i))*[(L6m(i)-
e2)*Vb66_dot(1)+(2*e2*Vb66(3)*Vb66(1))/(L6m(i));
(L6m(i)-e2)*Vb66_dot(2)+(2*e2*Vb66(3)*Vb66(2))/(L6m(i));
(L6m(i))*Vb66_dot(3)+(e2*((Vb66(1))^2+(Vb66(2))^2))/(L6m(i))];

% DESARROLLO DE MATRICES DE JACOBI

% Desarrollo de matrices Jacobianas para cada uno de los actuadores
Jb1=[1,0,0,0,zt1,-yt1;0,1,0,-zt1,0,xt1;0,0,1,yt1,-xt1,0];
Jb2=[1,0,0,0,zt2,-yt2;0,1,0,-zt2,0,xt2;0,0,1,yt2,-xt2,0];
Jb3=[1,0,0,0,zt3,-yt3;0,1,0,-zt3,0,xt3;0,0,1,yt3,-xt3,0];
Jb4=[1,0,0,0,zt4,-yt4;0,1,0,-zt4,0,xt4;0,0,1,yt4,-xt4,0];
Jb5=[1,0,0,0,zt5,-yt5;0,1,0,-zt5,0,xt5;0,0,1,yt5,-xt5,0];
Jb6=[1,0,0,0,zt6,-yt6;0,1,0,-zt6,0,xt6;0,0,1,yt6,-xt6,0];
Jb11=inv(AR1)*Jb1; Jb22=inv(AR2)*Jb2; Jb33=inv(AR3)*Jb3;
Jb44=inv(AR4)*Jb4; Jb55=inv(AR5)*Jb5; Jb66=inv(AR6)*Jb6;

% Desarrollo de matriz Jacobian para la plataforma movil (Matriz
% Jacobiana del Manipulador)
Jp=[Jb11(3,1),Jb11(3,2),Jb11(3,3),Jb11(3,4),Jb11(3,5),Jb11(3,6);
Jb22(3,1),Jb22(3,2),Jb22(3,3),Jb22(3,4),Jb22(3,5),Jb22(3,6);
Jb33(3,1),Jb33(3,2),Jb33(3,3),Jb33(3,4),Jb33(3,5),Jb33(3,6);
Jb44(3,1),Jb44(3,2),Jb44(3,3),Jb44(3,4),Jb44(3,5),Jb44(3,6);
Jb55(3,1),Jb55(3,2),Jb55(3,3),Jb55(3,4),Jb55(3,5),Jb55(3,6);
Jb66(3,1),Jb66(3,2),Jb66(3,3),Jb66(3,4),Jb66(3,5),Jb66(3,6)];

% ANALISIS DE DINAMICO

% Fuerza resultante aplicada en el centro de masa de la plataforma movil
f_p=mp*(G-Aceleracionp);
n_p=(-Ip*Omegap_dot)-cross(Omegap,(Ip*Omegap));
F_p=[f_p;n_p];

```

```

% Fuerza resultante aplicada en el centro de masa del cilindro de los
% actuadores
f1_1=m1*inv(AR1)*G-m1*V111_dot;
f1_2=m1*inv(AR2)*G-m1*V122_dot;
f1_3=m1*inv(AR3)*G-m1*V133_dot;
f1_4=m1*inv(AR4)*G-m1*V144_dot;
f1_5=m1*inv(AR5)*G-m1*V155_dot;
f1_6=m1*inv(AR6)*G-m1*V166_dot;
n1_1=(-I11*omega11_dot)-cross(omega11,(I11*omega11));
n1_2=(-I21*omega22_dot)-cross(omega22,(I21*omega22));
n1_3=(-I31*omega33_dot)-cross(omega33,(I31*omega33));
n1_4=(-I41*omega44_dot)-cross(omega44,(I41*omega44));
n1_5=(-I51*omega55_dot)-cross(omega55,(I51*omega55));
n1_6=(-I61*omega66_dot)-cross(omega66,(I61*omega66));

% Fuerza resultante aplicada en el centro de masa del piston de los
% actuadores
f2_1=m2*inv(AR1)*G-m2*V211_dot;
f2_2=m2*inv(AR2)*G-m2*V222_dot;
f2_3=m2*inv(AR3)*G-m2*V233_dot;
f2_4=m2*inv(AR4)*G-m2*V244_dot;
f2_5=m2*inv(AR5)*G-m2*V255_dot;
f2_6=m2*inv(AR6)*G-m2*V266_dot;
n2_1=(-I1u*omega11_dot)-cross(omega11,(I1u*omega11));
n2_2=(-I2u*omega22_dot)-cross(omega22,(I2u*omega22));
n2_3=(-I3u*omega33_dot)-cross(omega33,(I3u*omega33));
n2_4=(-I4u*omega44_dot)-cross(omega44,(I4u*omega44));
n2_5=(-I5u*omega55_dot)-cross(omega55,(I5u*omega55));
n2_6=(-I6u*omega66_dot)-cross(omega66,(I6u*omega66));

% Componentes para la matriz Jacobiana y fuerzas aplicadas en los
% actuadores
Jx=[cp1*ct1,sp1*ct1,-st1,-zt1*sp1*ct1-yt1*st1,zt1*cp1*ct1+xt1*st1,-
yt1*cp1*ct1+xt1*sp1*ct1;
    cp2*ct2,sp2*ct2,-st2,-zt2*sp2*ct2-yt2*st2,zt2*cp2*ct2+xt2*st2,-
yt2*cp2*ct2+xt2*sp2*ct2;
    cp3*ct3,sp3*ct3,-st3,-zt3*sp3*ct3-yt3*st3,zt3*cp3*ct3+xt3*st3,-
yt3*cp3*ct3+xt3*sp3*ct3;
    cp4*ct4,sp4*ct4,-st4,-zt4*sp4*ct4-yt4*st4,zt4*cp4*ct4+xt4*st4,-
yt4*cp4*ct4+xt4*sp4*ct4;
    cp5*ct5,sp5*ct5,-st5,-zt5*sp5*ct5-yt5*st5,zt5*cp5*ct5+xt5*st5,-
yt5*cp5*ct5+xt5*sp5*ct5;
    cp6*ct6,sp6*ct6,-st6,-zt6*sp6*ct6-yt6*st6,zt6*cp6*ct6+xt6*st6,-
yt6*cp6*ct6+xt6*sp6*ct6];
Jy=[-sp1,cp1,0,-zt1*cp1,-zt1*sp1,yt1*sp1+xt1*cp1;
    -sp2,cp2,0,-zt2*cp2,-zt2*sp2,yt2*sp2+xt2*cp2;
    -sp3,cp3,0,-zt3*cp3,-zt3*sp3,yt3*sp3+xt3*cp3;
    -sp4,cp4,0,-zt4*cp4,-zt4*sp4,yt4*sp4+xt4*cp4;
    -sp5,cp5,0,-zt5*cp5,-zt5*sp5,yt5*sp5+xt5*cp5;
    -sp6,cp6,0,-zt6*cp6,-zt6*sp6,yt6*sp6+xt6*cp6];
F_x=[(e1*f1_1(1)+(L1m(i)-e2)*f2_1(1)+n1_1(2)+n2_1(2))/L1m(i);
    (e1*f1_2(1)+(L2m(i)-e2)*f2_2(1)+n1_2(2)+n2_2(2))/L2m(i);
    (e1*f1_3(1)+(L3m(i)-e2)*f2_3(1)+n1_3(2)+n2_3(2))/L3m(i);
    (e1*f1_4(1)+(L4m(i)-e2)*f2_4(1)+n1_4(2)+n2_4(2))/L4m(i);
    (e1*f1_5(1)+(L5m(i)-e2)*f2_5(1)+n1_5(2)+n2_5(2))/L5m(i);
    (e1*f1_6(1)+(L6m(i)-e2)*f2_6(1)+n1_6(2)+n2_6(2))/L6m(i)];
F_y=[(e1*f1_1(2)+(L1m(i)-e2)*f2_1(2)-n1_1(1)-n2_1(1))/L1m(i);
    (e1*f1_2(2)+(L2m(i)-e2)*f2_2(2)-n1_2(1)-n2_2(1))/L2m(i);

```

