



POSGRADO INTERINSTITUCIONAL DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA

**CARACTERIZACIÓN DEL DESPLAZAMIENTO DEBIDO A
CONTRIBUCIÓN TÉRMICA DE LA ESTRUCTURA SOPORTE
SECUNDARIO (HEXÁPODO) DEL ESPEJO (TSPM)
GARANTIZANDO CONTROL DE POSICIONAMIENTO.**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL GRADO
ACADÉMICO DE:**

**MAESTRA EN CIENCIA Y TECNOLOGÍA EN LA
ESPECIALIDAD DE DISEÑO Y DESARROLLO DE
SISTEMAS MECÁNICOS**

PRESENTA

ING. BERENICE RODRÍGUEZ ÁNGELES

QUERÉTARO, QRO. MARZO, 2018



Director de Posgrado
PICYT – CIDESI
Querétaro

Los abajo firmantes, miembros del Comité Tutorial del alumno **Berenice Rodríguez Angeles**, una vez leída y revisada la Tesis titulada **“CARACTERIZACIÓN DEL DESPLAZAMIENTO DEBIDO A CONTRIBUCIÓN TÉRMICA DE LA ESTRUCTURA SOPORTE SECUNDARIO (HEXÁPODO) DEL ESPEJO (TSPM) GARANTIZANDO CONTROL DE POSICIONAMIENTO”**, aceptamos que la referida tesis revisada y corregida sea presentada por el alumno para aspirar al grado de **Maestro en Ciencia y Tecnología** en la opción terminal de **DISEÑO Y DESARROLLO DE SISTEMAS MECÁNICOS** durante el Examen de Grado correspondiente.

Y para que así conste firmo la presente a los 26 días del mes de Enero del año dos mil dieciocho.

Dr. Luis del Llano Vizcaya

Director de Tesis



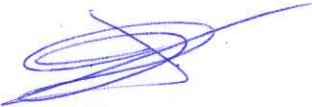
Director de Posgrado
PICYT – CIDESI
Querétaro

Los abajo firmantes, miembros del Jurado del Examen de Grado del alumno **Berenice Rodríguez Angeles**, una vez leída y revisada la Tesis titulada “**CARACTERIZACIÓN DEL DESPLAZAMIENTO DEBIDO A CONTRIBUCIÓN TÉRMICA DE LA ESTRUCTURA SOPORTE SECUNDARIO (HEXÁPODO) DEL ESPEJO (TSPM) GARANTIZANDO CONTROL DE POSICIONAMIENTO**”, aceptamos que la referida tesis revisada y corregida sea presentada por el alumno para aspirar al grado de **Maestro en Ciencia y Tecnología** en la opción terminal de **DISEÑO Y DESARROLLO DE SISTEMAS MECÁNICOS** durante el Examen de Grado correspondiente.

Y para que así conste firmamos la presente a los 26 días del mes de Enero del año dos mil dieciocho.


Dr. José Luis Sánchez Gaytán

Presidente


M.G.T. Jorge Andrés Uribe Uribe

Secretario


Dr. Luis del Llano Vizcaya

Vocal

DEDICATORIA

A mi familia, por apoyarme y acompañarme en cada logro importante, por ser padres y hermanos extraordinarios, que me han formado como ser humano y profesionalista teniendo como convicción el trabajo honesto y la dedicación constante, por el ánimo y motivación frecuente, pero sobre todo..., por creer en mí, y no perder la esperanza en la culminación de esta meta.

Ahh, y por supuesto, al amor propio, que al final del día tuvo coraje y fortaleza para concluir un ciclo más, culminar pendientes y darse la oportunidad de poder dormir con armonía y tranquilidad... :)

Los amo..!!

AGRADECIMIENTOS

Antes que nada a la vida, por la oportunidad de simplemente estar...

A mi familia, por tener una fe inamovible en mí.. por apoyarme siempre, por tanto cariño y amor que día a día me brindan,

Al amor..!! por toda su ayuda, comprensión, paciencia, tolerancia y demás..

A todos mis grandes amigos, por creer y motivarme siempre, por la maravillosa amistad de la que somos partícipes...

A mis asesores, revisores y compañeros de proyecto, por la orientación, consejos y sugerencias para el desarrollo del mismo.

A mis compañeros de trabajo, de los que diariamente aprendo de sus experiencias y sabiduría por el desarrollo y gusto por la Ingeniería.

A la dirección y compañeros de posgrado, gracias por la paciencia, insistencia, confianza y apoyo para la culminación de este trabajo.

Al Centro de Ingeniería y Desarrollo Industrial (CIDESI), por darme la oportunidad de crecer como profesional e impulsar el desarrollo de conocimientos.

Muchas gracias..!!!

RESUMEN

La plataforma Gough-Stewart (GS), también conocida como hexápodo debido a su configuración de seis actuadores lineales entre una base fija y una móvil, es un mecanismo manipulador de tipo paralelo el cual será utilizado para alinear y mantener enfocado el espejo secundario con el espejo primario del Telescopio San Pedro Mártir (TSPM), en esta posición se ha de compensar los cambios provocados por las variaciones locales de temperatura, garantizando control de posicionamiento. Para lograr que el espejo mantenga la distancia focal y el alineamiento se requiere que este mecanismo mantenga la posición del espejo en el espacio con gran exactitud.

La plataforma cuyo manipulador Gough-Stewart (GS) es un mecanismo manipulador paralelo que tiene importantes diferencias mecánicas de los manipuladores en serie. Su cadena cinemática cerrada y estructura paralela dan gran rigidez y una alta relación fuerza-peso.

Este documento se centra en el punto de vista analítico para el modelado y caracterización de este dispositivo, abarcando cinemática inversa, y el análisis de desplazamiento debido a la contribución térmica, que nos permitirá establecer y predecir las capacidades de acuerdo a los requerimientos de posición y orientación una vez colocado el sistema en el TSPM.

Palabras clave: Plataforma Gough-Stewart (GS), Hexápodo, Plataforma, Actuador lineal, Contribución térmica, Cinemática, Compensación.

CONTENIDO

DEDICATORIA	2
AGRADECIMIENTOS	3
RESUMEN.....	4
CONTENIDO	5
INDICE DE FIGURAS.....	7
INDICE DE TABLAS	9
INDICE DE ECUACIONES	12
GLOSARIO	13
CAPITULO 1. INTRODUCCIÓN.....	14
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	15
OBJETIVOS	17
• Objetivo general	17
• Objetivos específicos.....	17
HIPÓTESIS.....	17
ESTRUCTURA DEL TRABAJO DE TESIS.....	18
CAPITULO 2. MARCO TEORICO.....	19
• Manipuladores robóticos o manipuladores paralelos	19
○ Plataforma Stewart	21
○ Grados de libertad de plataforma Stewart	22
• Espejo secundario.....	23
• Dilatación lineal	24
• Análisis cinemático	25
○ Cinemática directa.....	26
○ Jacobiano Inverso	27
CAPITULO 3. PROCEDIMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN	31
• Modelado de mecanismos	31
○ Elementos que componen la plataforma GS	33
• Programación de cinemática, (Condiciones de entrada del modelo)	34
• Simulación de actuador	37
○ Prueba 1.0.....	39

❖ Longitud L1 Max 460 mm.....	39
❖ Simulación para longitud de 460 mm.....	39
❖ Gráfica para longitud de 460 mm.....	45
○ Prueba 2.0.....	46
❖ Longitud L2 447.10 mm.....	46
❖ Simulación para longitud de 447.10 mm.....	46
❖ Gráfica para longitud de 447.10 mm.....	52
○ Prueba 3.0.....	53
❖ Longitud L3 434.20 mm.....	53
❖ Simulación para longitud de 434.20 mm.....	53
❖ Gráfica para longitud de 434.20 mm.....	59
○ Prueba 4.0.....	60
❖ Longitud L4 de 421.30 mm.....	60
❖ Simulación para longitud de 421.30 mm.....	60
❖ Gráfica para longitud de 421.30 mm.....	66
○ Compilación de resultados – Simulaciones de actuador.....	67
● Determinación de error de desplazamiento.....	68
● Propuestas de Métodos para la adecuada compensación térmica.....	69
CAPITULO 4. RESULTADOS.....	70
● Determinación de desplazamiento por diferencia de temperatura en longitud $L''=l'+\Delta T$ 72	
● Determinación de desplazamiento por diferencial de temperatura $L''=L'+\Delta T$ en posición x, y, z.....	73
● Primera comprobación de error.....	77
CAPITULO 5. CONCLUSIONES.....	82
BIBLIOGRAFIA.....	83
ANEXOS.....	86
● Anexo 1 (Programa análisis de cinemática).....	87

INDICE DE FIGURAS

Figura 1 Representación del alineado óptico zenith; (GTC, 2008).....	15
Figura 2 Representación del alineado óptico de 45° respecto al horizonte; (GTC, 2008).	15
Figura 3 Representación del sistema hexápodo y espejo secundario; (GTC, 2008).....	16
Figura 4 Manipuladores con tres grados de libertad; (Briot & Khalil, 2015).....	19
Figura 5 Manipuladores con cuatro grados de libertad; (Serje & Pacheco, 2017).	20
Figura 6 Manipulador con cinco grados de libertad; (Merlet, 2006).	20
Figura 7 Manipulador con seis grados de libertad; (ZERO engineering solutions, 2015).	20
Figura 8 Manipulador serial o de cadena abierta; (KUKA, 2018).....	21
Figura 9 Manipulador paralelo de cadena cerrada; (Merlet, 2006).....	21
Figura 10 Sistema plataforma Stewart; (Mevea Simulation solutions, 2018).	22
Figura 11 Esquema de los espejos primario y secundario; (Uribe Jorge, 2016).....	23
Figura 12 Sistema Vane end – Magallanes; (Giant Magellan Telescope, 2017).	23
Figura 13 Sistema plataforma Stewart – MMT; (The MMT Observatory, 2012).	24
Figura 14 Esquema representativo – Dilatación lineal; (Chang, 2002).	24
Figura 15 Configuración de elementos y uniones.....	25
Figura 16 Plataforma Fija; (Uribe Jorge, 2016).	32
Figura 17 Plataforma móvil; (Uribe Jorge, 2016).....	32
Figura 18 Sección de actuador (fija); (Uribe Jorge, 2016).....	32
Figura 19 Sección del actuador (móvil); (Uribe Jorge, 2016).	33
Figura 20 Modelado hexápodo 3D; Elaboración propia.	33
Figura 21 Estructura hexápodo / Identificación de nodos; Elaboración Propia.	35
Figura 22 Esqueleto hexápodo con identificación de nodos prima; Elaboración propia.	36
Figura 23 Esqueleto hexápodo con identificación de longitudes prima; Elaboración propia.	37
Figura 24 Modelado actuador 3D; Elaboración propia.	37
Figura 25 Gráfica Temperatura vs Desplazamiento en longitud de 460 mm; Elaboración propia.....	45
Figura 26 Gráfica Temperatura vs Desplazamiento en longitud de 447.10 mm; Elaboración propia.	52
Figura 27 Gráfica Temperatura vs Desplazamiento en longitud de 434.20 mm; Elaboración propia.	59
Figura 28 Gráfica Temperatura vs Desplazamiento en longitud de 421.30 mm; Elaboración propia.	66
Figura 29 Gráfica Temperatura vs Desplazamiento en longitud de 434.20 mm; Elaboración propia.	67
Figura 30 Esquema representativo respecto del método 1 y método 2; Elaboración propia.	69
Figura 31 Esqueleto hexápodo con longitud L' ; Elaboración propia.	72
Figura 32 Esqueleto hexápodo con $c\Delta T$ en actuador; Elaboración propia.	73

Figura 33 Esqueleto hexápodo con $L' + c\Delta T$ en posición $x1''$, $y1''$, $z1''$; Elaboración propia.....74

Figura 34 Posición $x1''$, $y1''$, $z1''$ correspondiente al punto $B1''$; Elaboración propia. 74

Figura 35 Esqueleto hexápodo con longitudes L' (Segunda Iteración); Elaboración propia.76

Figura 36 Esqueleto hexápodo con posición $x1'$, $y1'$, $z1'$; Elaboración propia.77

Figura 37 Alineación del espejo secundario respecto al espejo primario; (GTC, 2008). 82

INDICE DE TABLAS

Tabla 1	Coordenadas de hexápodo (condiciones de entrada); Elaboración propia.	34
Tabla 2	Coordenadas de posición propuestas; Elaboración propia.....	35
Tabla 3	Resultados de Longitud prima del actuador; Elaboración propia.	36
Tabla 4	Resultados de la posición de los nodos, considerando el desplazamiento en la nueva posición; Elaboración propia.....	36
Tabla 5	Materiales utilizados en simulación MEF; Elaboración propia.	38
Tabla 6	Descripción de parámetros para longitud de 460 mm, ΔT vs desplazamiento; Elaboración propia.	39
Tabla 7	Simulación 1, para longitud de 460 mm; Elaboración propia.	39
Tabla 8	Simulación 2, para longitud de 460 mm; Elaboración propia.	40
Tabla 9	Simulación 3, para longitud de 460 mm; Elaboración propia.	40
Tabla 10	Simulación 4, para longitud de 460 mm; Elaboración propia.....	41
Tabla 11	Simulación 5, para longitud de 460 mm; Elaboración propia.....	41
Tabla 12	Simulación 6, para longitud de 460 mm; Elaboración propia.....	42
Tabla 13	Simulación 7, para longitud de 460 mm; Elaboración propia.....	42
Tabla 14	Simulación 8, para longitud de 460 mm; Elaboración propia.....	43
Tabla 15	Simulación 9, para longitud de 460 mm; Elaboración propia.....	43
Tabla 16	Simulación 10, para longitud de 460 mm; Elaboración propia.....	44
Tabla 17	Simulación 11, para longitud de 460 mm; Elaboración propia.....	44
Tabla 18	Simulación 12, para longitud de 460 mm; Elaboración propia.....	45
Tabla 19	Descripción de parámetros para longitud de 447.10 mm, ΔT vs desplazamiento; Elaboración propia.	46
Tabla 20	Simulación 1, para longitud de 447.10 mm; Elaboración propia.....	46
Tabla 21	Simulación 2, para longitud de 447.10 mm; Elaboración propia.....	47
Tabla 22	Simulación 3, para longitud de 447.10 mm; Elaboración propia.....	47
Tabla 23	Simulación 4, para longitud de 447.10 mm; Elaboración propia.....	48
Tabla 24	Simulación 5, para longitud de 447.10 mm; Elaboración propia.....	48
Tabla 25	Simulación 6, para longitud de 447.10 mm; Elaboración propia.....	49
Tabla 26	Simulación 7, para longitud de 447.10 mm; Elaboración propia.....	49
Tabla 27	Simulación 8, para longitud de 447.10 mm; Elaboración propia.....	50
Tabla 28	Simulación 9, para longitud de 447.10 mm; Elaboración propia.....	50
Tabla 29	Simulación 10, para longitud de 447.10 mm; Elaboración propia.....	51
Tabla 30	Simulación 11, para longitud de 447.10 mm; Elaboración propia.....	51
Tabla 31	Simulación 11, para longitud de 447.10 mm; Elaboración propia.....	52
Tabla 32	Descripción de parámetros para longitud de 434.20 mm, ΔT vs desplazamiento; Elaboración propia.	53
Tabla 33	Simulación 1, para longitud de 434.20 mm; Elaboración propia.....	53
Tabla 34	Simulación 2, para longitud de 434.20 mm; Elaboración propia.....	54
Tabla 35	Simulación 3, para longitud de 434.20 mm; Elaboración propia.....	54
Tabla 36	Simulación 4, para longitud de 434.20 mm; Elaboración propia.	55
Tabla 37	Simulación 5, para longitud de 434.20 mm; Elaboración propia.....	55

Tabla 38 Simulación 6, para longitud de 434.20 mm; Elaboración propia.....	56
Tabla 39 Simulación 7, para longitud de 434.20 mm; Elaboración propia.....	56
Tabla 40 Simulación 8, para longitud de 434.20 mm; Elaboración propia.....	57
Tabla 41 Simulación 9, para longitud de 434.20 mm; Elaboración propia.....	57
Tabla 42 Simulación 10, para longitud de 434.20 mm; Elaboración propia.....	58
Tabla 43 Simulación 11, para longitud de 434.20 mm; Elaboración propia.....	58
Tabla 44 Simulación 12, para longitud de 434.20 mm; Elaboración propia.....	59
Tabla 45 Descripción de parámetros para longitud de 421.30 mm, ΔT vs desplazamiento; Elaboración propia.	60
Tabla 46 Simulación 1, para longitud de 421.30 mm; Elaboración propia.....	60
Tabla 47 Simulación 2, para longitud de 421.30 mm; Elaboración propia.....	61
Tabla 48 Simulación 3, para longitud de 421.30 mm; Elaboración propia.....	61
Tabla 49 Simulación 4, para longitud de 421.30 mm; Elaboración propia.....	62
Tabla 50 Simulación 5, para longitud de 421.30 mm; Elaboración propia.....	62
Tabla 51 Simulación 6, para longitud de 421.30 mm; Elaboración propia.....	63
Tabla 52 Simulación 7, para longitud de 421.30 mm; Elaboración propia.....	63
Tabla 53 Simulación 8, para longitud de 421.30 mm; Elaboración propia.....	64
Tabla 54 Simulación 9, para longitud de 421.30 mm; Elaboración propia.....	64
Tabla 55 Simulación 10, para longitud de 421.30 mm; Elaboración propia.....	65
Tabla 56 Simulación 11, para longitud de 421.30 mm; Elaboración propia.	65
Tabla 57 Simulación 12, para longitud de 421.30 mm; Elaboración propia.....	66
Tabla 58 Resumen de desplazamientos para diversas longitudes ΔT vs desplazamiento; Elaboración propia.	67
Tabla 59 Tabla de interpolación ΔT vs desplazamientos.....	68
Tabla 60 Coordenadas de articulaciones móviles en posición final; Elaboración propia.	70
Tabla 61. Longitud de los actuadores en posición final; Elaboración propia.	70
Tabla 62 Desplazamiento lineal en actuadores	70
Tabla 63 Carrera máxima y mínima lineal en actuadores.....	71
Tabla 64 Gráficas de las dos iteraciones corridas e impresas en programa; Elaboración propia.....	71
Tabla 65 Longitud del actuador en posición final (L').	72
Tabla 66 Longitud final L''	72
Tabla 67 Posición (X' , Y' , Z').	73
Tabla 68 Posiciones (X'' , Y'' , Z'').	73
Tabla 69 Tabla de coordenadas de hexápodo con origen bi-prima (origen); Elaboración propia.....	75
Tabla 70 Longitud del actuador en posición final (Segunda iteración); Elaboración propia.	75
Tabla 71 Posiciones X' , Y' , Z'	76
Tabla 72 Cuantificación de error en longitud del actuador, primer método; Elaboración propia.....	77
Tabla 73 Cuantificación de error en posición, primer método; Elaboración propia.	78

Tabla 74 Cuantificación de error en posición; Elaboración propia.....	78
Tabla 75 Coordenadas y desplazamientos del origen al punto deseado.	79
Tabla 76 Tabla de coordenadas de hexápodo con origen bi-prima (origen); Elaboración propia.....	79
Tabla 77 Segunda cuantificación de error correspondiente a longitud en el actuador; Elaboración propia.	80
Tabla 78 Segunda cuantificación de error correspondiente a posición en el actuador; Elaboración propia.	80
Tabla 79 Comparativa de resultados entre primer y segundo método para longitud del actuador; Elaboración propia.	81
Tabla 80 Comparativa de resultados entre primer y segundo método para posición; Elaboración propia.	81
Tabla 81 Archivo “Para_Hexa_A”; Elaboración propia.....	87

INDICE DE ECUACIONES

Ecuación 1 Formula de Grodzinski (grados de libertad); (Cheng, 2009).	22
Ecuación 2 Calculo de grados de libertad aplicando la fórmula de Grodzinski; (Cheng, 2009).	23
Ecuación 3 Parámetros que definen la posición de la plataforma móvil;	25
Ecuación 4 Vector que define la traslación.....	25
Ecuación 5 Ecuación vectorial que define la longitud del actuador	26
Ecuación 6 Ecuación vectorial que define la longitud del actuador en el marco base.....	26
Ecuación 7 Matriz de rotación del marco de la plataforma a la base.....	26
Ecuación 8 Magnitud de la longitud del actuador.....	26
Ecuación 9 Forma general de las velocidades.....	26
Ecuación 10 Cinemática directa.....	27
Ecuación 11 Matriz Jacobiana desarrollada.....	28
Ecuación 12 Forma Particular para la ecuación de velocidades	28
Ecuación 13 Forma general para la ecuación de velocidades	28
Ecuación 14 Matriz Jacobiana	28
Ecuación 15 Longitud de actuadores	29
Ecuación 16 Matriz Jacobiana desarrollada.....	29
Ecuación 17 Velocidades	29
Ecuación 18 Forma general para cinemática directa.....	30
Ecuación 19 Forma general para la cinemática inversa	30
Ecuación 20 Matriz Jacobiana Inversa.....	30
Ecuación 21 Relación directa para $q = l$	30

GLOSARIO

GDL	Grados de Libertad
GS	Gough Stewart
PKM	Parallel Kinematic Machines
TSPM	Telescopio San Pedro Mártir
MEF	Método de Elementos Finitos
J	Jacobiano
TSPM	Telescopio San Pedro Mártir

CAPITULO 1. INTRODUCCIÓN

Hoy en día los robots paralelos, también denominados hexápodos o maquinas cinemáticas paralelas (PKM) (Briot & Khalil, 2015), son mecanismos de bucle cerrado que presentan muy buenos resultados en términos de precisión, rigidez y capacidad para manipular grandes cargas (Briot & Khalil, 2015). Existe un gran número de aplicaciones que van desde astronomía a simuladores de vuelo y dispositivos médicos.

La plataforma clásica Stewart se basa en un conjunto de seis actuadores accionados de forma independiente. Los actuadores se transmiten a través de juntas esféricas que residen en una plataforma estacionaria. Cada actuador termina en una articulación rotula que reside en una plataforma móvil. Todas las juntas permiten la rotación pasiva. El efecto de esta arquitectura cinemática es que la plataforma móvil puede ser controlada para moverse con 6 Grados de Libertad (GDL).

En este trabajo, el hexápodo será utilizado para alinear y mantener enfocado el espejo secundario con respecto al espejo primario del Telescopio San Pedro Mártir (TSPM) de a ser instalado en el Observatorio Astronómico Nacional (OAN) (Richer, y otros, 2016); Se han de compensar los cambios provocados por las variaciones locales de temperatura, ya que mediante la dilatación o concentración térmica los cuerpos aumentarían o disminuirían su volumen, y la determinación del desplazamiento tendrá como resultado un control en el posicionamiento del espejo secundario en el sistema hexápodo, ya que mediante los 6 grados de libertad el sistema puede moverse en cualquier dirección, el análisis se centra en la cinemática, modelado de los sistemas, análisis FEM y estudio de diseño de experimentos.

El TSPM, al ser un telescopio de grandes dimensiones y contar con un espejo primario de 6.5 metros de diámetro, tiene como consecuencia, diversos factores que tomar en consideración, por ejemplo, el efecto de la gravedad, flexiones de la estructura del telescopio, dilatación térmica y diversas deformaciones, etc. Por tal motivo se generaran errores de alineación óptica y de enfoque lo que provocara malas experiencias en el seguimiento de los astros, por los cuales el hexápodo será utilizado para alinear y mantener enfocado el espejo secundario con respecto al espejo primario del Telescopio; se han de compensar los cambios provocados por las variaciones locales de temperatura.

Cabe mencionar que lo que justifica este trabajo, se centra en el análisis del comportamiento de la plataforma Gough-Steward (GS) y la influencia de las variaciones por temperatura en el sistema, que serán como una entrada de información para el desarrollo de trabajos futuros que dependerán de las etapas posteriores del proyecto TSPM.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Con la información anteriormente mencionada, entendemos, que es indispensable controlar la alineación óptica y el enfoque del espejo secundario respecto al espejo primario del Telescopio, la cual debe recoger correctamente la luz que llega del espejo primario, por lo cual hemos de compensar los cambios provocados por la dilatación térmica, para ello el espejo secundario puede alinearse permanentemente con el espejo primario mediante el alineado óptico.

En las siguientes figuras, se hace una representación del alineado óptico en la operación del sistema.

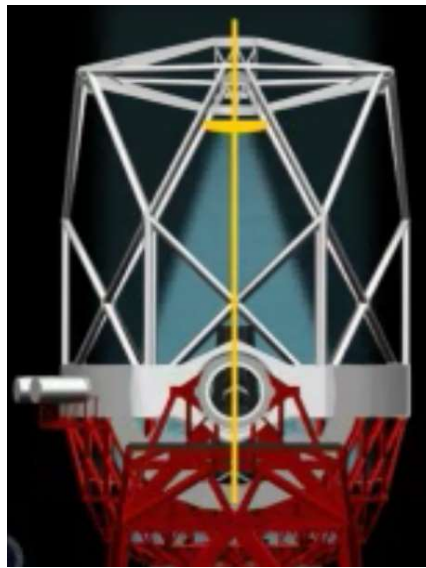


Figura 1 Representación del alineado óptico zenith; (GTC, 2008).

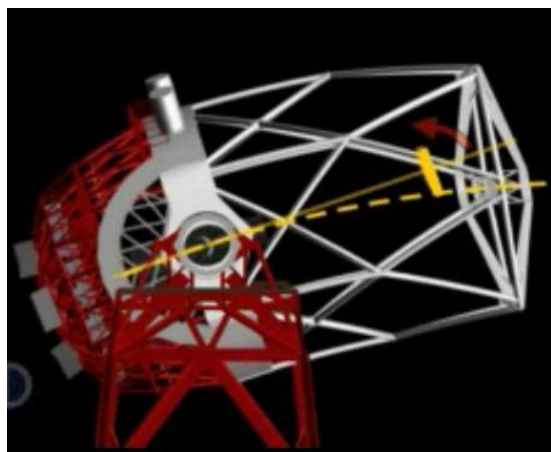


Figura 2 Representación del alineado óptico de 45° respecto al horizonte; (GTC, 2008).

Es decir, que al determinar el valor de desplazamiento en la estructura del hexápodo, a causa del diferencial de temperatura, se tendrá como resultado la compensación adecuada para la programación del control en las observaciones de los cuerpos en el espacio, provocadas por las variaciones locales de temperatura.

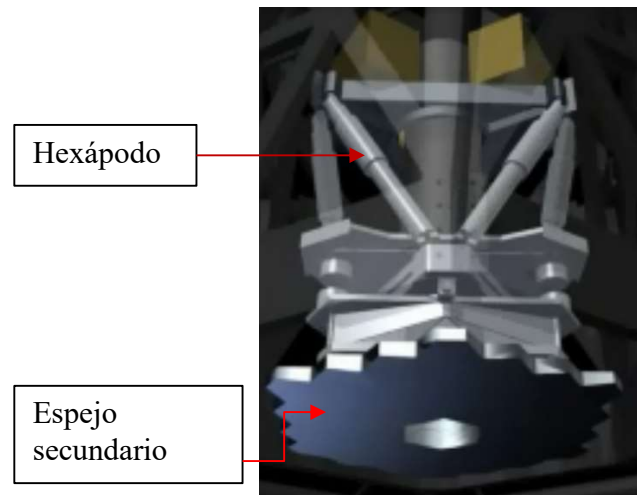


Figura 3 Representación del sistema hexápodo y espejo secundario; (GTC, 2008).

OBJETIVOS

- **Objetivo general**

Como principal objetivo, se desea desarrollar una base en el conocimiento para las plataformas GS, y producir sistemas que nos permitan posicionar y orientar el espejo secundario, mediante la caracterización del desplazamiento que deberá ser compensado en el soporte hexápodo debido a la contribución térmica de la estructura soporte (Hexápodo o GS) del espejo secundario (TSPM) garantizando control de posicionamiento.

- **Objetivos específicos**

Desarrollar el método para caracterizar una plataforma Gough-Steward (GS) que nos permita de forma repetitiva encontrar la mejor opción para que mediante los 6 GDL se genere la posición y orientación y que mediante el desplazamiento encontrado se compense la alineación y enfoque por las variaciones locales de temperatura, como resultado se generaran las siguientes actividades:

- Modelo numérico mediante cinemática;
- Programación de cinemática en software;
- Simulación MEF térmico del dispositivo del hexápodo (actuador), para determinar el desplazamiento;
- Determinación de error de desplazamiento a través de las técnicas anteriores.

HIPÓTESIS

Teniendo perfectamente ya especificada la estructura para una plataforma Gough-Steward (GS), y mediante el análisis del modelo parametrizado, es posible determinar factores de compensación térmica si se caracteriza el desplazamiento debido a contribución térmica sobre la estructura soporte del espejo secundario (TSPM).

ESTRUCTURA DEL TRABAJO DE TESIS

Este trabajo se encuentra estructurado de manera progresiva. Así, el contenido de los capítulos es el que a continuación se muestra:

Capítulo 1: En este capítulo se proporciona una breve descripción del trabajo de investigación realizado, se listan los objetivos que se pretenden lograr y la hipótesis que se desea comprobar.

Capítulo 2: Se presenta la teoría para el entendimiento del trabajo de tesis, desde teoría básica, el lenguaje matemático empleado y las bases necesarias. De esta manera los capítulos posteriores se concentran en el desarrollo del modelo asumiendo como revisada dicha información.

Capítulo 3: Se describe el desarrollo de la investigación, desde el modelado, la programación y los desplazamientos (posición y orientación).

Capítulo 4: Se presentan los resultados y la explicación de la mejor metodología de solución.

Capítulo 5: Finalmente en este capítulo se presentan las conclusiones del trabajo de tesis y se menciona el trabajo a futuro que queda por desarrollar.

CAPITULO 2. MARCO TEORICO

• Manipuladores robóticos o manipuladores paralelos

Un robot paralelo consiste en un generador de efectos con “n” grados de libertad y una base fija que se conecta entre sí por al menos dos cadenas cinemáticas independientes. El trabajo es realizado por medio de actuadores.

Las principales características de estos manipuladores son las siguientes:

- Al menos dos cadenas de efectos;
- Cada una de estas cadenas contienen mínimo un actuador simple

Los manipuladores robóticos pueden clasificarse en función de diversos criterios:

- Numero de grados de libertad;
- Estructura cinemática;
- Espacio de trabajo;
- Características de movimiento

Numero de grados de libertad



Figura 4 Manipuladores con tres grados de libertad; (Briot & Khalil, 2015).



Figura 5 Manipuladores con cuatro grados de libertad; (Serje & Pacheco, 2017).

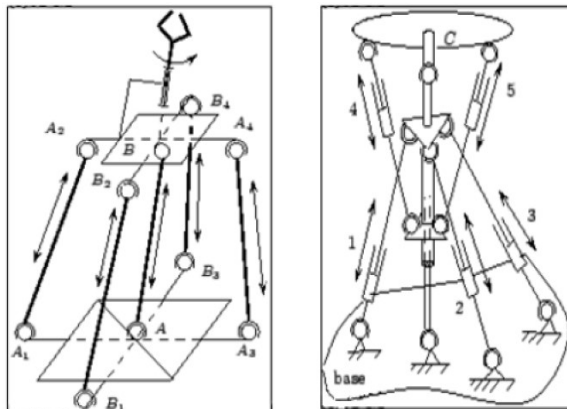


Figura 6 Manipulador con cinco grados de libertad; (Merlet, 2006).



Figura 7 Manipulador con seis grados de libertad; (ZERO engineering solutions, 2015).

Estructura cinemática



Figura 8 Manipulador serial o de cadena abierta; (KUKA, 2018).



Figura 9 Manipulador paralelo de cadena cerrada; (Merlet, 2006).

- Plataforma Stewart

La plataforma clásica Stewart se basa en un conjunto de seis actuadores accionados de forma independiente. Los actuadores se transmiten a través de tres juntas esféricas que residen en una plataforma estacionaria. Cada actuador termina en una articulación o rótula que reside en una plataforma móvil. Todas las juntas permiten la rotación pasiva. El efecto de esta arquitectura cinemática es que la plataforma móvil puede ser controlada para moverse con 6 GDL.



Figura 10 Sistema plataforma Stewart; (Mevea Simulation solutions, 2018).

○ Grados de libertad de plataforma Stewart

El principio de operación de la plataforma Gough-Stewart está basado en la fórmula de Grodzinski (Cheng, 2009) para los Grados de Libertad (GDL) del mecanismo:

$$F = 6(n - 1) - \sum_1^g (6 - f)$$

Ecuación 1 Formula de Grodzinski (grados de libertad); (Cheng, 2009).

Donde:

F, es el total de grados de libertad del sistema,

f, es el grado de libertad de cada articulación,

n, es el numero de componentes,

g, es el numero de articulaciones,

Una plataforma GS, consiste de un total de 14 componentes, la plataforma móvil y fija, además de las articulaciones en la plataforma móvil y fija de cada actuador, resultando de un total de doce articulaciones.

Aplicando la fórmula de Grodzinski, obtenemos los grados de libertad de la plataforma GS

$$F = 6(14 - 1) - (16 * 8 - 36) = 6$$

Ecuación 2 Cálculo de grados de libertad aplicando la fórmula de Grodzinski; (Cheng, 2009).

- **Espejo secundario**

El espejo secundario, es el que concentra la luz del espejo primario, es un espejo móvil montado en un sistema (plataforma Stewart o vane end) para proporcionarle los grados de libertad adecuados.