```

        (e1*f1_3(2)+(L3m(i)-e2)*f2_3(2)-n1_3(1)-n2_3(1))/L3m(i);
        (e1*f1_4(2)+(L4m(i)-e2)*f2_4(2)-n1_4(1)-n2_4(1))/L4m(i);
        (e1*f1_5(2)+(L5m(i)-e2)*f2_5(2)-n1_5(1)-n2_5(1))/L5m(i);
        (e1*f1_6(2)+(L6m(i)-e2)*f2_6(2)-n1_6(1)-n2_6(1))/L6m(i)];
F_z=[f2_1(3);f2_2(3);f2_3(3);f2_4(3);f2_5(3);f2_6(3)];

% Se determinan las fuerzas aplicadas a los actuadores representada por
% la variable tao
tau=inv(Jp')*(-(Jp'*F_z)-(F_p)-(Jx'*F_x)-(Jy'*F_y));

% Fuerza en cada actuador evaluada de forma independiente
tau1(i)=tau(1)/1000;
tau2(i)=tau(2)/1000;
tau3(i)=tau(3)/1000;
tau4(i)=tau(4)/1000;
tau5(i)=tau(5)/1000;
tau6(i)=tau(6)/1000;

end

%%

% Parametros maximos y minimos de fuerza en actuadores
fprintf('Valores máximos y mínimos de fuerza necesaria en actuadores;\n\n')
Fuerza=[min(tau1),max(tau1);min(tau2),max(tau2);min(tau3),max(tau3);
        min(tau4),max(tau4);min(tau5),max(tau5);min(tau6),max(tau6)];
disp('  Mínimo    Máximo')
disp(Fuerza)

fprintf('Parámetros máximo y mínimo de fuerza total en actuadores;\n\n')
taomM1=[min(Fuerza),max(Fuerza)];
taomM2=[min(taomM1),max(taomM1)];
disp('  Mínimo    Máximo')
disp(taomM2)

%%

% Graficas de resultados de fuerzas en actuadores
tt=tf/j:tf/j:tf;
figure(1);
subplot(3,2,1),plot(tt,tau1); title('Actuador 1');
grid on; axis([0,tf,min(tau1),max(tau1)]);
subplot(3,2,2),plot(tt,tau2); title('Actuador 2');
grid on; axis([0,tf,min(tau2),max(tau2)]);
subplot(3,2,3),plot(tt,tau3); title('Actuador 3');
grid on; axis([0,tf,min(tau3),max(tau3)]);
subplot(3,2,4),plot(tt,tau4); title('Actuador 4');
grid on; axis([0,tf,min(tau4),max(tau4)]);
subplot(3,2,5),plot(tt,tau5); title('Actuador 5');
grid on; axis([0,tf,min(tau5),max(tau5)]);
subplot(3,2,6),plot(tt,tau6); title('Actuador 6');
grid on; axis([0,tf,min(tau6),max(tau6)]);

% Grafica de la comparativa de las fuerzas en cada actuador
figure1 = figure('InvertHardcopy','off','Color',[1 1 1]);

```

```

axes1 = axes('Parent',figure1);
box(axes1,'on');
grid(axes1,'on');
hold(axes1,'all');
plot1 = plot(t111,[tau1;tau2;tau3;tau4;tau5;tau6],'Parent',axes1);
set(plot1(1),'Color',[1 0 0],'DisplayName','Act1');
set(plot1(2),'Color',[0 0 1],'DisplayName','Act2');
set(plot1(3),'Color',[0 0 0],'DisplayName','Act3');
set(plot1(4),'LineStyle','--','Color',[1 0 0],'DisplayName','Act4');
set(plot1(5),'LineStyle','--','Color',[0 0 1],'DisplayName','Act5');
set(plot1(6),'LineStyle','--','Color',[0 0 0],'DisplayName','Act6');
title('Fuerza en Actuadores');
legend1 = legend(axes1,'show');
set(legend1,'Position',[0.144878324844368 0.129006410256411 0.144312393887946
0.280448717948718]);

%%

% Almacenamiento de parametros a analizar posteriormente
save('T_VW_Aldo_01.mat','t111','desplineall','velocidadp1','aceleracionp1','al
pha1','betha1','gamma1','L1m','L2m','L3m','L4m','L5m','L6m','L1m_dot','L2m_dot
','L3m_dot','L4m_dot','L5m_dot','L6m_dot','L1m_2dot','L2m_2dot','L3m_2dot','L4
m_2dot','L5m_2dot','L6m_2dot');

```

Resultados presentados del programa **VW_Aldo_01.m**

Valores máximos y mínimos de fuerza necesaria en actuadores;

Mínimo	Máximo
36.2903	50.6151
50.4664	66.5721
47.5680	50.6155
40.2251	50.6390
50.4983	59.6326
50.5662	59.6578

Parámetros máximo y mínimo de fuerza total en actuadores;

Mínimo	Máximo
36.2903	66.5721

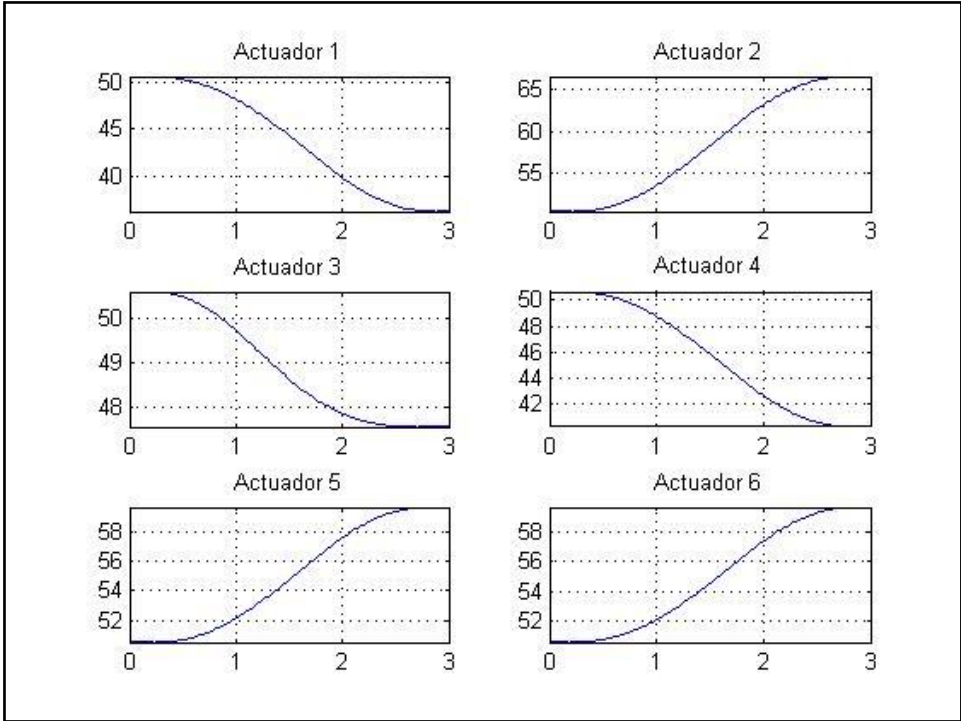
```
Command Window
Valores máximos y mínimos de fuerza necesaria en actuadores;