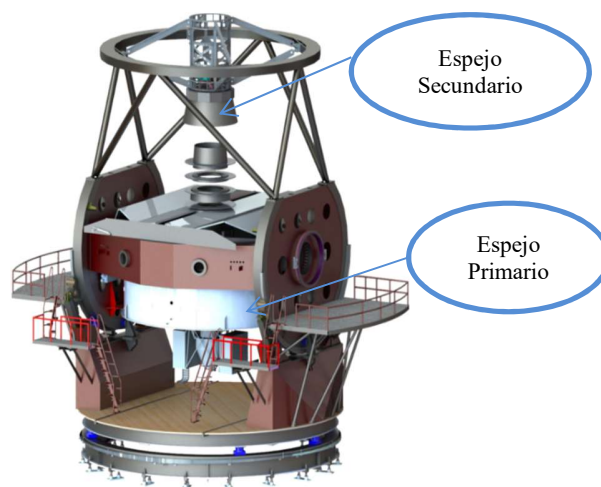


Figura 11 Esquema de los espejos primario y secundario; (Uribe Jorge, 2016).



Figura 12 Sistema Vane end – Magallanes; (Giant Magellan Telescope, 2017).



Figura 13 Sistema plataforma Stewart – MMT; (The MMT Observatory, 2012).

• **Dilatación lineal**

La dilatación térmica es el proceso por el cual los cuerpos aumentan su volumen cuando se aumenta su temperatura.

Cuando en lugar de aumentar, la temperatura disminuye, el volumen del cuerpo también lo hace, hablándose en estos casos de **contracción térmica** (Chang, 2002).

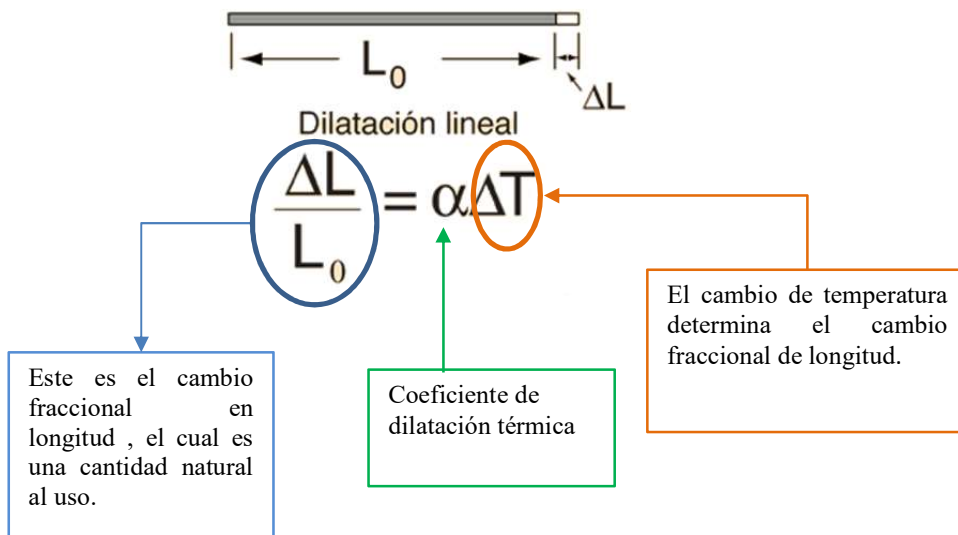


Figura 14 Esquema representativo – Dilatación lineal; (Chang, 2002).

• **Análisis cinemático**

En general, una plataforma Stewart (GS), consiste en una plataforma fija y móvil, tiene seis actuadores lineales que definen la posición y orientación de la plataforma. El uso de juntas universales para las conexiones puntuales a la base y las juntas esféricas para la conexión a la plataforma es la opción de diseño más común. La configuración de la plataforma se puede definir en el espacio conjunto o en el espacio cartesiano. La representación del espacio cartesiano de la configuración está definida por las coordenadas (Briot & Khalil, 2015).

$$q_i = (x \ y \ z \ \alpha \ \beta \ \gamma)^T$$

Ecuación 3 Parámetros que definen la posición de la plataforma móvil;

$$\mathbf{t} = (x \ y \ z)$$

Ecuación 4 Vector que define la traslación

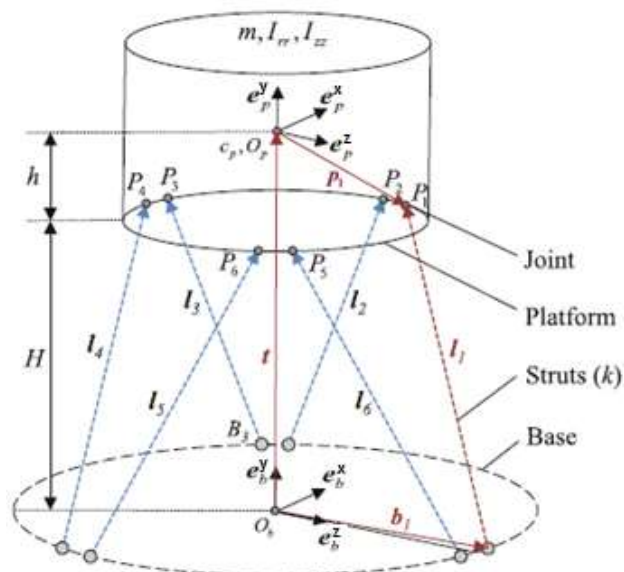


Figura 15 Configuración de elementos y uniones

Esta representación consiste en la posición de las coordenadas (x, y, z) , del centro de masa de la plataforma y su orientación por tres ángulos (α, β, γ) , ver figura 14.

La ecuación cinemática en forma de vector se escribe,

$$l_i = t + p_i - b_i \quad i = 1, \dots, 6$$

Ecuación 5 Ecuación vectorial que define la longitud del actuador

En consecuencia, la forma matricial de esta ecuación está dada por

$$[l_i]_b = [t]_b + [R]_b [p_i]_t - [b_i]_b$$

Ecuación 6 Ecuación vectorial que define la longitud del actuador en el marco base

Donde la matriz de rotación, es:

$$R_b = \begin{bmatrix} (s\alpha c\alpha s\beta s\gamma + c\beta c\gamma)c\beta & -c\alpha c\beta s\gamma & c\alpha s\beta \\ (c\alpha s\beta + s\alpha s\beta c\beta c\gamma)c\alpha & c\alpha c\beta c\gamma & -s\alpha c\beta \\ s\alpha c\alpha (c\beta)^2 s\gamma - (c\alpha)^2 s\beta c\beta c\gamma & c\alpha s\beta s\gamma + s\alpha c\beta c\gamma & c\alpha c\beta \end{bmatrix}$$

Ecuación 7 Matriz de rotación del marco de la plataforma a la base

$$l_i = |l_i| = \sqrt{l_i x^2 + l_i y^2 + l_i z^2}$$

Ecuación 8 Magnitud de la longitud del actuador

o Cinemática directa

En esta sección se describe un punto de vista numérico para resolver el problema de desplazamiento directo hacia delante. Usando el Jacobiano podemos determinar un desplazamiento cartesiano incremental del marco de la plataforma, δp asociado con un conjunto de desplazamientos puntuales incrementales, δl ya que

$$\delta p = J \delta l$$

Ecuación 9 Forma general de las velocidades

Desde un punto de vista numérico, el error se acumulara en función de usar un tamaño de paso finito $\Delta 1$. Por supuesto, el tamaño de paso más pequeño que usamos es más pequeño que el error. Sin embargo, el tiempo de cálculo aumentará. Una forma de reducir la acumulación de error numérico asociado con un tamaño de paso dado implica utilizar la solución de cinemática inversa de forma cerrada para evaluar las longitudes de puntal, asociadas con la posición estimada de la herramienta, en cada iteración.

La diferencia entre las longitudes de puntales calculadas de forma cerrada y el conjunto de longitudes de puntal de objetivo en una iteración dada representa un error que puede contabilizarse en el incremento $\Delta 1$ en la siguiente iteración.

En este sentido, el algoritmo siempre está al tanto de las longitudes de puntal (calculadas para duplicar la precisión de las ecuaciones de forma cerrada) asociadas con la estimación basada en Jacobiano de la posición de la herramienta en una iteración dada. Al compensar cualquier error, en la siguiente iteración $\Delta 1$ debemos mantener un error numérico que no se acumula.

○ Jacobiano Inverso

Para un mecanismo en serie, se puede obtener una solución de forma cerrada de la cinemática de avance.

$$x = f1(q1, q2, q3, q4, q5, q6)$$

$$y = f2(q1, q2, q3, q4, q5, q6)$$

$$z = f3(q1, q2, q3, q4, q5, q6)$$

$$\alpha = f4(q1, q2, q3, q4, q5, q6)$$

$$\beta = f5(q1, q2, q3, q4, q5, q6)$$

$$\gamma = f6(q1, q2, q3, q4, q5, q6)$$

Ecuación 10 Cinemática directa

La aplicación de la regla de la cadena produce diferenciales de (x, y) , como función de las diferenciales de q_i ($i = 1$ a n).

$$\delta x = \frac{\partial f1}{\partial q1} \delta q1 + \frac{\partial f1}{\partial q2} \delta q2 + \frac{\partial f1}{\partial q3} \delta q3 + \frac{\partial f1}{\partial q4} \delta q4 + \frac{\partial f1}{\partial q5} \delta q5 + \frac{\partial f1}{\partial q6} \delta q6$$

$$\delta y = \frac{\partial f2}{\partial q1} \delta q1 + \frac{\partial f2}{\partial q2} \delta q2 + \frac{\partial f2}{\partial q3} \delta q3 + \frac{\partial f2}{\partial q4} \delta q4 + \frac{\partial f2}{\partial q5} \delta q5 + \frac{\partial f2}{\partial q6} \delta q6$$

$$\delta z = \frac{\partial f3}{\partial q1} \delta q1 + \frac{\partial f3}{\partial q2} \delta q2 + \frac{\partial f3}{\partial q3} \delta q3 + \frac{\partial f3}{\partial q4} \delta q4 + \frac{\partial f3}{\partial q5} \delta q5 + \frac{\partial f3}{\partial q6} \delta q6$$

$$\delta \alpha = \frac{\partial f4}{\partial q1} \delta q1 + \frac{\partial f4}{\partial q2} \delta q2 + \frac{\partial f4}{\partial q3} \delta q3 + \frac{\partial f4}{\partial q4} \delta q4 + \frac{\partial f4}{\partial q5} \delta q5 + \frac{\partial f4}{\partial q6} \delta q6$$

$$\delta \beta = \frac{\partial f5}{\partial q1} \delta q1 + \frac{\partial f5}{\partial q2} \delta q2 + \frac{\partial f5}{\partial q3} \delta q3 + \frac{\partial f5}{\partial q4} \delta q4 + \frac{\partial f5}{\partial q5} \delta q5 + \frac{\partial f5}{\partial q6} \delta q6$$

$$\delta\gamma = \frac{\partial f_6}{\partial q_1} \delta q_1 + \frac{\partial f_6}{\partial q_2} \delta q_2 + \frac{\partial f_6}{\partial q_3} \delta q_3 + \frac{\partial f_6}{\partial q_4} \delta q_4 + \frac{\partial f_6}{\partial q_5} \delta q_5 + \frac{\partial f_6}{\partial q_6} \delta q_6$$

Ecuación 11 Matriz Jacobiana desarrollada

Dividiendo ambos extremos por el diferencial de tiempo dt , y expresando en forma de matriz

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial q_6} \\ \frac{\partial f_2}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial q_6} \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

Ecuación 12 Forma Particular para la ecuación de velocidades

$$\mathbf{v} = \mathbf{J} \dot{\mathbf{q}}$$

Ecuación 13 Forma general para la ecuación de velocidades

Donde la matriz se define como Jacobiana, “ \mathbf{J} ,” el Jacobiano facilita el mapeo del vector de velocidad de unión del espacio de configuración “ \mathbf{q} ”, en el vector velocidad espacial cartesiano, \mathbf{v} .

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial q_6} \\ \frac{\partial f_2}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial q_6} \\ \vdots & \ddots & \vdots \end{bmatrix}$$

Ecuación 14 Matriz Jacobiana

Para un mecanismo paralelo, como plataforma Stewart, hemos visto que se puede obtener una solución cerrada de la cinemática inversa.

$$l_1 = f_1(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$$

$$l_2 = f_2(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$$

$$l_3 = f_3(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$$

$$l_4 = f_4(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$$

$$l_5 = f_5(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$$

$$l_6 = f_6(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$$

Ecuación 15 Longitud de actuadores

La aplicación de la regla de la cadena produce diferenciales de l_i ($i = 1$ a 6) como funciones de los diferenciales de x, y ...

$$\begin{aligned} \delta l_1 &= \frac{\partial f_1}{\partial x} \delta x + \frac{\partial f_1}{\partial y} \delta y + \frac{\partial f_1}{\partial z} \delta z + \frac{\partial f_1}{\partial \alpha} \delta \alpha + \frac{\partial f_1}{\partial \beta} \delta \beta + \frac{\partial f_1}{\partial \gamma} \delta \gamma \\ \delta l_2 &= \frac{\partial f_2}{\partial x} \delta x + \frac{\partial f_2}{\partial y} \delta y + \frac{\partial f_2}{\partial z} \delta z + \frac{\partial f_2}{\partial \alpha} \delta \alpha + \frac{\partial f_2}{\partial \beta} \delta \beta + \frac{\partial f_2}{\partial \gamma} \delta \gamma \\ \delta l_3 &= \frac{\partial f_3}{\partial x} \delta x + \frac{\partial f_3}{\partial y} \delta y + \frac{\partial f_3}{\partial z} \delta z + \frac{\partial f_3}{\partial \alpha} \delta \alpha + \frac{\partial f_3}{\partial \beta} \delta \beta + \frac{\partial f_3}{\partial \gamma} \delta \gamma \\ \delta l_4 &= \frac{\partial f_4}{\partial x} \delta x + \frac{\partial f_4}{\partial y} \delta y + \frac{\partial f_4}{\partial z} \delta z + \frac{\partial f_4}{\partial \alpha} \delta \alpha + \frac{\partial f_4}{\partial \beta} \delta \beta + \frac{\partial f_4}{\partial \gamma} \delta \gamma \\ \delta l_5 &= \frac{\partial f_5}{\partial x} \delta x + \frac{\partial f_5}{\partial y} \delta y + \frac{\partial f_5}{\partial z} \delta z + \frac{\partial f_5}{\partial \alpha} \delta \alpha + \frac{\partial f_5}{\partial \beta} \delta \beta + \frac{\partial f_5}{\partial \gamma} \delta \gamma \\ \delta l_6 &= \frac{\partial f_6}{\partial x} \delta x + \frac{\partial f_6}{\partial y} \delta y + \frac{\partial f_6}{\partial z} \delta z + \frac{\partial f_6}{\partial \alpha} \delta \alpha + \frac{\partial f_6}{\partial \beta} \delta \beta + \frac{\partial f_6}{\partial \gamma} \delta \gamma \end{aligned}$$

Ecuación 16 Matriz Jacobiana desarrollada

Dividiendo ambos lados por la diferencial de tiempo, dt , y expresando en forma de matriz resumida,

$$\begin{bmatrix} \dot{l}_1 \\ \dot{l}_2 \\ \dot{l}_3 \\ \dot{l}_4 \\ \dot{l}_5 \\ \dot{l}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_1}{\partial y} & \frac{\partial f_1}{\partial z} & \frac{\partial f_1}{\partial \alpha} & \frac{\partial f_1}{\partial \beta} & \frac{\partial f_1}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x} & \frac{\partial f_2}{\partial y} & \frac{\partial f_2}{\partial z} & \frac{\partial f_2}{\partial \alpha} & \frac{\partial f_2}{\partial \beta} & \frac{\partial f_2}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x} & \frac{\partial f_3}{\partial y} & \frac{\partial f_3}{\partial z} & \frac{\partial f_3}{\partial \alpha} & \frac{\partial f_3}{\partial \beta} & \frac{\partial f_3}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial f_4}{\partial x} & \frac{\partial f_4}{\partial y} & \frac{\partial f_4}{\partial z} & \frac{\partial f_4}{\partial \alpha} & \frac{\partial f_4}{\partial \beta} & \frac{\partial f_4}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial f_5}{\partial x} & \frac{\partial f_5}{\partial y} & \frac{\partial f_5}{\partial z} & \frac{\partial f_5}{\partial \alpha} & \frac{\partial f_5}{\partial \beta} & \frac{\partial f_5}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial f_6}{\partial x} & \frac{\partial f_6}{\partial y} & \frac{\partial f_6}{\partial z} & \frac{\partial f_6}{\partial \alpha} & \frac{\partial f_6}{\partial \beta} & \frac{\partial f_6}{\partial \gamma} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix}$$

Ecuación 17 Velocidades

Por tal razón, se describe la expresión Jacobiana estándar,

$$\mathbf{v} = J \dot{\mathbf{q}} \text{ or } \mathbf{v} = J \dot{\mathbf{l}}$$

Ecuación 18 Forma general para cinemática directa

$$\dot{\mathbf{l}} = J^{-1} \mathbf{v}$$

Ecuación 19 Forma general para la cinemática inversa

$$J^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f1}{\partial x} & \frac{\partial f1}{\partial y} & \frac{\partial f1}{\partial z} & \frac{\partial f1}{\partial \alpha} & \frac{\partial f1}{\partial \beta} & \frac{\partial f1}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial f2}{\partial x} & \frac{\partial f2}{\partial y} & \frac{\partial f2}{\partial z} & \frac{\partial f2}{\partial \alpha} & \frac{\partial f2}{\partial \beta} & \frac{\partial f2}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial f3}{\partial x} & \frac{\partial f3}{\partial y} & \frac{\partial f3}{\partial z} & \frac{\partial f3}{\partial \alpha} & \frac{\partial f3}{\partial \beta} & \frac{\partial f3}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial f4}{\partial x} & \frac{\partial f4}{\partial y} & \frac{\partial f4}{\partial z} & \frac{\partial f4}{\partial \alpha} & \frac{\partial f4}{\partial \beta} & \frac{\partial f4}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial f5}{\partial x} & \frac{\partial f5}{\partial y} & \frac{\partial f5}{\partial z} & \frac{\partial f5}{\partial \alpha} & \frac{\partial f5}{\partial \beta} & \frac{\partial f5}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial f6}{\partial x} & \frac{\partial f6}{\partial y} & \frac{\partial f6}{\partial z} & \frac{\partial f6}{\partial \alpha} & \frac{\partial f6}{\partial \beta} & \frac{\partial f6}{\partial \gamma} \end{bmatrix}$$

Ecuación 20 Matriz Jacobiana Inversa

La matriz de la ecuación 20, es la inversa del Jacobiano convencional. Esto facilita el mapeo del vector velocidad cartesiano, \mathbf{v} , dentro de la configuración de los desplazamientos puntuales del vector.

$$\dot{\mathbf{q}} = \dot{\mathbf{l}}$$

Ecuación 21 Relación directa para $\dot{\mathbf{q}} = \dot{\mathbf{l}}$

CAPITULO 3. PROCEDIMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN

En este capítulo se describirá la metodología para poder determinar el desplazamiento en la plataforma GS anteriormente descrita, a través de una cadena cinemática cerrada, esto con la finalidad de establecer los parámetros de posición, y orientación de cada articulación en las plataformas fija y móvil, además de definir la posición a la que desea desplazar la plataforma móvil

Para la comprensión de estos manipuladores paralelos, es básico el entendimiento de la cinemática de estos sistemas, lo cual se replica fundamentándose en un modelo numérico que prediga el comportamiento del sistema al proponer un punto deseado en cualquier espacio, y conocer las posiciones y orientaciones de los actuadores que lo componen.

La siguiente metodología se describe primeramente con el modelado de los elementos que conforman la plataforma Gough-Stewart (GS), posteriormente se empiezan a establecer las condiciones de frontera que alimentaran la programación numérica mediante un programa en el software Matlab, se generaran resultados que nos permitirán establecer nuevas posiciones incluyendo un factor de compensación por temperatura.

Uno de los elementos que se consideró para estudiar el comportamiento del sistema fue el actuador lineal que conecta la plataforma fija con la móvil, se consideraron rangos de temperatura en base a las condiciones definidas de trabajo a las que estaría expuesto el sistema, teniendo como resultado pequeños desplazamientos en diversas condiciones de longitud y temperatura.

Y finalmente se generara un diseño de experimentos, que nos permita determinar el error bajo las diversas condiciones de temperatura o longitud del actuador, lo que nos permitirá compensar el error por contribución térmica, de esta manera se podrán determinar dos posibles métodos de compensación e identificar el que nos proporcione mayor certeza.

A continuación se describe más a detalle la metodología antes descrita.

- **Modelado de mecanismos**

Es la descripción de los parámetros físicos de los componentes de acuerdo al modelo 3D generado en SolidWorks® como programa de diseño mecánico. Se modelaron los componentes más significativos, Plataforma fija, móvil y el actuador del sistema, las dimensiones fueron referenciadas al modelo de hexápodo usado en el telescopio MMT (Technical Report 34, 1998), ya que aplica como una opción en el diseño definitivo de la estructura en donde estará incluido el espejo secundario.

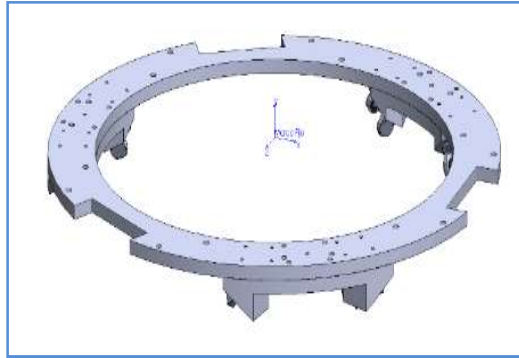


Figura 16 Plataforma Fija; (Uribe Jorge, 2016).

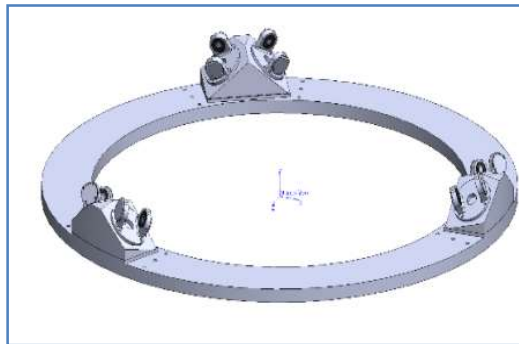


Figura 17 Plataforma móvil; (Uribe Jorge, 2016).

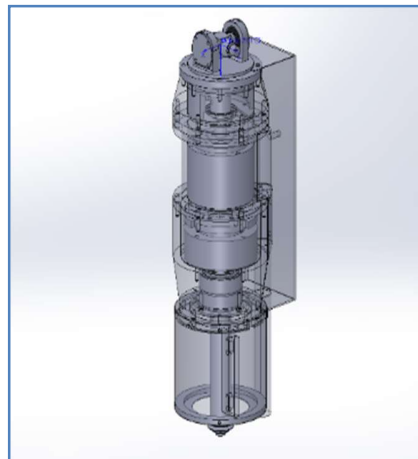


Figura 18 Sección de actuador (fija); (Uribe Jorge, 2016).

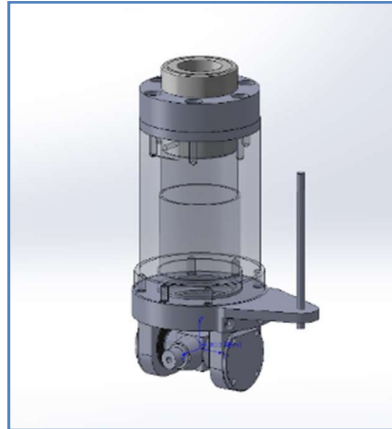


Figura 19 Sección del actuador (móvil); (Uribe Jorge, 2016).

○ Elementos que componen la plataforma GS

La plataforma GS propuesta en este estudio es un mecanismo paralelo de 6 GDL tal, que consta de un cuerpo de la placa móvil o plataforma móvil, conectada a una placa base fija o plataforma fija a través de seis actuadores independientes. Estos actuadores son cadenas cinemáticas idénticas, que acoplan la plataforma superior y la plataforma inferior fija mediante juntas universales. La longitud de los actuadores lineales es variable y que pueden ser controlados por separado para llevar a cabo el movimiento de la plataforma móvil.

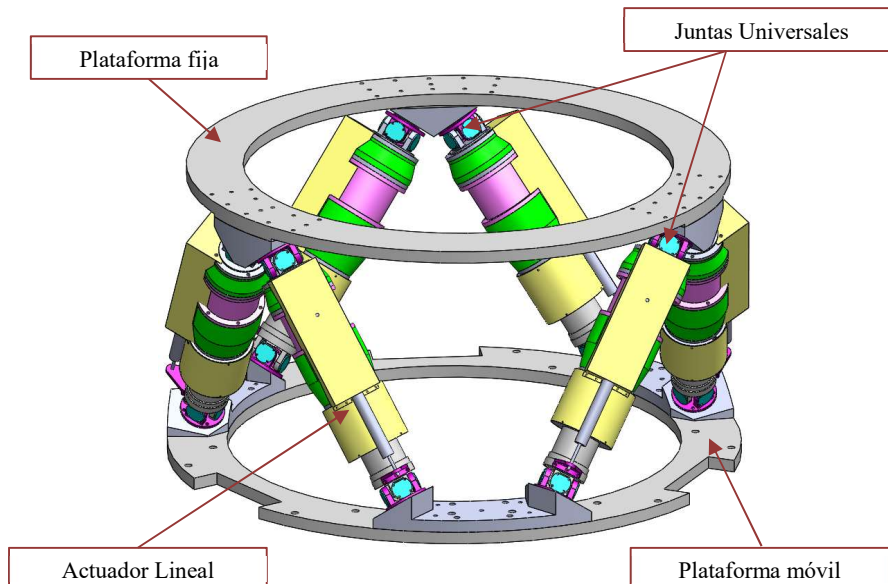


Figura 20 Modelado hexápodo 3D; Elaboración propia.

• **Programación de cinemática, (Condiciones de entrada del modelo)**

A continuación se describen el procedimiento de la programación cinemática, auxiliándonos de programas como Excel, que alimentan las condiciones de frontera en el software Matlab.

Paso 1: Obtención de coordenadas iniciales correspondientes a cada nodo del esqueleto (sketch) en la plataforma GS modelada.

VARIABLES	X	Y	Z
L1	460.0000	0.0000	0.0000
L2	460.0000	0.0000	0.0000
L3	460.0000	0.0000	0.0000
L4	460.0000	0.0000	0.0000
L5	460.0000	0.0000	0.0000
L6	460.0000	0.0000	0.0000
A1	277.7100	0.0000	314.3300
A2	411.0700	0.0000	83.3400
A3	133.3600	0.0000	-397.6700
A4	-133.3600	0.0000	-397.6700
A5	-411.0700	0.0000	83.3400
A6	-277.7100	0.0000	314.3300
B1	54.9700	0.0000	405.3500
B2	378.5300	0.0000	-155.0700
B3	323.5600	0.0000	-250.2800
B4	-323.5600	0.0000	-250.2800
B5	-378.5300	0.0000	-155.0700
B6	-54.9700	0.0000	405.3500
dcm	0.0000	0.0000	0.0000
h	0.0000	-392.0500	0.0000

Tabla 1 Coordenadas de hexápodo (condiciones de entrada); Elaboración propia.

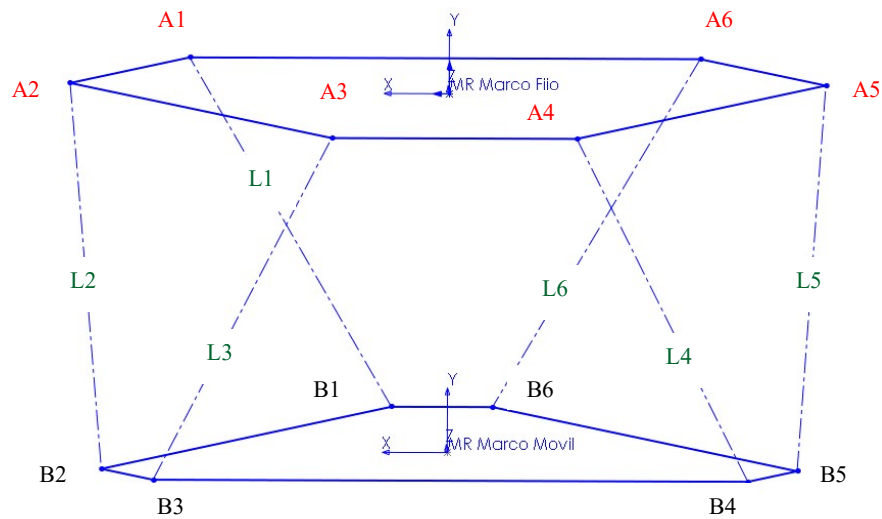


Figura 21 Estructura hexápoda / Identificación de nodos; Elaboración Propia.

Paso 2: Se propone una posición (Punto deseado) al establecer la estructura del hexápodo, cuyas variables estén recopiladas en la siguiente tabla.

Variabes	X
x	-15
y	-10
z	0

Introducción de parámetros variables

Tabla 2 Coordenadas de posición propuestas; Elaboración propia.

Paso 3: Desarrollo de programación para el análisis de la cinemática inversa.; Ya determinadas las condiciones supuestas, se corre el programa en Software Matlab, en espera de resultados. (Ver anexo 1).

Paso 4: Obtención de resultados de programación y generalización de visualización de desplazamientos de la plataforma móvil al punto deseado.

Variable	Longitud del actuador en posición final
L1'	474.2638
L2'	458.6039
L3'	452.8152
L4'	484.3570
L5'	479.1622
L6'	463.2979

Tabla 3 Resultados de Longitud prima del actuador; Elaboración propia.

VARIABLES	X'	Y'	Z'
B1'	39.9365	-400.1316	405.3500
B2'	363.2994	-388.8395	-155.0700
B3'	308.3629	-390.7579	-250.2800
B4'	-338.3629	-413.3421	-250.2800
B5'	-393.2994	-415.2605	-155.0700
B6'	-69.9365	-403.9684	405.3500

Tabla 4 Resultados de la posición de los nodos, considerando el desplazamiento en la nueva posición; Elaboración propia

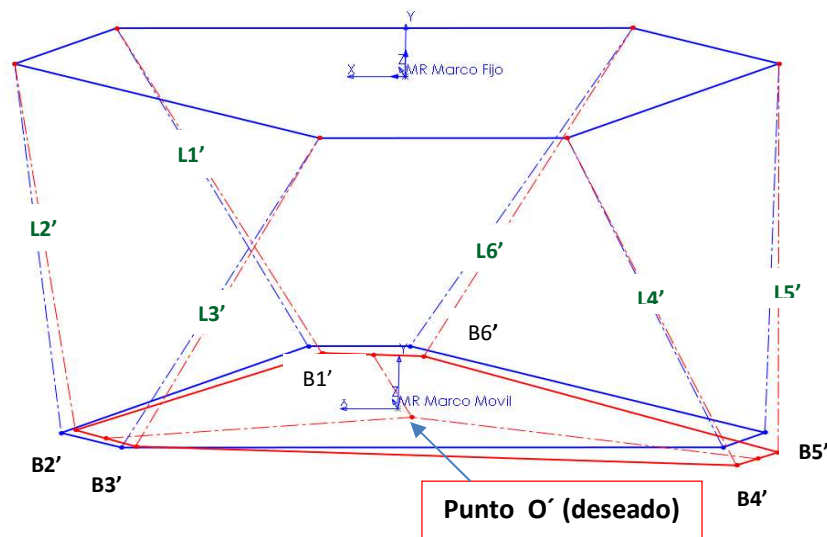


Figura 22 Esqueleto hexápodo con identificación de nodos prima; Elaboración propia.

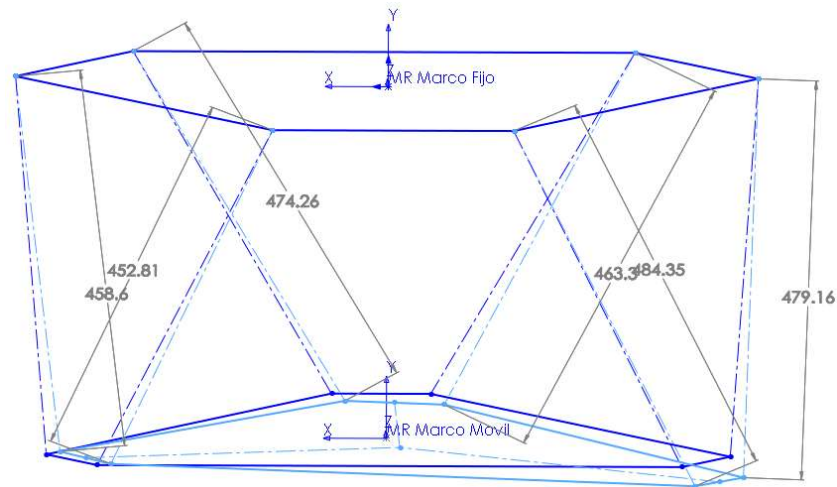


Figura 23 Esqueleto hexápodo con identificación de longitudes prima; Elaboración propia.

• **Simulación de actuador**

Simulación MEF del actuador (componente del hexápodo y sistema a analizar) para comprobar el desplazamiento considerando un gradiente de temperatura de 14°C a -7°C.

Se consideran 4 diversas longitudes, para el análisis del componente, considerando como longitud máxima 460 mm y mínima 421.30 mm, y considerando un rango de temperatura de 16°C a -7°C, en la siguiente tabla se especifican los correspondientes valores de expansión térmica para cada material utilizado en el análisis.