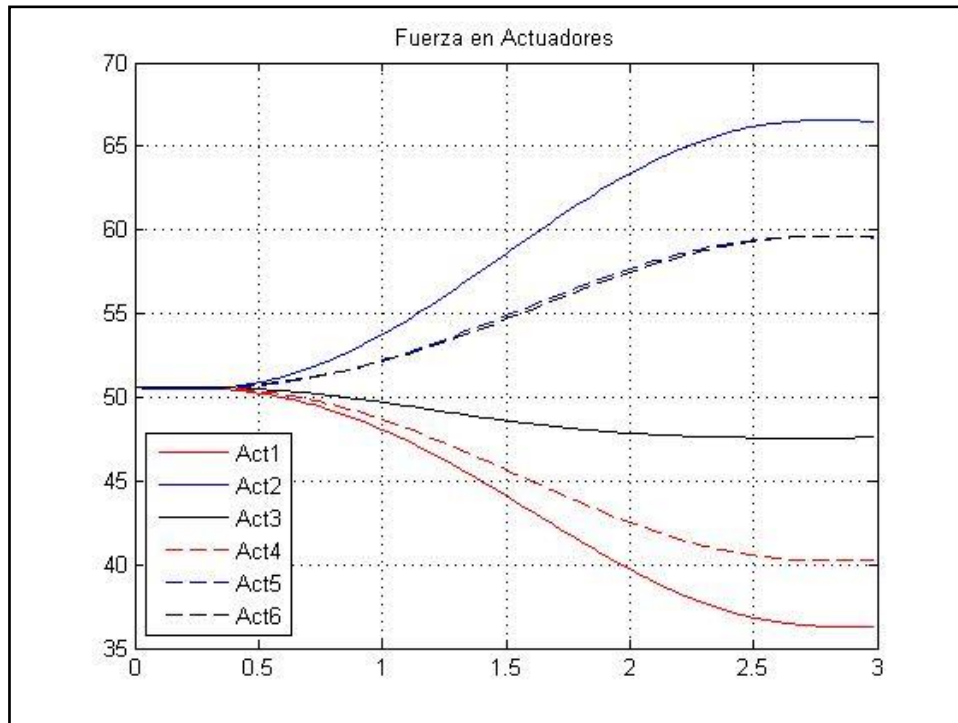
Mínimo Máximo
36.2903 50.6151
50.4664 66.5721
47.5680 50.6155
40.2251 50.6390
50.4983 59.6326
50.5662 59.6578

Parámetros máximo y mínimo de fuerza total en actuadores;

Mínimo Máximo
36.2903 66.5721

A >> |
```





Programa DVA_Aldo_01.m

% Analisis de desplazamientos, velocidades y aceleraciones en actuadores.

% Para estudio de hexapodo en la aplicacion de la alineacion y enfoque del
% espejo secundario en el Telescopio de San Pedro Martir (TSPM)

```
clc; % Limpieza de pantalla
clear all; % Limpieza de variables en el workspace
close all;
format short
```

% Carga de parametros de desplazamiento, velocidad y aceleracion de actuadores.

% Estos parametros se recolectan en VW_Aldo_01_ParHex.m
load T_VW_Aldo_01.mat

% Parametros iniciales del Hexapodo.
PH_Aldo_01

%%

% Definicion de desplazamiento, velocidad y aceleracion inicial del hexapodo

```
figure(1);
subplot(3,1,1),plot(t111,desplineal1); title('Desplazamiento');
grid on; axis([0,max(t111),min(desplineal1),max(desplineal1)]);
subplot(3,1,2),plot(t111,velocidadp1); title('Velocidad');
grid on; axis([0,max(t111),min(velocidadp1),max(velocidadp1)]);
subplot(3,1,3),plot(t111,aceleracionp1); title('Aceleración');
grid on; axis([0,max(t111),min(aceleracionp1),max(aceleracionp1)]);
```

```

%%

% Definicion de desplazamiento en alpha, betha y gamma inicial del hexapodo
figure(2);
subplot(3,1,1),plot(t111,alpha1); title('Alpha'); grid on;
axis([0,max(t111),min(alpha1),max(alpha1)]);
subplot(3,1,2),plot(t111,betha1); title('Betha'); grid on;
axis([0,max(t111),min(betha1),max(betha1)]);
subplot(3,1,3),plot(t111,gamma1); title('Gamma'); grid on;
axis([0,max(t111),min(gamma1),max(gamma1)]);

%%

% Definicion de desplazamiento lineal para los actuadores del hexapodo
figure(3);
subplot(3,2,1),plot(t111,L1m); title('Deplazamiento Actuador 1');
grid on; axis([0,max(t111),min(L1m),max(L1m)]);
subplot(3,2,2),plot(t111,L2m); title('Deplazamiento Actuador 2');
grid on; axis([0,max(t111),min(L2m),max(L2m)]);
subplot(3,2,3),plot(t111,L3m); title('Deplazamiento Actuador 3');
grid on; axis([0,max(t111),min(L3m),max(L3m)]);
subplot(3,2,4),plot(t111,L4m); title('Deplazamiento Actuador 4');
grid on; axis([0,max(t111),min(L4m),max(L4m)]);
subplot(3,2,5),plot(t111,L5m); title('Deplazamiento Actuador 5');
grid on; axis([0,max(t111),min(L5m),max(L5m)]);
subplot(3,2,6),plot(t111,L6m); title('Deplazamiento Actuador 6');
grid on; axis([0,max(t111),min(L6m),max(L6m)]);

%%

% Definicion de velocidad lineal para los actuadores del hexapodo
figure(4);
subplot(3,2,1),plot(t111,L1m_dot); title('Velocidad Actuador 1');
grid on; axis([0,max(t111),min(L1m_dot),max(L1m_dot)]);
subplot(3,2,2),plot(t111,L2m_dot); title('Velocidad Actuador 2');
grid on; axis([0,max(t111),min(L2m_dot),max(L2m_dot)]);
subplot(3,2,3),plot(t111,L3m_dot); title('Velocidad Actuador 3');
grid on; axis([0,max(t111),min(L3m_dot),max(L3m_dot)]);
subplot(3,2,4),plot(t111,L4m_dot); title('Velocidad Actuador 4');
grid on; axis([0,max(t111),min(L4m_dot),max(L4m_dot)]);
subplot(3,2,5),plot(t111,L5m_dot); title('Velocidad Actuador 5');
grid on; axis([0,max(t111),min(L5m_dot),max(L5m_dot)]);
subplot(3,2,6),plot(t111,L6m_dot); title('Velocidad Actuador 6');
grid on; axis([0,max(t111),min(L6m_dot),max(L6m_dot)]);

%%

% Definicion de aceleración lineal para los actuadores del hexapodo
figure(5);
subplot(3,2,1),plot(t111,L1m_2dot); title('Aceleración Actuador 1');
grid on; axis([0,max(t111),min(L1m_2dot),max(L1m_2dot)]);
subplot(3,2,2),plot(t111,L2m_2dot); title('Aceleración Actuador 2');
grid on; axis([0,max(t111),min(L2m_2dot),max(L2m_2dot)]);
subplot(3,2,3),plot(t111,L3m_2dot); title('Aceleración Actuador 3');
grid on; axis([0,max(t111),min(L3m_2dot),max(L3m_2dot)]);
subplot(3,2,4),plot(t111,L4m_2dot); title('Aceleración Actuador 4');
grid on; axis([0,max(t111),min(L4m_2dot),max(L4m_2dot)]);

```



```

subplot(3,2,5),plot(tl11,L5m_2dot); title('Aceleración Actuador 5');
grid on; axis([0,max(tl11),min(L5m_2dot),max(L5m_2dot)]);
subplot(3,2,6),plot(tl11,L6m_2dot); title('Aceleración Actuador 6');
grid on; axis([0,max(tl11),min(L6m_2dot),max(L6m_2dot)]);