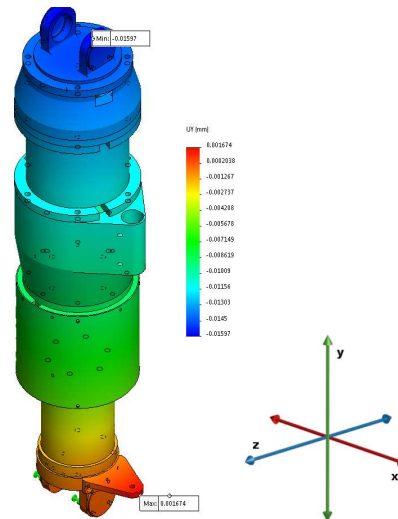


Figura 24 Modelado actuador 3D; Elaboración propia.

Material	Coefficiente de expansión térmica	Unidades
Steel AISI 304	0.000018	/K
A36	0.000012	/K
Steel SAE 4140	0.000012	/K
Steel Stainless 304	0.000017	/K
SAE 1045	0.000015	/K
Aluminum 6061-T6	0.000024	/K

Tabla 5 Materiales utilizados en simulación MEF; Elaboración propia.

Como se consideraron 4 diversas longitudes, se estableció de igual manera el mismo número de simulaciones generadas para las diversas longitudes, las siguientes tablas describen el desplazamiento en orientación (U_y) generado con su respectivo gradiente de temperatura (ΔT).

Se presentan a detalle el desplazamiento obtenido en cada simulación, ya que se generaron 12 corridas para cada longitud propuesta.

Finalmente se generan las gráficas que describe el comportamiento de la variación del gradiente de temperatura vs del desplazamiento (U_y), el cual presenta un comportamiento lineal del sistema, esto se puede apreciar en la tabla 14, en donde se resumen todos los resultados y se aprecian las líneas de tendencias de todos las gráficas.

○ Prueba 1.0

❖ *Longitud L1 Max 460 mm*

No.	Temperatura Ref (°C)	Temperatura (°C)	ΔT (°C) (Tf-Ti)	Desplazamiento entre ejes Uy (mm)	Node
1	16	14	2	-0.01515183	157055
2	16	12	4	-0.0303037	157055
3	16	10	6	-0.04544824	157055
4	16	8	8	-0.0606073	157055
5	16	6	10	-0.07575908	157055
6	16	4	12	-0.09091107	157055
7	16	2	14	-0.10606281	157055
8	16	0	16	-0.1212148	157055
9	16	-2	18	-0.13636651	157055
10	16	-4	20	-0.15151848	157055
11	16	-6	22	-0.16665335	157055
12	16	-7	23	-0.17421837	157055

Tabla 6 Descripción de parámetros para longitud de 460 mm, ΔT vs desplazamiento; Elaboración propia.

❖ *Simulación para longitud de 460 mm*

Simulación 1

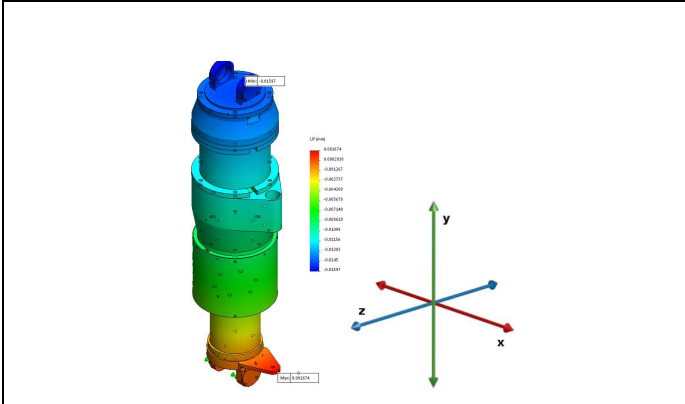
Temp Ref (°C)	16
Temp (°C)	14
ΔT (°C)	2
Desplazamiento entre ejes Uy (mm)	-0.01515183
	

Tabla 7 Simulación 1, para longitud de 460 mm; Elaboración propia.

Simulación 2

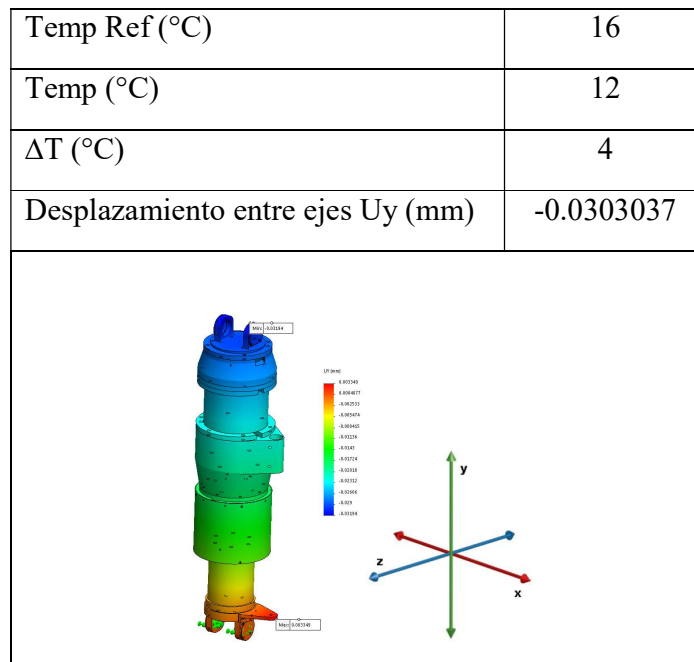


Tabla 8 Simulación 2, para longitud de 460 mm; Elaboración propia.

Simulación 3

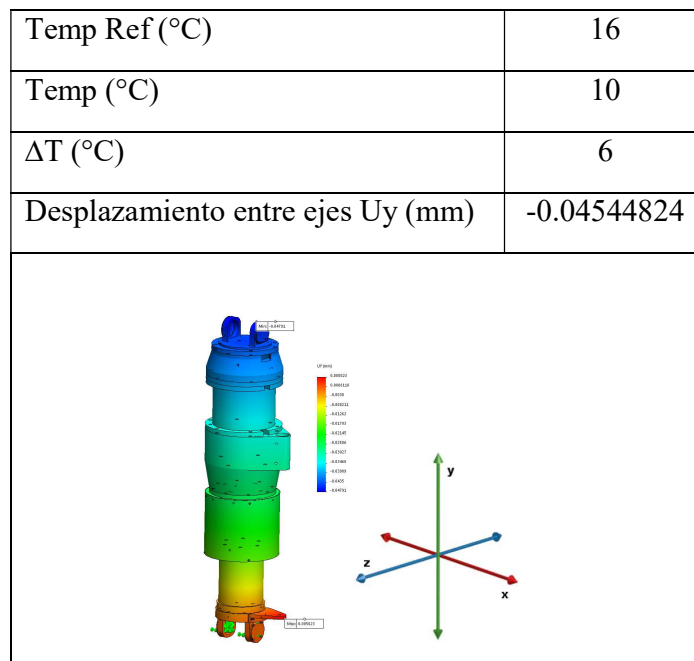


Tabla 9 Simulación 3, para longitud de 460 mm; Elaboración propia.

Simulación 4

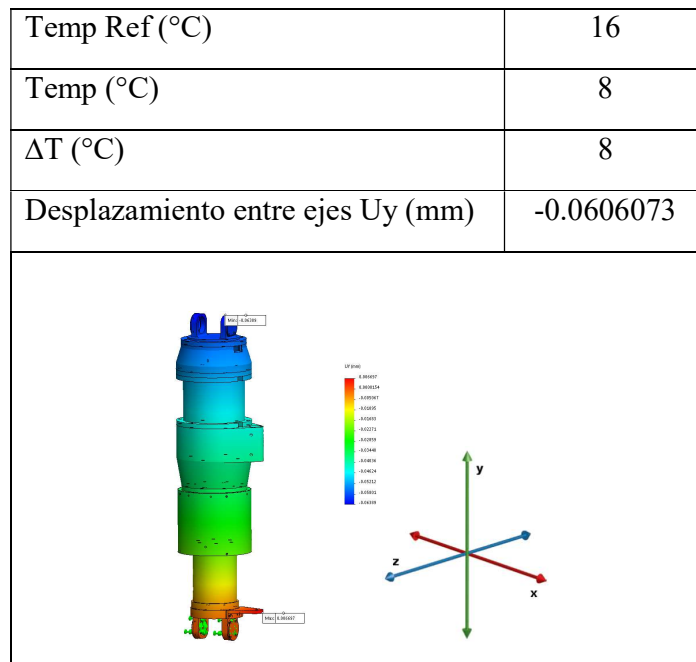


Tabla 10 Simulación 4, para longitud de 460 mm; Elaboración propia.

Simulación 5

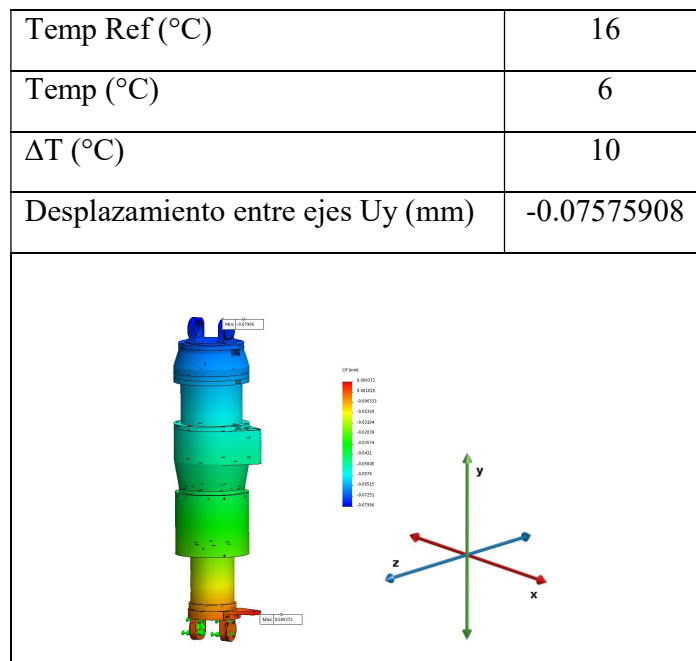


Tabla 11 Simulación 5, para longitud de 460 mm; Elaboración propia.

Simulación 6

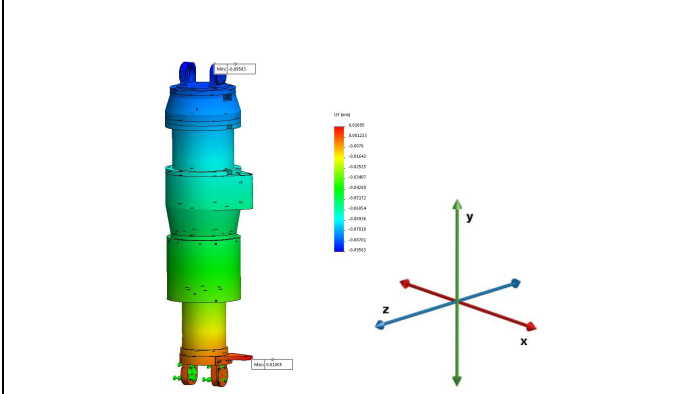
Temp Ref (°C)	16
Temp (°C)	4
ΔT (°C)	12
Desplazamiento entre ejes Uy (mm)	-0.09091107
	

Tabla 12 Simulación 6, para longitud de 460 mm; Elaboración propia.

Simulación 7

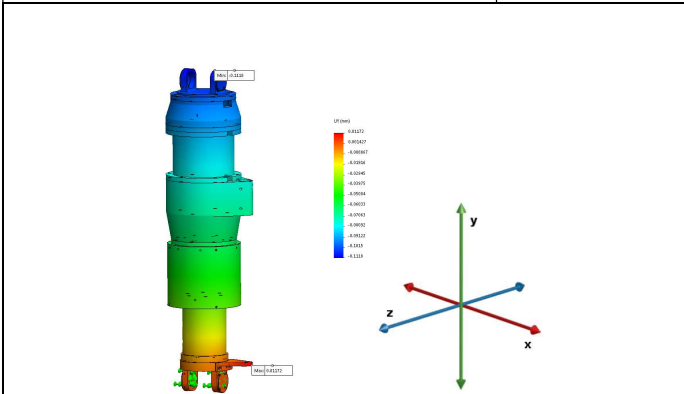
Temp Ref (°C)	16
Temp (°C)	2
ΔT (°C)	14
Desplazamiento entre ejes Uy (mm)	-0.10606281
	

Tabla 13 Simulación 7, para longitud de 460 mm; Elaboración propia.

Simulación 8

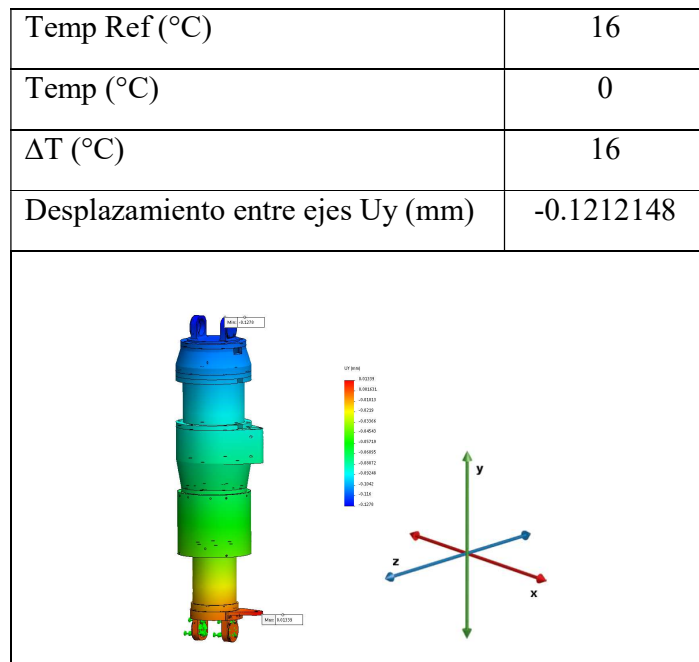


Tabla 14 Simulación 8, para longitud de 460 mm; Elaboración propia.

Simulación 9

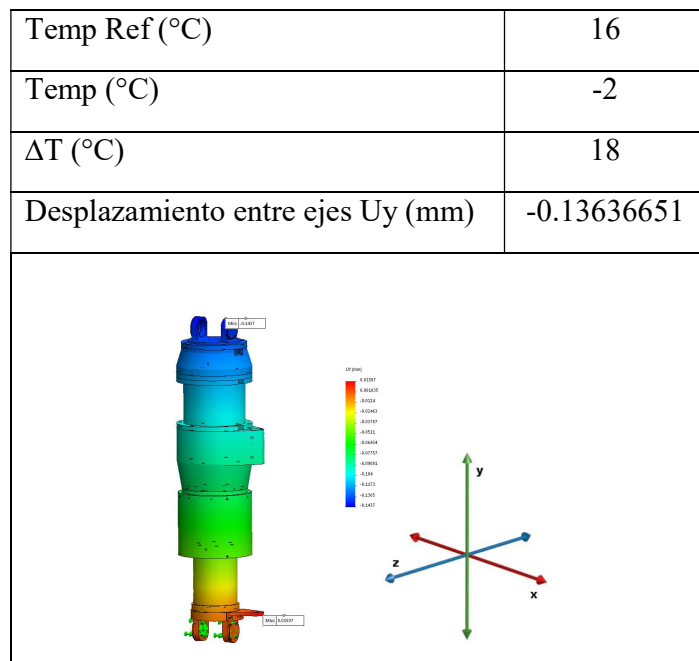


Tabla 15 Simulación 9, para longitud de 460 mm; Elaboración propia.

Simulación 10

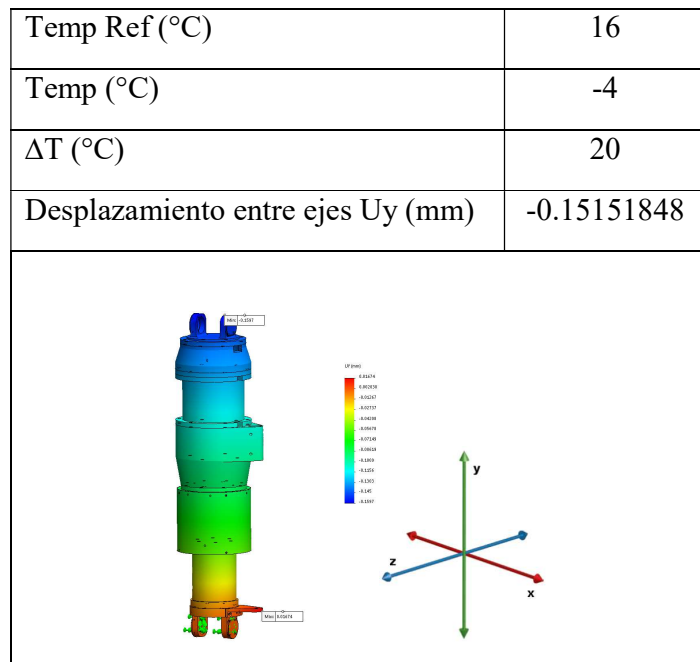


Tabla 16 Simulación 10, para longitud de 460 mm; Elaboración propia.

Simulación 11

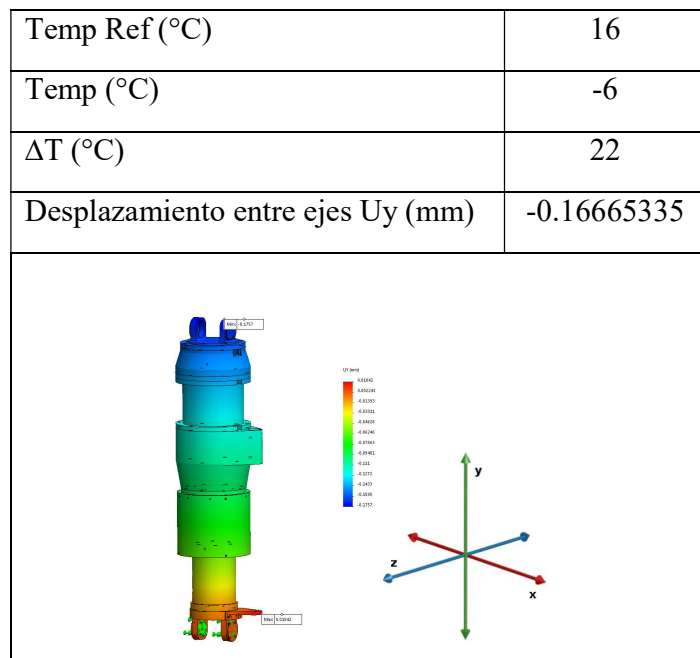


Tabla 17 Simulación 11, para longitud de 460 mm; Elaboración propia.

Simulación 12

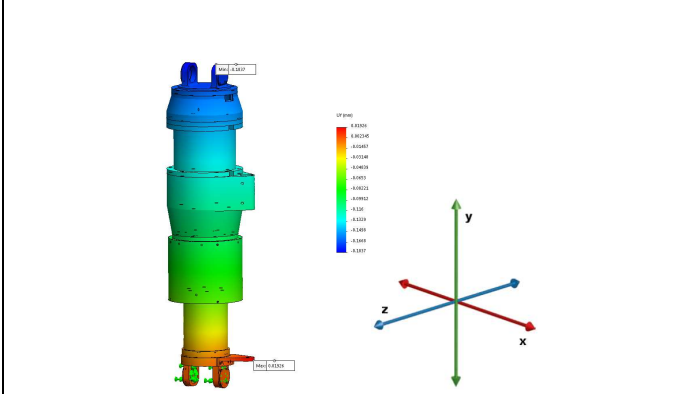
Temp Ref (°C)	16
Temp (°C)	-7
ΔT (°C)	23
Desplazamiento entre ejes Uy (mm)	-0.17421837
	

Tabla 18 Simulación 12, para longitud de 460 mm; Elaboración propia.

❖ **Gráfica para longitud de 460 mm**

Desplazamiento entre ejes Uy (mm)

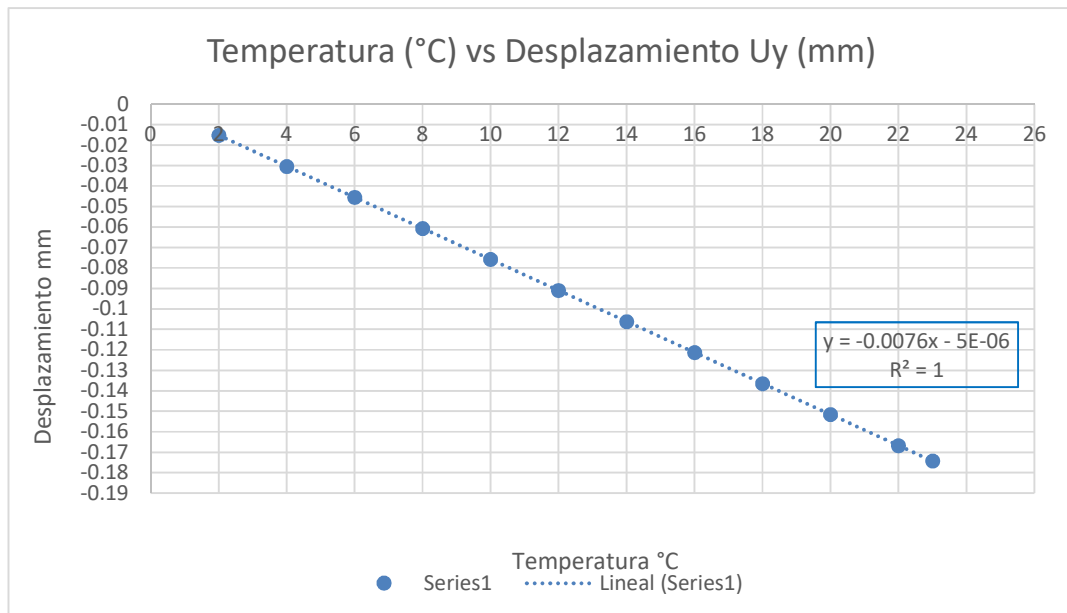


Figura 25 Gráfica Temperatura vs Desplazamiento en longitud de 460 mm; Elaboración propia.

○ Prueba 2.0

❖ *Longitud L2 447.10 mm*

No.	Temperatura Ref (°C)	Temperatura (°C)	ΔT (°C) (Tf-Ti)	Desplazamiento entre ejes Uy (mm)	Node
1	16	14	2	-0.01450802	157701
2	16	12	4	-0.02901431	155939
3	16	10	6	-0.04351506	155939
4	16	8	8	-0.05803208	155939
5	16	6	10	-0.07252509	155939
6	16	4	12	-0.08703012	155939
7	16	2	14	-0.101534127	155939
8	16	0	16	-0.11604613	157701
9	16	-2	18	-0.13054388	157701
10	16	-4	20	-0.14505019	155939
11	16	-6	22	-0.1595878	155939
12	16	-7	23	-0.16684199	155939

Tabla 19 Descripción de parámetros para longitud de 447.10 mm, ΔT vs desplazamiento; Elaboración propia.

❖ *Simulación para longitud de 447.10 mm*

Simulación 1

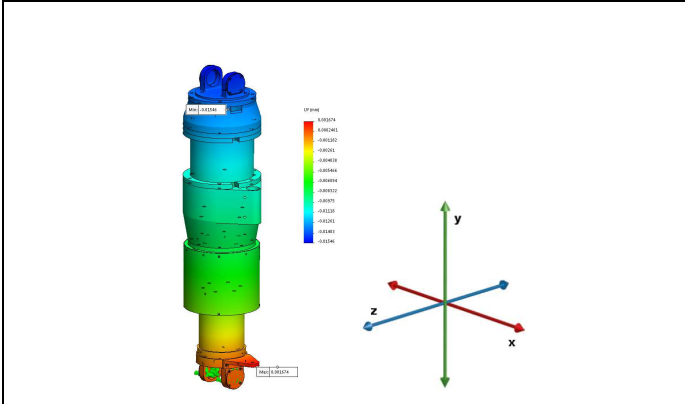
Temp Ref (°C)	16
Temp (°C)	14
ΔT (°C)	2
Desplazamiento entre ejes Uy (mm)	-0.01450802
	

Tabla 20 Simulación 1, para longitud de 447.10 mm; Elaboración propia.

Simulación 2

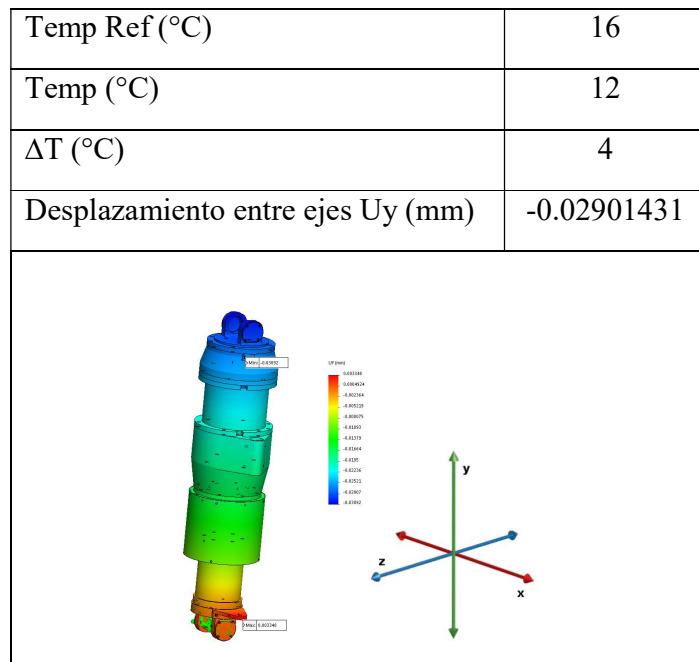


Tabla 21 Simulación 2, para longitud de 447.10 mm; Elaboración propia.

Simulación 3

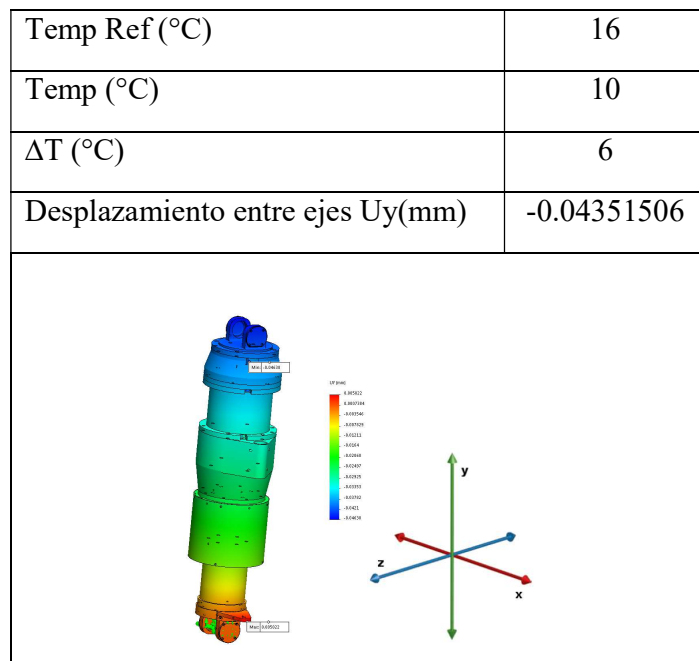


Tabla 22 Simulación 3, para longitud de 447.10 mm; Elaboración propia.

Simulación 4

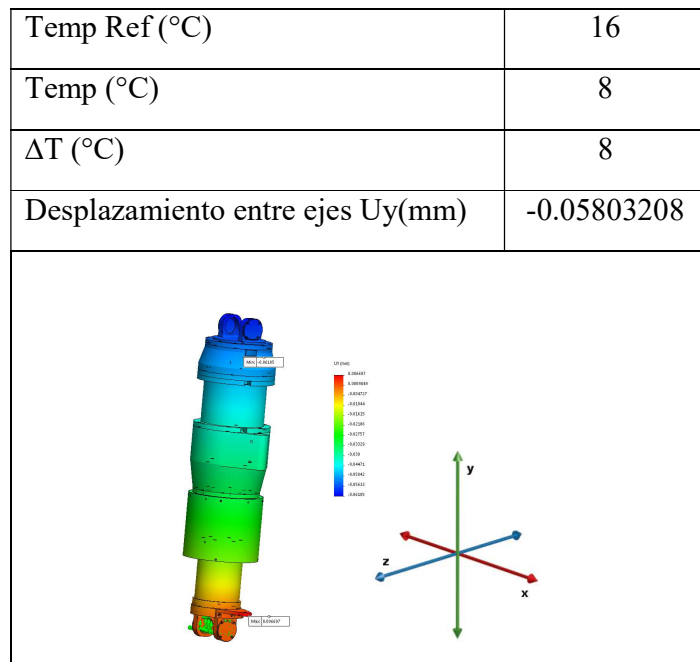


Tabla 23 Simulación 4, para longitud de 447.10 mm; Elaboración propia.

Simulación 5

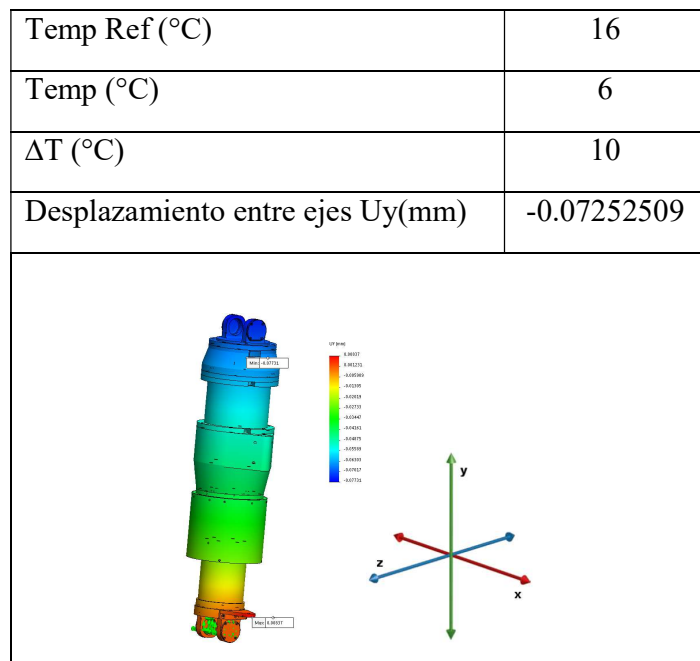


Tabla 24 Simulación 5, para longitud de 447.10 mm; Elaboración propia.

Simulación 6

Temp Ref (°C)	16
Temp (°C)	4
ΔT (°C)	12
Desplazamiento entre ejes Uy(mm)	-0.08703012

Tabla 25 Simulación 6, para longitud de 447.10 mm; Elaboración propia.

Simulación 7

Temp Ref (°C)	16
Temp (°C)	2
ΔT (°C)	14
Desplazamiento entre ejes Uy(mm)	-0.101534127

Tabla 26 Simulación 7, para longitud de 447.10 mm; Elaboración propia.

Simulación 8

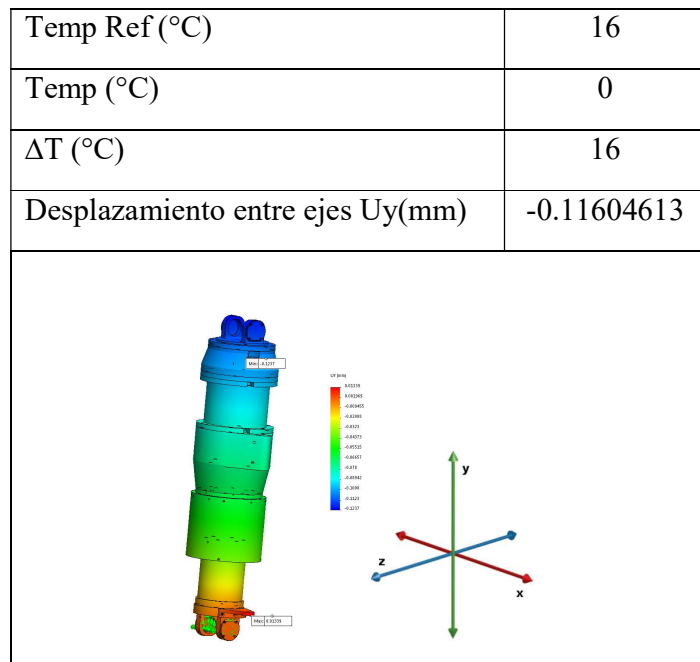


Tabla 27 Simulación 8, para longitud de 447.10 mm; Elaboración propia.

Simulación 9

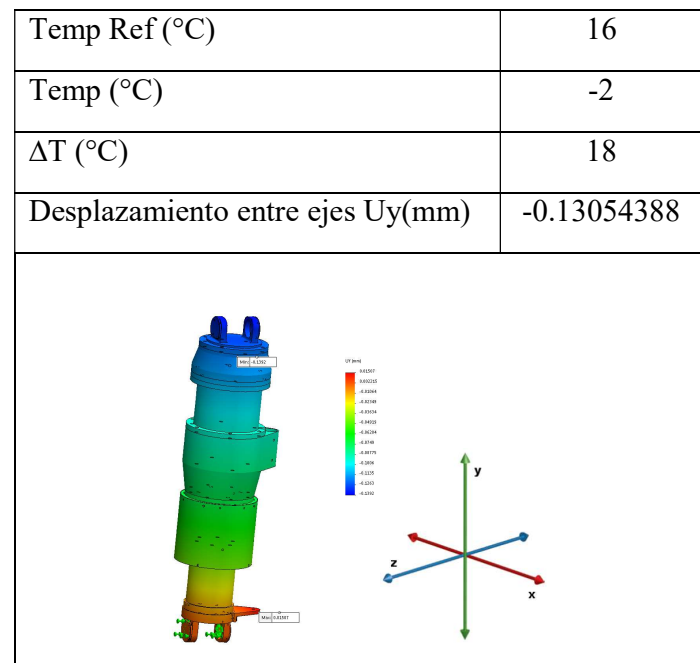


Tabla 28 Simulación 9, para longitud de 447.10 mm; Elaboración propia.