%%

% Desplazamientos maximos y minimos de los actuadores
fprintf('Valores máximos y mínimos de desplazamiento lineal en los
actuadores;\n\n')
Desplazamiento=[min(L1m),max(L1m),max(L1m)-
min(L1m);min(L2m),max(L2m),max(L2m)-min(L2m);min(L3m),max(L3m),max(L3m)-
min(L3m);min(L4m),max(L4m), max(L4m)-min(L4m);min(L5m),max(L5m),max(L5m)-
min(L5m);min(L6m),max(L6m), max(L6m)-min(L6m)];
disp(' Mínimo Máximo Desplazamiento')
disp(Desplazamiento)

% Carrera maxima y minima de los actuadores desde la posicion nominal
fprintf('Carrera máxima y mínima lineal en los actuadores y su posicion
nominal;\n\n')
Carrera=[min(Desplazamiento(:,3)),max(Desplazamiento(:,3)),max(Desplazamiento(
:,3))-min(Desplazamiento(:,3))];
disp(' Mínima Máxima Carrera')
disp(Carrera)

% Velocidad maximos y minimos de los actuadores
fprintf('Valores máximos y mínimos de velocidad lineal en los
actuadores;\n\n')
Velocidad=[min(L1m_dot),max(L1m_dot),max(L1m_dot)-min(L1m_dot);min(L2m_dot),
max(L2m_dot),max(L2m_dot)-min(L2m_dot);min(L3m_dot),max(L3m_dot),
max(L3m_dot)-min(L3m_dot);min(L4m_dot),max(L4m_dot),max(L4m_dot)-
min(L4m_dot);min(L5m_dot),max(L5m_dot),max(L5m_dot)-
min(L5m_dot);min(L6m_dot),max(L6m_dot),max(L6m_dot)-min(L6m_dot)];
disp(' Mínimo Máximo Velocidad')
disp(Velocidad)

% Aceleracion maximos y minimos de los actuadores
fprintf('Valores máximos y mínimos de aceleración lineal en los
actuadores;\n\n')
Aceleracion=[min(L1m_2dot),max(L1m_2dot),max(L1m_2dot)-min(L1m_2dot);
min(L2m_2dot),max(L2m_2dot),max(L2m_2dot)-min(L2m_2dot);min(L3m_2dot),
max(L3m_2dot),max(L3m_2dot)-min(L3m_2dot);min(L4m_2dot), max(L4m_2dot),
max(L4m_2dot)-min(L4m_2dot);min(L5m_2dot),max(L5m_2dot),max(L5m_2dot)-
min(L5m_2dot);min(L6m_2dot),max(L6m_2dot), max(L6m_2dot)-min(L6m_2dot)];
disp(' Mínimo Máximo Aceleracion')
disp(Aceleracion)

% Longitud entre articulaciones del actuador
L1mT=[tl11',L1m']; L2mT=[tl11',L2m']; L3mT=[tl11',L3m'];
L4mT=[tl11',L4m']; L5mT=[tl11',L5m']; L6mT=[tl11',L6m'];
csvwrite('ActL1m.csv',L1mT); csvwrite('ActL2m.csv',L2mT);
csvwrite('ActL3m.csv',L3mT); csvwrite('ActL4m.csv',L4mT);
csvwrite('ActL5m.csv',L5mT); csvwrite('ActL6m.csv',L6mT);

% Desplazamiento total por actuador.
L1md=L1m-460; L2md=L2m-460; L3md=L3m-460;

```

```

L4md=L4m-460; L5md=L5m-460; L6md=L6m-460;
L1mD=[t111',L1md']; L2mD=[t111',L2md']; L3mD=[t111',L3md'];
L4mD=[t111',L4md']; L5mD=[t111',L5md']; L6mD=[t111',L6md'];
csvwrite('ActD1m.csv',L1mT); csvwrite('ActD2m.csv',L2mT);
csvwrite('ActD3m.csv',L3mT); csvwrite('ActD4m.csv',L4mT);
csvwrite('ActD5m.csv',L5mT); csvwrite('ActD6m.csv',L6mT);

```

Resultados presentados del programa **DVA_Aldo_01.m**

Valores máximos y mínimos de desplazamiento lineal en los actuadores;

Mínimo	Máximo	Desplazamiento
460.0010	499.6849	39.6839
371.9172	460.0015	88.0843
415.5579	460.0033	44.4454
460.0033	465.9115	5.9082
460.0015	469.2262	9.2247
460.0010	471.0354	11.0344

Carrera máxima y mínima lineal en los actuadores y su posición nominal;

Mínima	Máxima	Carrera
5.9082	88.0843	82.1761

Valores máximos y mínimos de velocidad lineal en los actuadores;

Mínimo	Máximo	Velocidad
0	6.7363	6.7363
-45.9497	0	45.9497
-24.4377	0	24.4377
-13.1480	0	13.1480
0	19.3187	19.3187
0	17.6027	17.6027

Valores máximos y mínimos de aceleración lineal en los actuadores;

Mínimo	Máximo	Aceleracion
-8.7046	4.9242	13.6288
-48.2133	45.8916	94.1049
-27.5062	22.1297	49.6358
-14.4067	12.7405	27.1472
-20.7051	18.8973	39.6024
-19.8075	16.0939	35.9013

```
Command Window
Valores máximos y mínimos de desplazamiento lineal en los actuadores;

Mínimo Máximo Desplazamiento
460.0010 499.6849 39.6839
371.9172 460.0015 88.0843
415.5579 460.0033 44.4454
460.0033 465.9115 5.9082
460.0015 469.2262 9.2247
460.0010 471.0354 11.0344

Carrera máxima y mínima lineal en los actuadores y su posición nominal;