Simulación 10

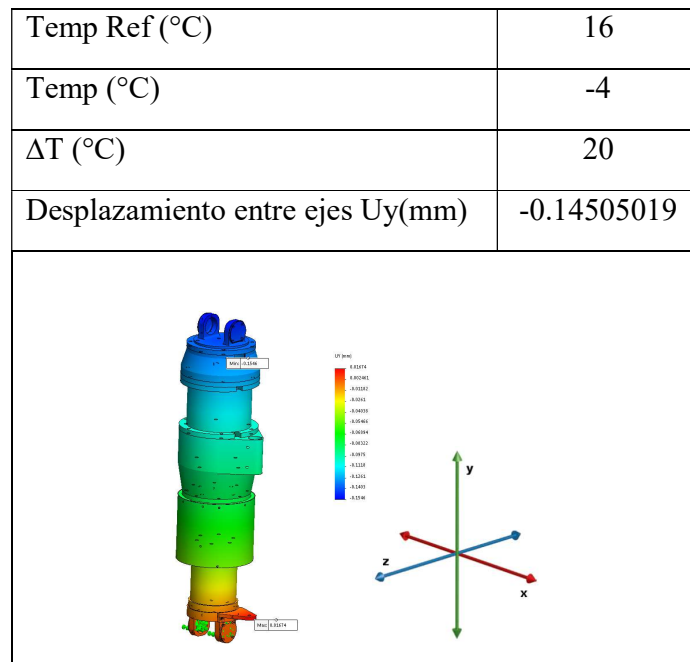


Tabla 29 Simulación 10, para longitud de 447.10 mm; Elaboración propia.

Simulación 11

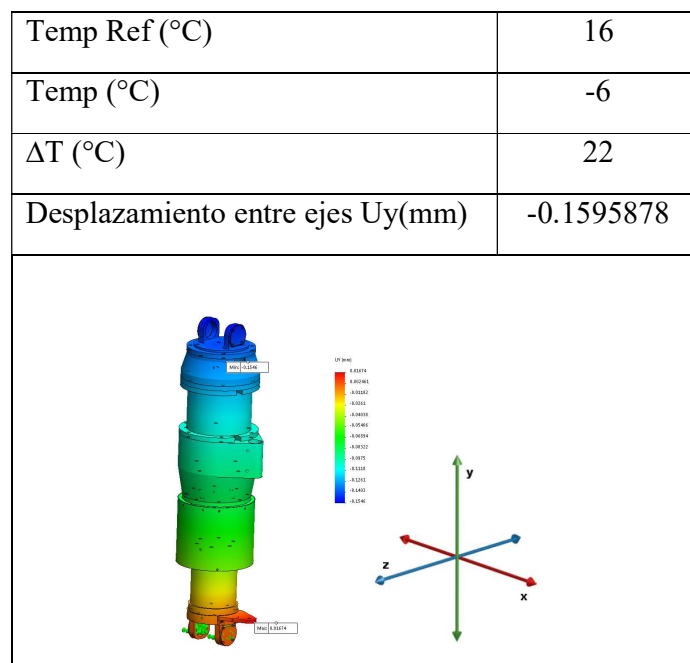


Tabla 30 Simulación 11, para longitud de 447.10 mm; Elaboración propia.

Simulación 12

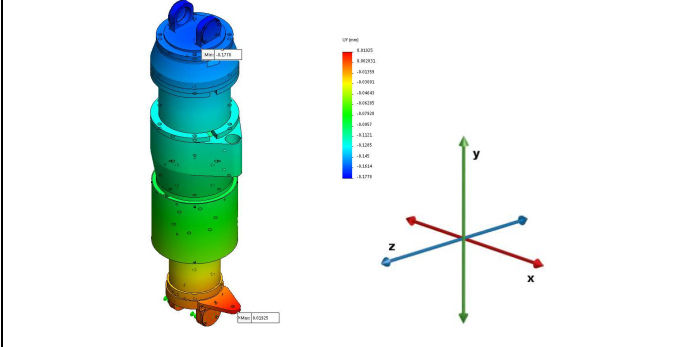
Temp Ref (°C)	16
Temp (°C)	-7
ΔT (°C)	23
Desplazamiento entre ejes Uy(mm)	-0.16684199
	

Tabla 31 Simulación 11, para longitud de 447.10 mm; Elaboración propia.

❖ Gráfica para longitud de 447.10 mm

Desplazamiento entre ejes Uy (mm)

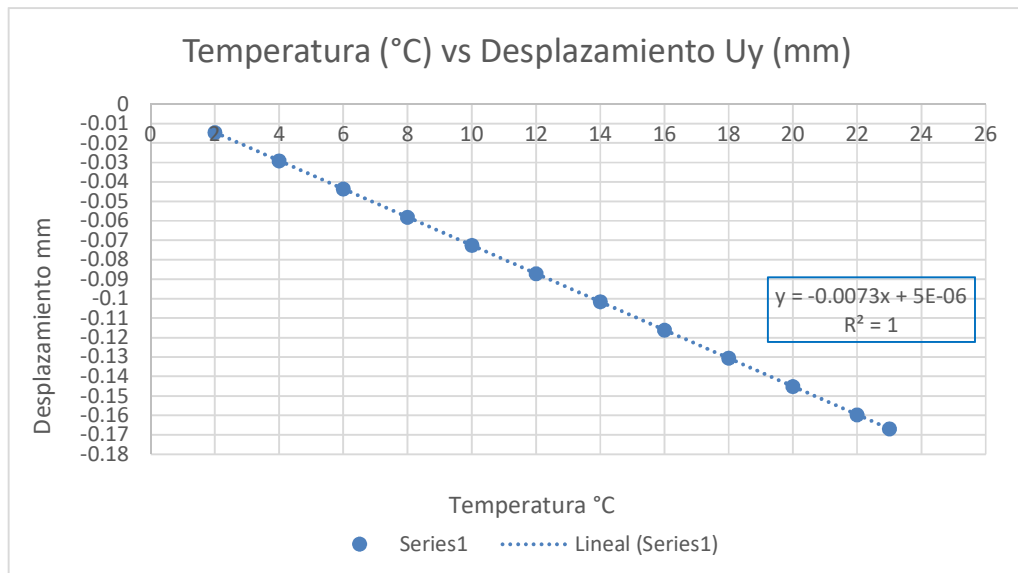


Figura 26 Gráfica Temperatura vs Desplazamiento en longitud de 447.10 mm; Elaboración propia.

○ Prueba 3.0

❖ **Longitud L3 434.20 mm**

No.	Temperatura Ref (°C)	Temperatura (°C)	ΔT (°C) (Tf-Ti)	Desplazamiento entre ejes Uy (mm)	Node
1	16	14	2	-0.01394	157250
2	16	12	4	-0.02788	157250
3	16	10	6	-0.04181	157250
4	16	8	8	-0.05575	157250
5	16	6	10	-0.06968	157250
6	16	4	12	-0.08361	157250
7	16	2	14	-0.09756	157250
8	16	0	16	-0.11148	157250
9	16	-2	18	-0.1254	157250
10	16	-4	20	-0.13934	157250
11	16	-6	22	-0.15327	157250
12	16	-7	23	-0.16053	157250

Tabla 32 Descripción de parámetros para longitud de 434.20 mm, ΔT vs desplazamiento; Elaboración propia.

❖ **Simulación para longitud de 434.20 mm**

Simulación 1

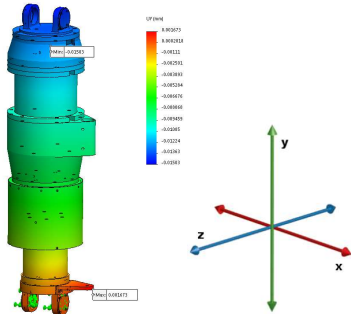
Temp Ref (°C)	16
Temp (°C)	14
ΔT (°C)	2
Desplazamiento entre ejes Uy (mm)	-0.01394
	

Tabla 33 Simulación 1, para longitud de 434.20 mm; Elaboración propia.

Simulación 2

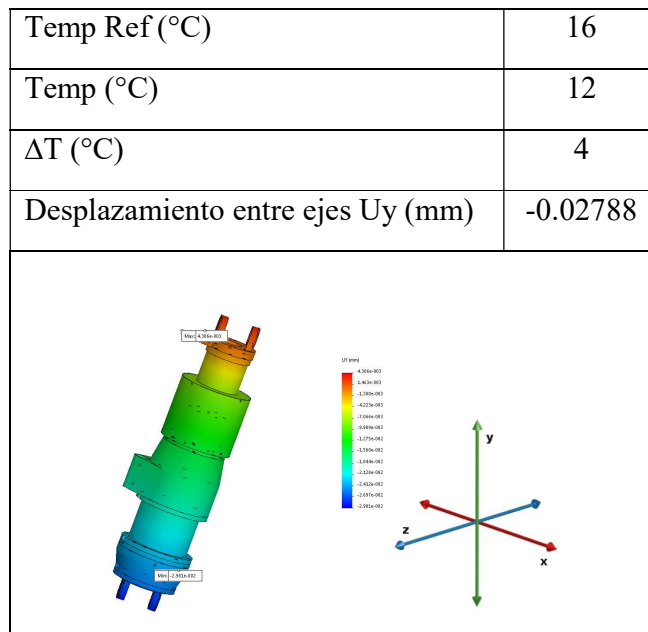


Tabla 34 Simulación 2, para longitud de 434.20 mm; Elaboración propia.

Simulación 3

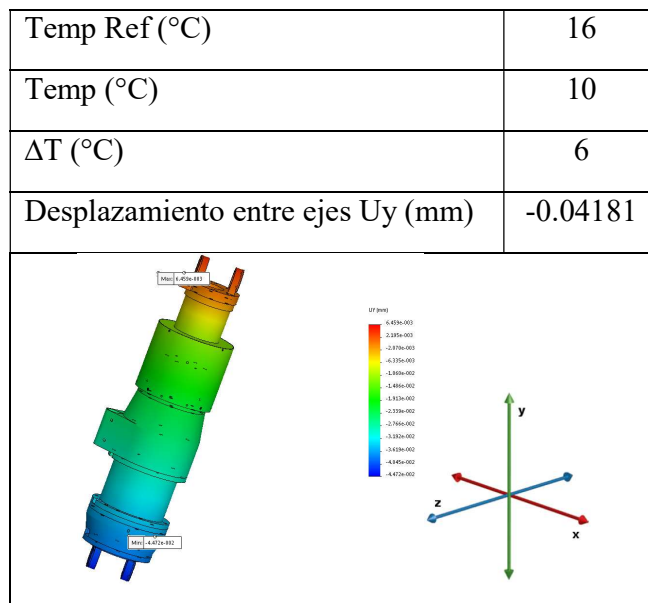


Tabla 35 Simulación 3, para longitud de 434.20 mm; Elaboración propia.

Simulación 4

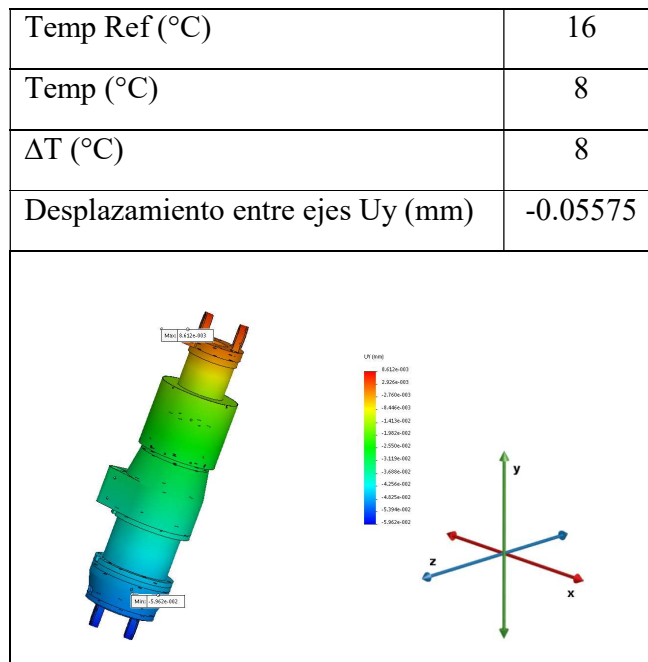


Tabla 36 Simulación 4, para longitud de 434.20 mm; Elaboración propia.

Simulación 5

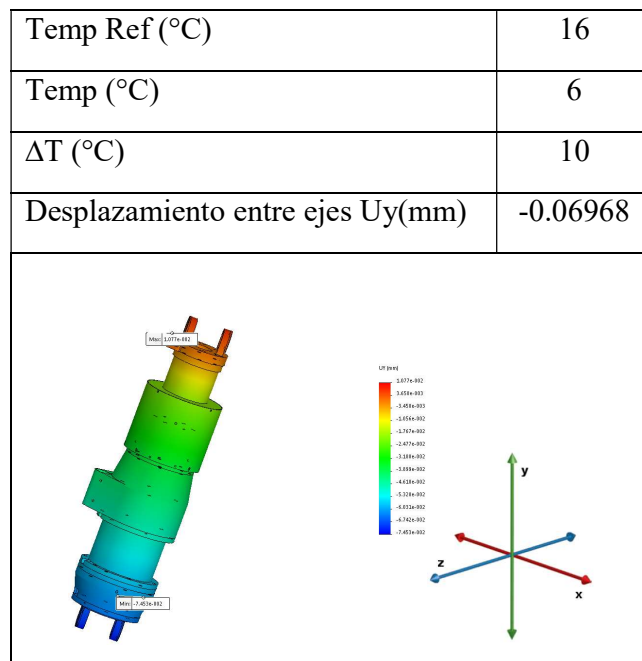


Tabla 37 Simulación 5, para longitud de 434.20 mm; Elaboración propia.

Simulación 6

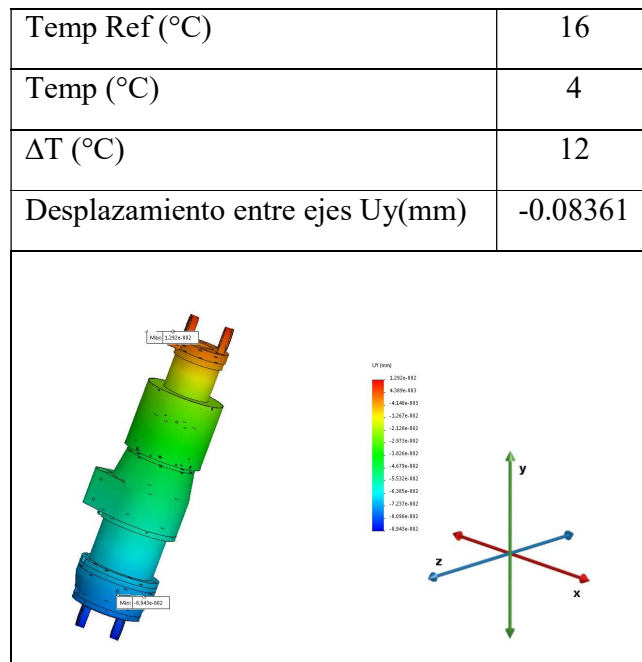


Tabla 38 Simulación 6, para longitud de 434.20 mm; Elaboración propia.

Simulación 7

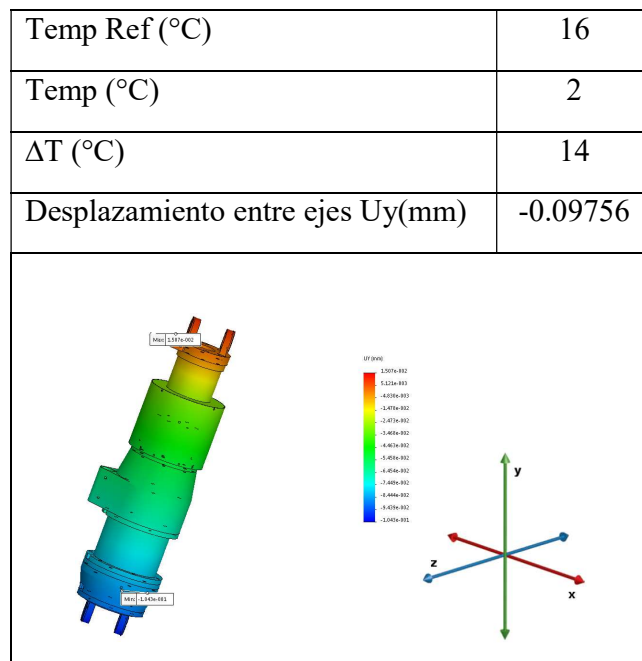


Tabla 39 Simulación 7, para longitud de 434.20 mm; Elaboración propia.