Mínima Máxima Carrera
5.9082 88.0843 82.1761

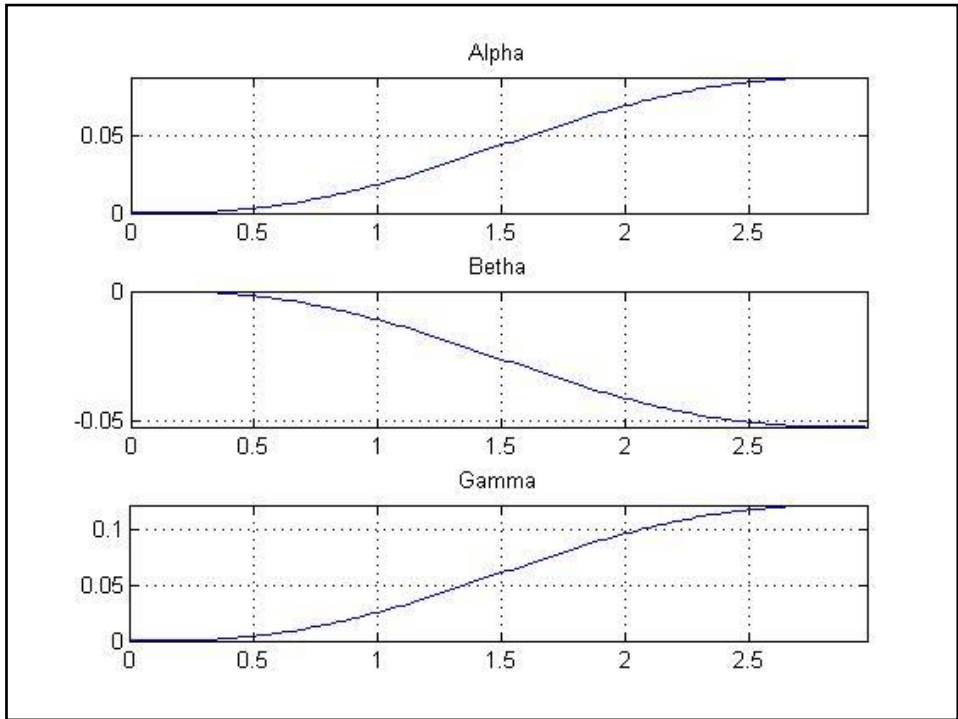
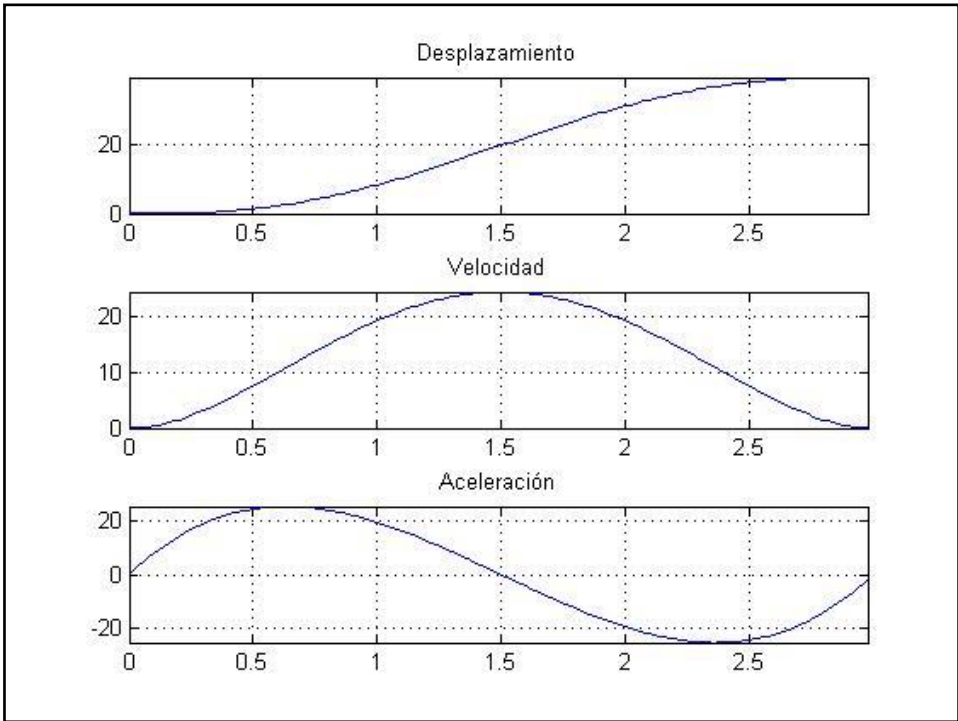
Valores máximos y mínimos de velocidad lineal en los actuadores;

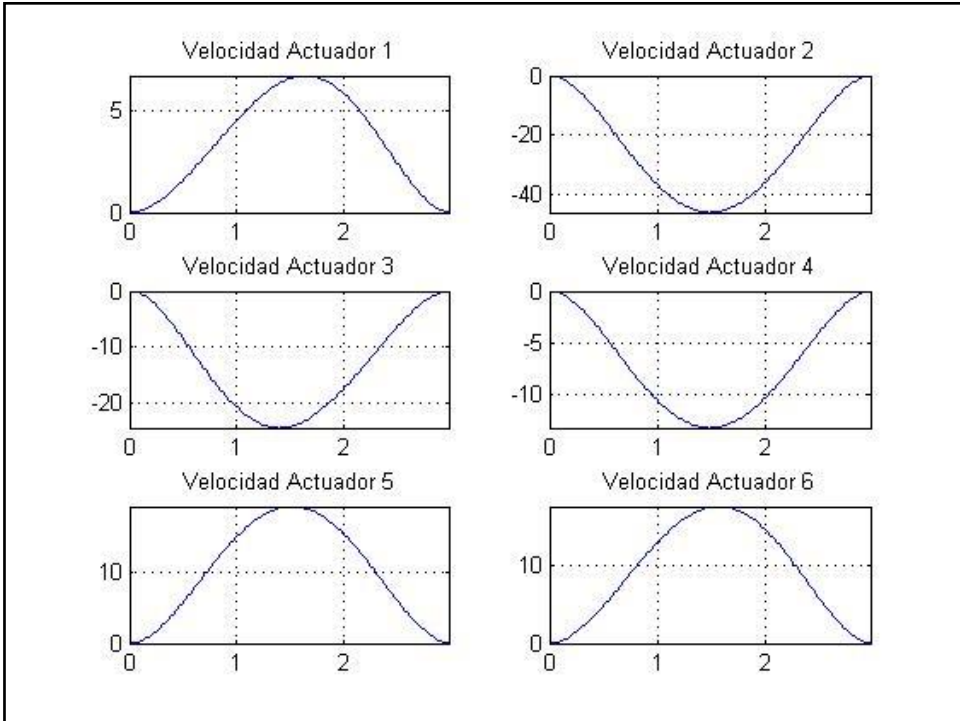
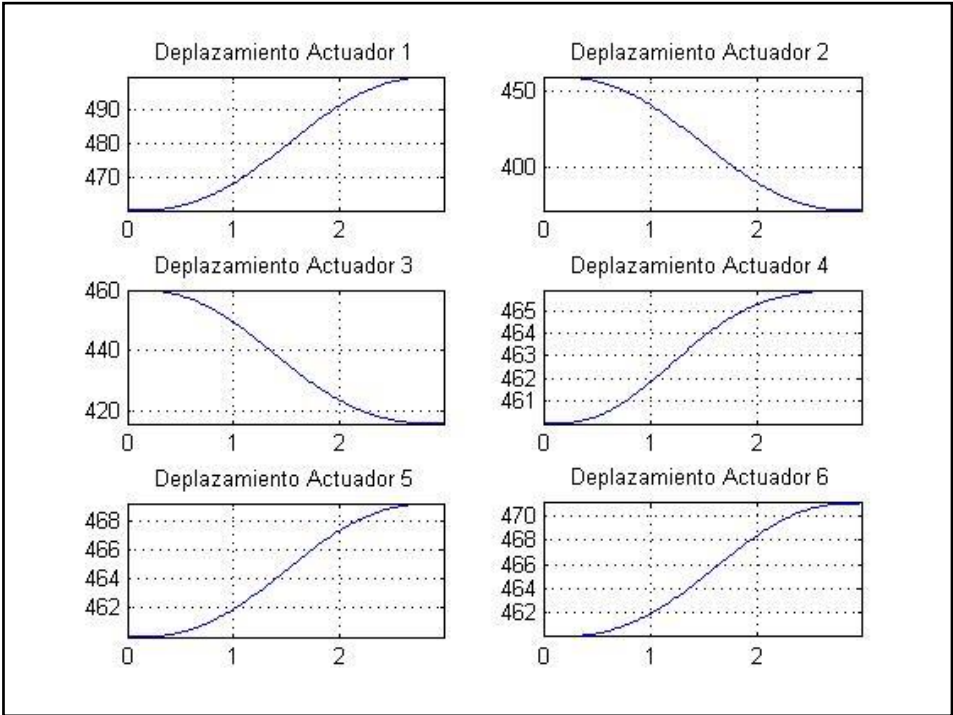
Mínimo Máximo Velocidad
0 6.7363 6.7363
-45.9497 0 45.9497
-24.4377 0 24.4377
-13.1480 0 13.1480
0 19.3187 19.3187
0 17.6027 17.6027

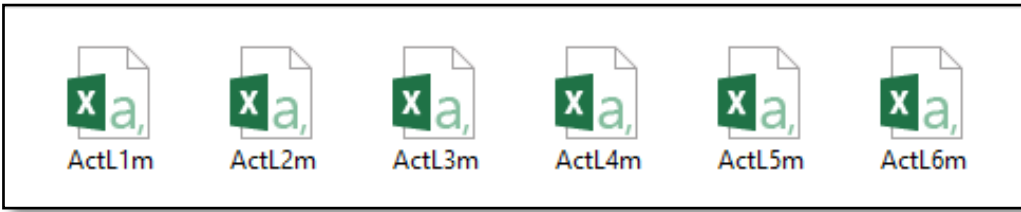
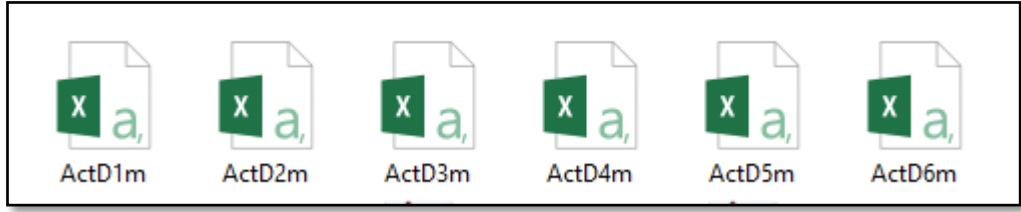
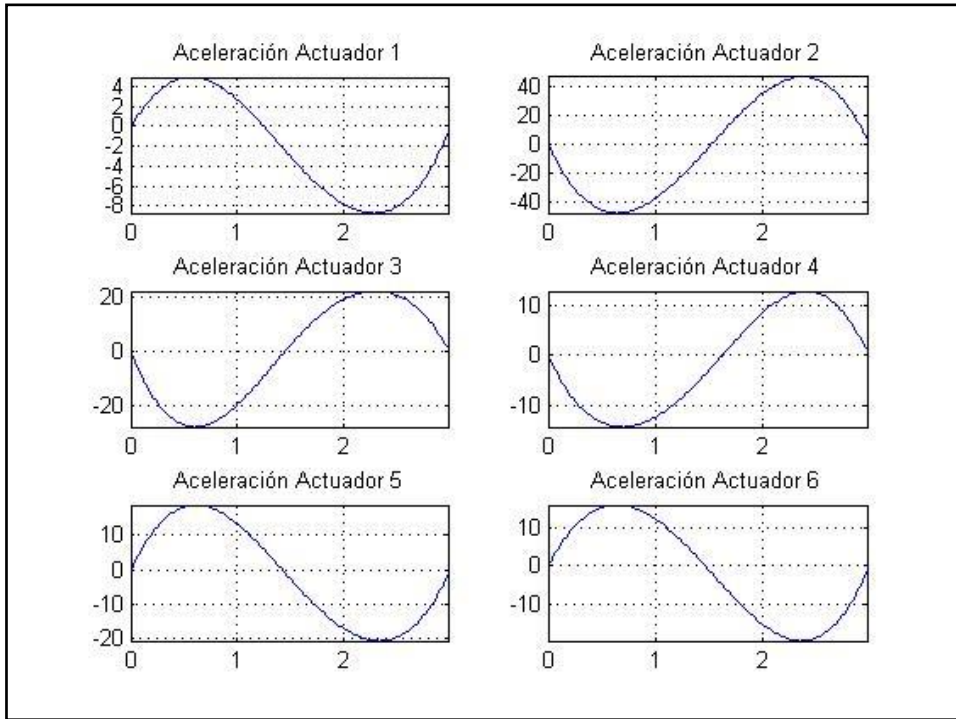
Valores máximos y mínimos de aceleración lineal en los actuadores;

Mínimo Máximo Aceleracion
-8.7046 4.9242 13.6288
-48.2133 45.8916 94.1049
-27.5062 22.1297 49.6358
-14.4067 12.7405 27.1472
-20.7051 18.8973 39.6024
-19.8075 16.0939 35.9013

fx >> |
```

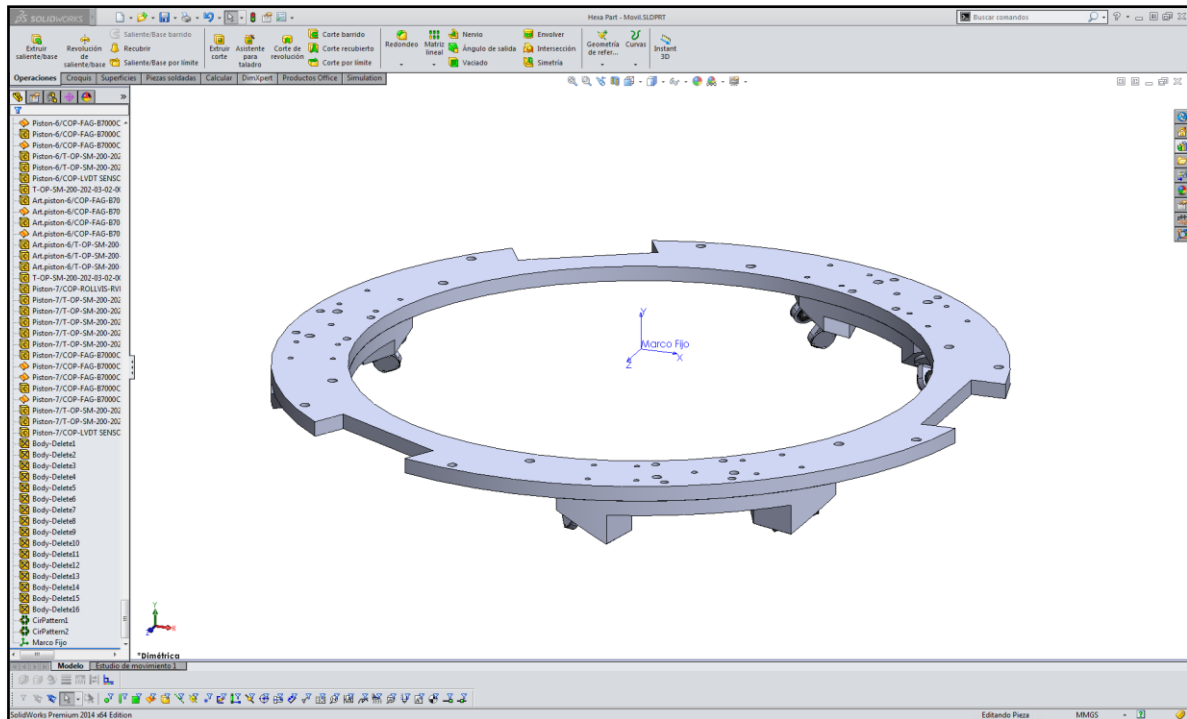






ANEXO B

INFORMACIÓN EXTRAÍDA DESDE SolidWorks® PARA LA DEFINICIÓN DEL ANÁLISIS DINÁMICO TEÓRICO.



Plataforma fija

Parámetros físicos de la plataforma fija de acuerdo al modelo 3D generado en SolidWorks® como programa de diseño mecánico.

Propiedades de masa de Hexa Part - Plat_Fija

Configuración: Predeterminado

Sistema de coordenadas: Marco Fijo

Las propiedades físicas se copiaron desde un ensamblaje cuando éste se guardó como pieza.

Para actualizar las propiedades físicas, abra el ensamblaje y vuelva a guardarlo como pieza.

Densidad = 0.00 gramos por milímetro cúbico

Masa = 20050.38 gramos

Volumen = 7426065.65 milímetros cúbicos

Área de superficie = 1062692.91 milímetros cuadrados

Centro de masa: (milímetros)

$$X = -0.21$$

$$Y = -40.13$$

$$Z = 0.08$$

Ejes principales de inercia y momentos principales de inercia: (gramos * milímetros cuadrados)

Medido desde el centro de masa.

$$I_x = (0.93, 0.00, -0.36) \quad P_x = 1872980499.65$$

$$I_y = (-0.36, 0.00, -0.93) \quad P_y = 1874927149.50$$

$$I_z = (-0.00, 1.00, 0.00) \quad P_z = 3736844045.84$$

Momentos de inercia: (gramos * milímetros cuadrados)

Obtenidos en el centro de masa y alineados con el sistema de coordenadas de resultados.

$$L_{xx} = 1873232375.11 \quad L_{xy} = 173521.88 \quad L_{xz} = -653330.40$$

$$L_{yx} = 173521.88 \quad L_{yy} = 3736844027.28 \quad L_{yz} = -67045.95$$

$$L_{zx} = -653330.40 \quad L_{zy} = -67045.95 \quad L_{zz} = 1874675292.61$$

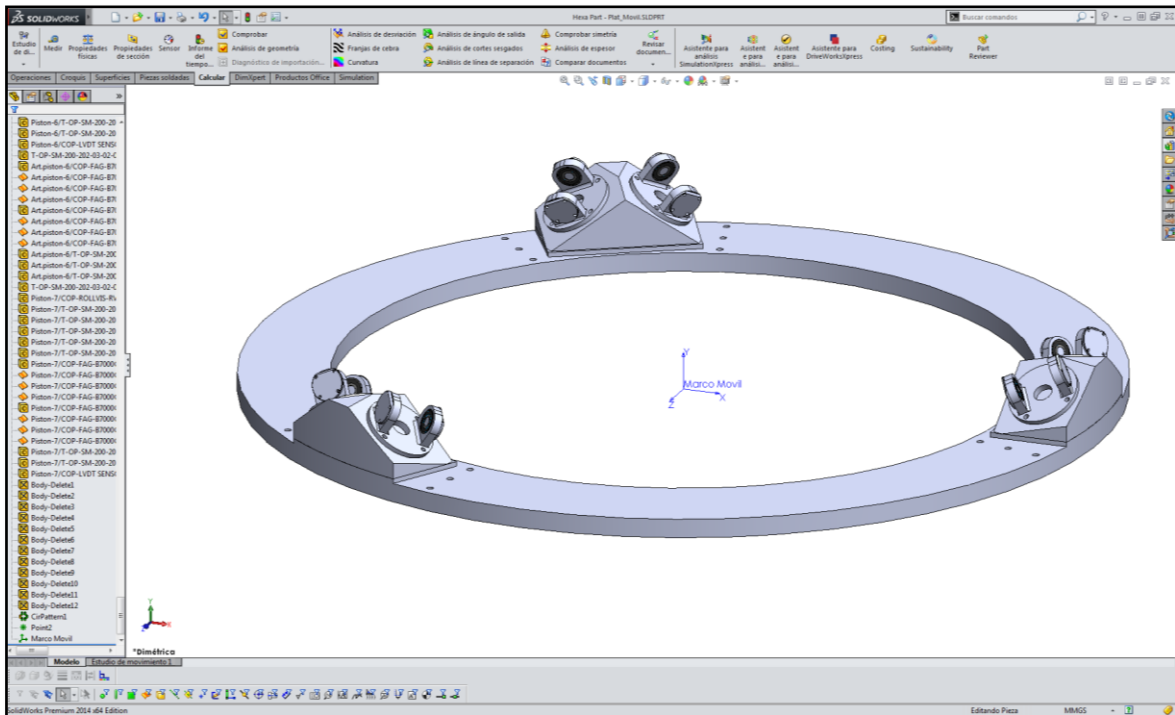
Momentos de inercia: (gramos * milímetros cuadrados)

Medido desde el sistema de coordenadas de salida.

$$I_{xx} = 1905515622.83 \quad I_{xy} = 342895.47 \quad I_{xz} = -653673.04$$

$$I_{yx} = 342895.47 \quad I_{yy} = 3736845048.01 \quad I_{yz} = -132354.04$$

$$I_{zx} = -653673.04 \quad I_{zy} = -132354.04 \quad I_{zz} = 1906959296.83$$



Plataforma móvil

Parámetros físicos de la plataforma móvil de acuerdo al modelo 3D generado en SolidWorks® como programa de diseño mecánico.

Propiedades de masa de Hexa Part - Plat_Móvil

Configuración: Predeterminado

Sistema de coordenadas: Marco Móvil

Las propiedades físicas se copiaron desde un ensamblaje cuando éste se guardó como pieza.

Para actualizar las propiedades físicas, abra el ensamblaje y vuelva a guardarlo como pieza.

Densidad = 0.00 gramos por milímetro cúbico

Masa = 18096.86 gramos

Volumen = 6702541.87 milímetros cúbicos

Área de superficie = 894912.30 milímetros cuadrados

Centro de masa: (milímetros)

$$X = 0.00$$

$$Y = 20.20$$

$$Z = 0.00$$

Ejes principales de inercia y momentos principales de inercia: (gramos * milímetros cuadrados)

Medido desde el centro de masa.

$$I_x = (0.00, 0.00, 1.00) \quad P_x = 1540548671.82$$

$$I_y = (1.00, 0.00, 0.00) \quad P_y = 1540548671.82$$

$$I_z = (0.00, 1.00, 0.00) \quad P_z = 3067264385.52$$

Momentos de inercia: (gramos * milímetros cuadrados)

Obtenidos en el centro de masa y alineados con el sistema de coordenadas de resultados.

$$L_{xx} = 1540548671.85 \quad L_{xy} = -0.11 \quad L_{xz} = -0.00$$

$$L_{yx} = -0.11 \quad L_{yy} = 3067264385.52 \quad L_{yz} = 0.00$$

$$L_{zx} = -0.00 \quad L_{zy} = 0.00 \quad L_{zz} = 1540548671.79$$

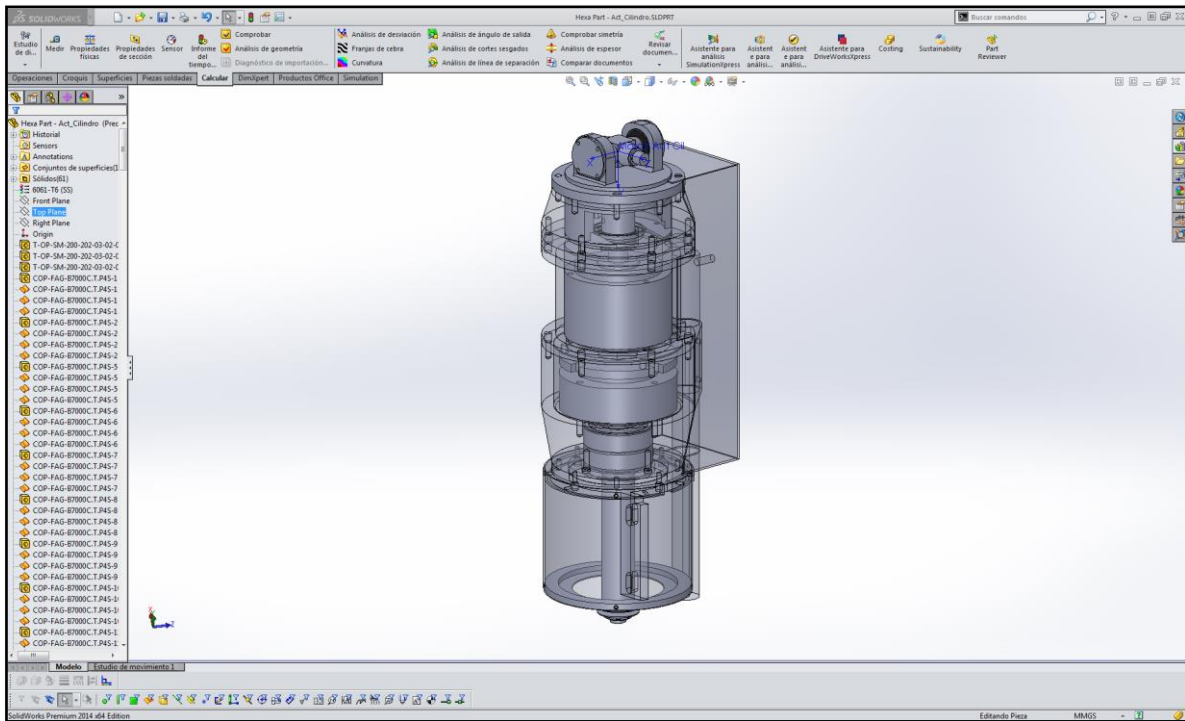
Momentos de inercia: (gramos * milímetros cuadrados)

Medido desde el sistema de coordenadas de salida.

$$I_{xx} = 1547935082.80 \quad I_{xy} = -0.11 \quad I_{xz} = -0.00$$

$$I_{yx} = -0.11 \quad I_{yy} = 3067264385.52 \quad I_{yz} = 0.00$$

$$I_{zx} = -0.00 \quad I_{zy} = 0.00 \quad I_{zz} = 1547935082.73$$



Sección de actuador fija

Parámetros físicos de la sección fija del actuador de acuerdo al modelo 3D generado en SolidWorks® como programa de diseño mecánico.

Propiedades de masa de Hexa Part - Act_Cilindro

Configuración: Predeterminado

Sistema de coordenadas: Marco Act Cil

Las propiedades físicas se copiaron desde un ensamblaje cuando éste se guardó como pieza.

Para actualizar las propiedades físicas, abra el ensamblaje y vuelva a guardarlo como pieza.

Densidad = 0.00 gramos por milímetro cúbico

Masa = 5293.44 gramos

Volumen = 1960532.22 milímetros cúbicos

Área de superficie = 677410.31 milímetros cuadrados

Centro de masa: (milímetros)

$$X = -5.73$$

$$Y = 154.77$$

$$Z = -0.13$$

Ejes principales de inercia y momentos principales de inercia: (gramos * milímetros cuadrados)

Medido desde el centro de masa.

$$I_x = (0.04, -1.00, -0.01) \quad P_x = 9566184.26$$

$$I_y = (-1.00, -0.04, -0.02) \quad P_y = 38217068.58$$

$$I_z = (0.02, 0.01, -1.00) \quad P_z = 39987235.81$$

Momentos de inercia: (gramos * milímetros cuadrados)

Obtenidos en el centro de masa y alineados con el sistema de coordenadas de resultados.

$$L_{xx} = 38181854.93$$

$$L_{xy} = -1009763.66$$

$$L_{xz} = 16843.02$$

$$L_{yx} = -1009763.66$$

$$L_{yy} = 9604708.88$$

$$L_{yz} = 297239.91$$

$$L_{zx} = 16843.02$$

$$L_{zy} = 297239.91$$

$$L_{zz} = 39983924.83$$

Momentos de inercia: (gramos * milímetros cuadrados)

Medido desde el sistema de coordenadas de salida.

$$I_{xx} = 164977757.50$$

$$I_{xy} = -5701548.76$$

$$I_{xz} = 20816.78$$

$$I_{yx} = -5701548.76$$

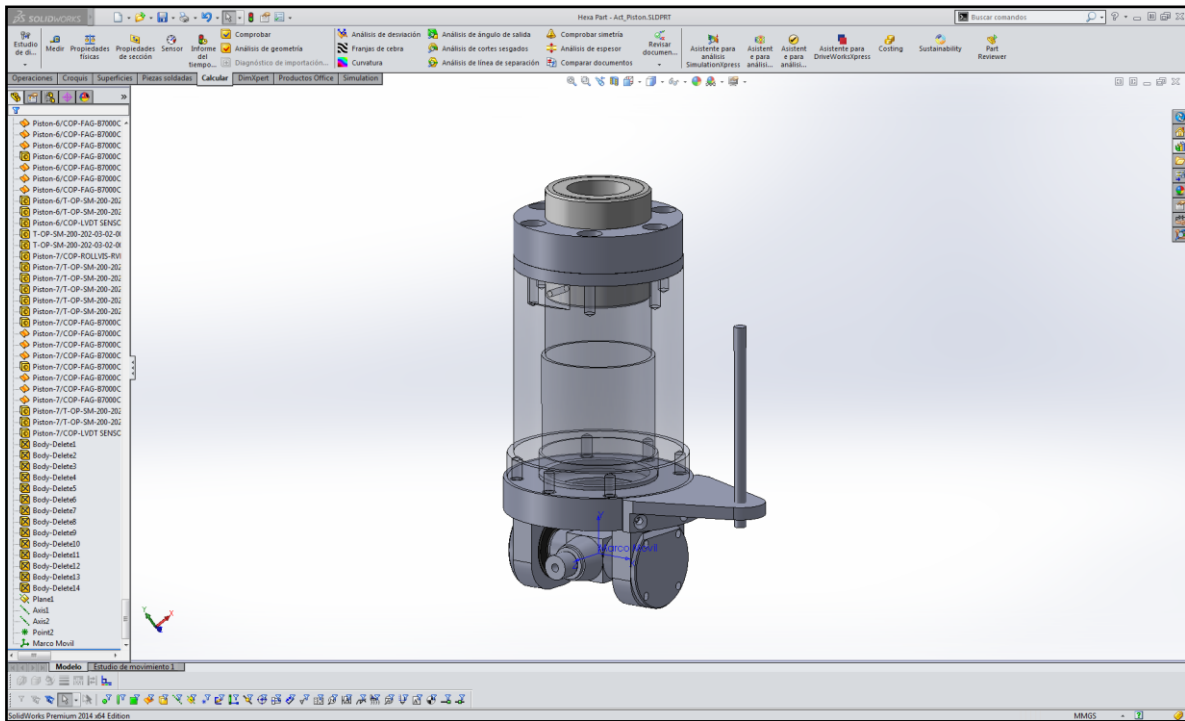
$$I_{yy} = 9778408.47$$

$$I_{yz} = 189848.68$$

$$I_{zx} = 20816.78$$

$$I_{zy} = 189848.68$$

$$I_{zz} = 166953345.07$$



Sección de actuador móvil

Parámetros físicos de la sección móvil del actuador de acuerdo al modelo 3D generado en SolidWorks® como programa de diseño mecánico.

Propiedades de masa de Hexa Part - Act_Pistón

Configuración: Predeterminado

Sistema de coordenadas: Marco Móvil

Las propiedades físicas se copiaron desde un ensamblaje cuando éste se guardó como pieza.

Para actualizar las propiedades físicas, abra el ensamblaje y vuelva a guardarlo como pieza.

Densidad = 0.00 gramos por milímetro cúbico

Masa = 345.47 gramos

Volumen = 345470.87 milímetros cúbicos

Área de superficie = 104061.35 milímetros cuadrados

Centro de masa: (milímetros)

$$X = 1.61$$

$$Y = 70.10$$

$$Z = -0.00$$

Ejes principales de inercia y momentos principales de inercia: (gramos * milímetros cuadrados)

Medido desde el centro de masa.

$$I_x = (-0.04, 1.00, -0.00) \quad P_x = 270365.01$$

$$I_y = (1.00, 0.04, 0.00) \quad P_y = 781033.15$$

$$I_z = (0.00, -0.00, -1.00) \quad P_z = 823716.51$$

Momentos de inercia: (gramos * milímetros cuadrados)

Obtenidos en el centro de masa y alineados con el sistema de coordenadas de resultados.

$$L_{xx} = 780265.66$$

$$L_{xy} = -19782.38$$

$$L_{xz} = 2.88$$

$$L_{yx} = -19782.38$$

$$L_{yy} = 271132.50$$

$$L_{yz} = -17.24$$

$$L_{zx} = 2.88$$

$$L_{zy} = -17.24$$

$$L_{zz} = 823716.51$$

Momentos de inercia: (gramos * milímetros cuadrados)

Medido desde el sistema de coordenadas de salida.

$$I_{xx} = 2477808.49$$

$$I_{xy} = 19092.45$$

$$I_{xz} = 2.66$$

$$I_{yx} = 19092.45$$

$$I_{yy} = 272022.76$$

$$I_{yz} = -27.00$$

$$I_{zx} = 2.66$$

$$I_{zy} = -27.00$$

$$I_{zz} = 2522149.60$$