Simulación 8

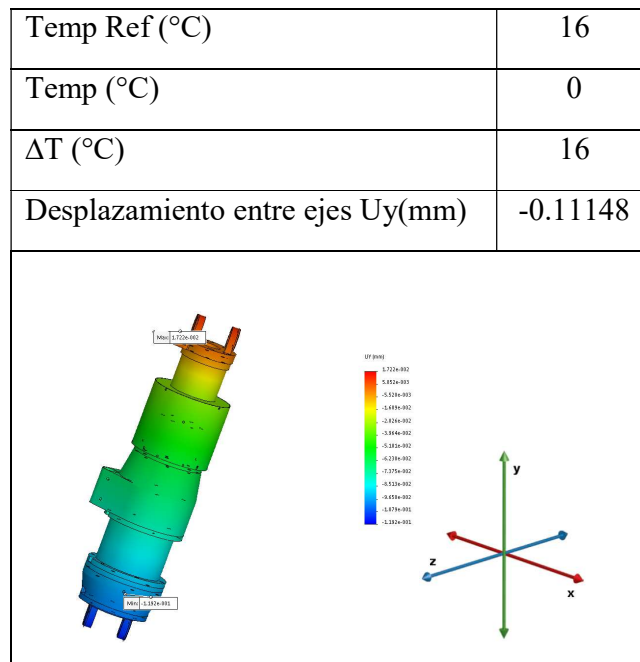


Tabla 40 Simulación 8, para longitud de 434.20 mm; Elaboración propia.

Simulación 9

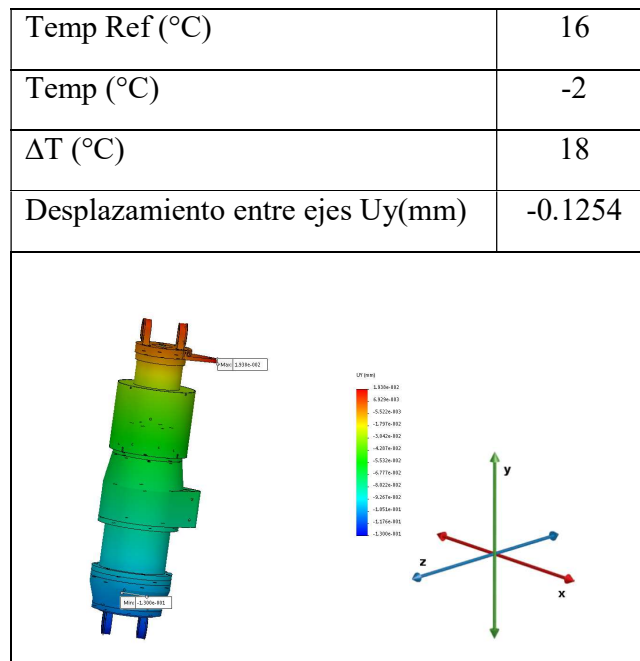


Tabla 41 Simulación 9, para longitud de 434.20 mm; Elaboración propia.

Simulación 10

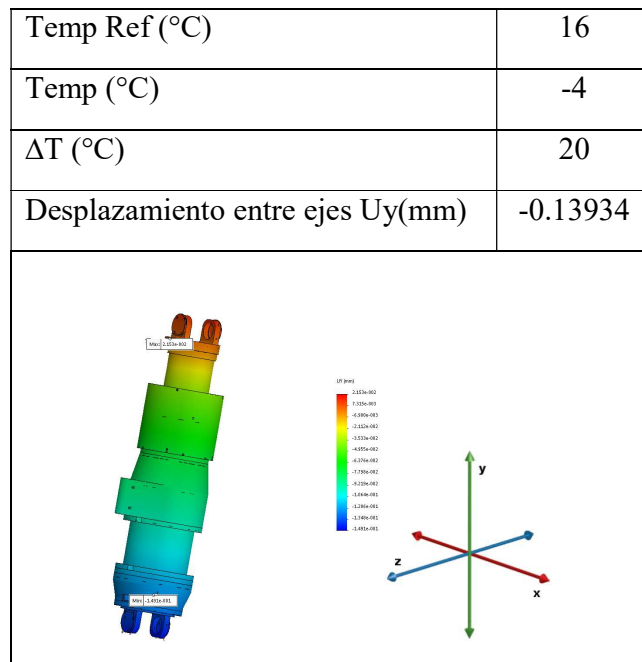


Tabla 42 Simulación 10, para longitud de 434.20 mm; Elaboración propia.

Simulación 11

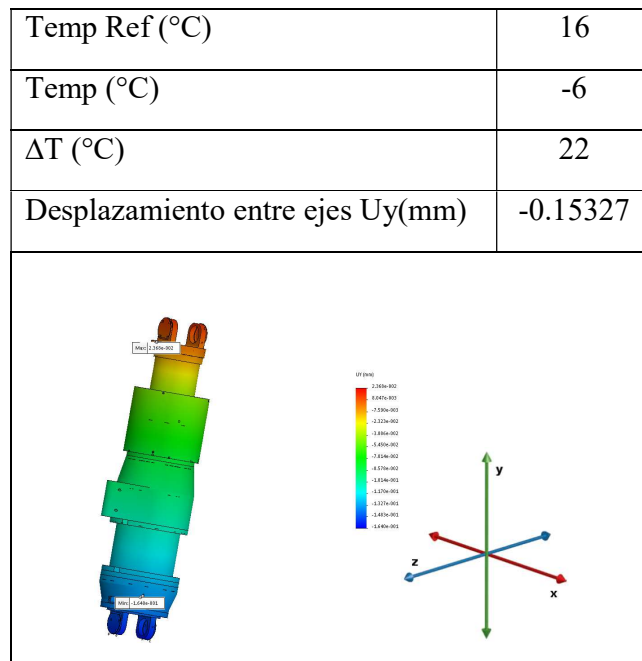


Tabla 43 Simulación 11, para longitud de 434.20 mm; Elaboración propia.

Simulación 12

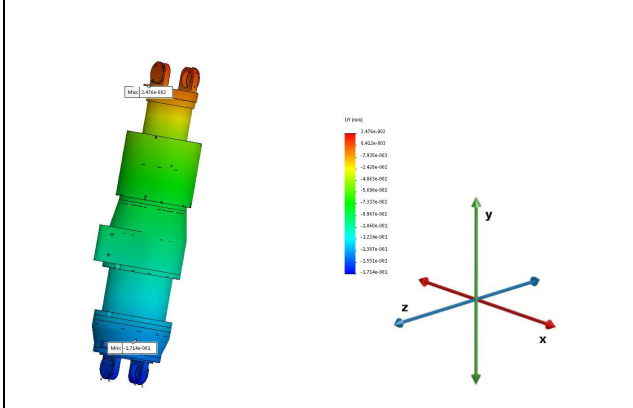
Temp Ref (°C)	16
Temp (°C)	-7
ΔT (°C)	23
Desplazamiento entre ejes Uy(mm)	-0.16053
	

Tabla 44 Simulación 12, para longitud de 434.20 mm; Elaboración propia.

❖ **Gráfica para longitud de 434.20 mm**

Desplazamiento entre ejes Uy (mm)

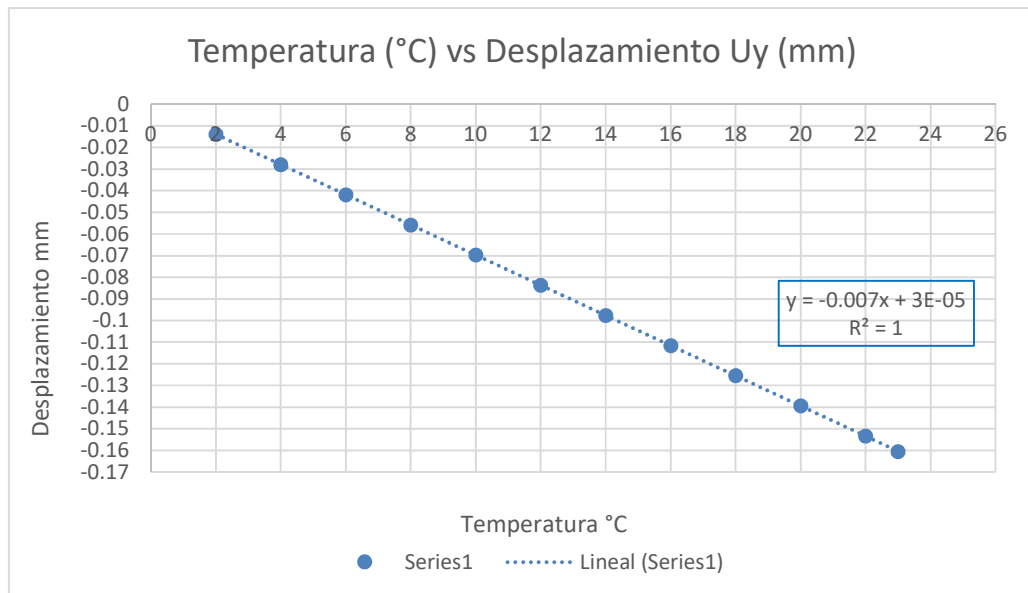


Figura 27 Gráfica Temperatura vs Desplazamiento en longitud de 434.20 mm; Elaboración propia.

○ Prueba 4.0

❖ *Longitud L4 de 421.30 mm*

No.	Temperatura Ref (°C)	Temperatura (°C)	ΔT (°C) (Tf-Ti)	Desplazamiento entre ejes Uy (mm)	Node
1	16	14	2	-0.01333	157727
2	16	12	4	-0.02666	157727
3	16	10	6	-0.03998	157727
4	16	8	8	-0.05331	157727
5	16	6	10	-0.06663	157727
6	16	4	12	-0.07995	157727
7	16	2	14	-0.09328	157727
8	16	0	16	-0.10664	157727
9	16	-2	18	-0.11994	157727
10	16	-4	20	-0.13327	157727
11	16	-6	22	-0.14659	157727
12	16	-7	23	-0.15326	157727

Tabla 45 Descripción de parámetros para longitud de 421.30 mm, ΔT vs desplazamiento; Elaboración propia.

❖ *Simulación para longitud de 421.30 mm*

Simulación 1

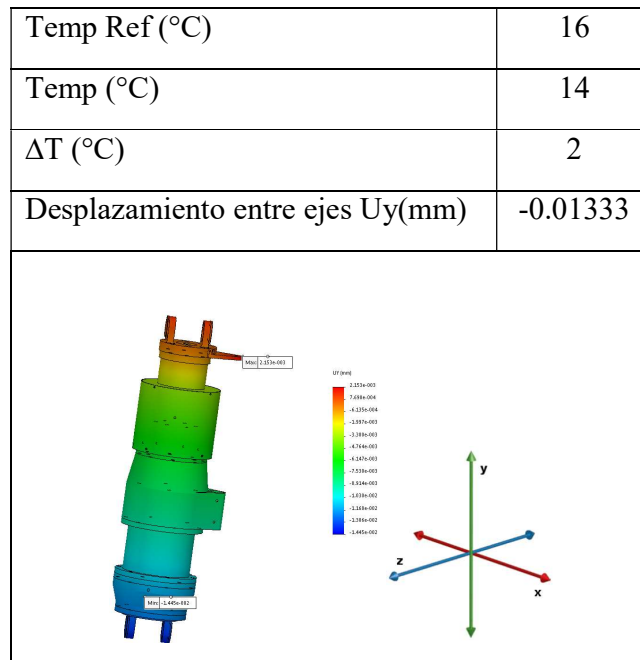


Tabla 46 Simulación 1, para longitud de 421.30 mm; Elaboración propia.

Simulación 2

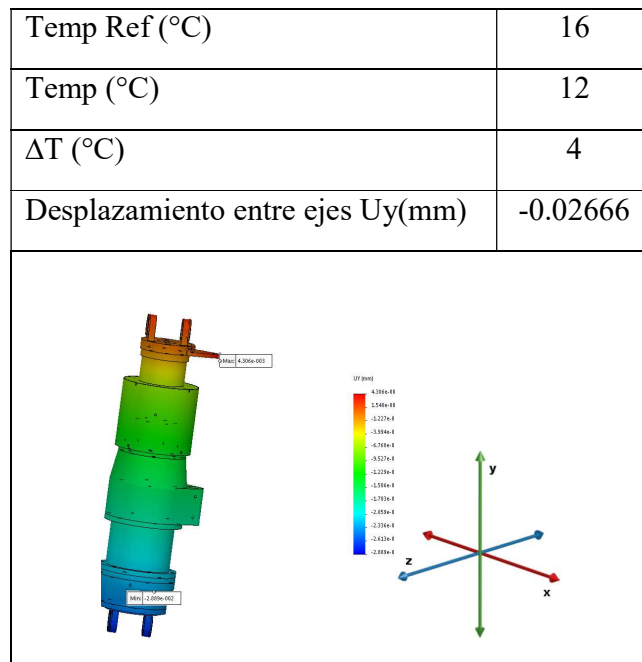


Tabla 47 Simulación 2, para longitud de 421.30 mm; Elaboración propia.

Simulación 3

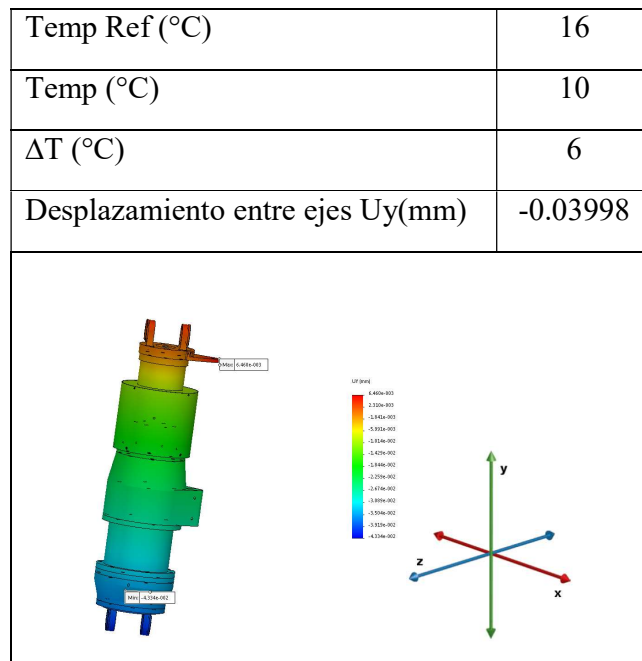


Tabla 48 Simulación 3, para longitud de 421.30 mm; Elaboración propia.

Simulación 4

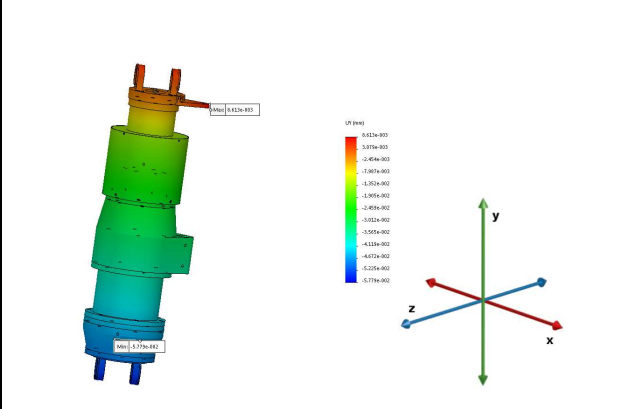
Temp Ref (°C)	16
Temp (°C)	8
ΔT (°C)	8
Desplazamiento entre ejes Uy(mm)	-0.05331
	

Tabla 49 Simulación 4, para longitud de 421.30 mm; Elaboración propia.

Simulación 5

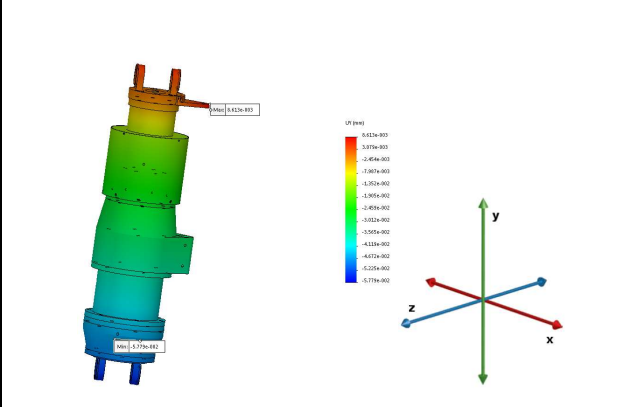
Temp Ref (°C)	16
Temp (°C)	6
ΔT (°C)	10
Desplazamiento entre ejes Uy(mm)	-0.06663
	

Tabla 50 Simulación 5, para longitud de 421.30 mm; Elaboración propia.

Simulación 6

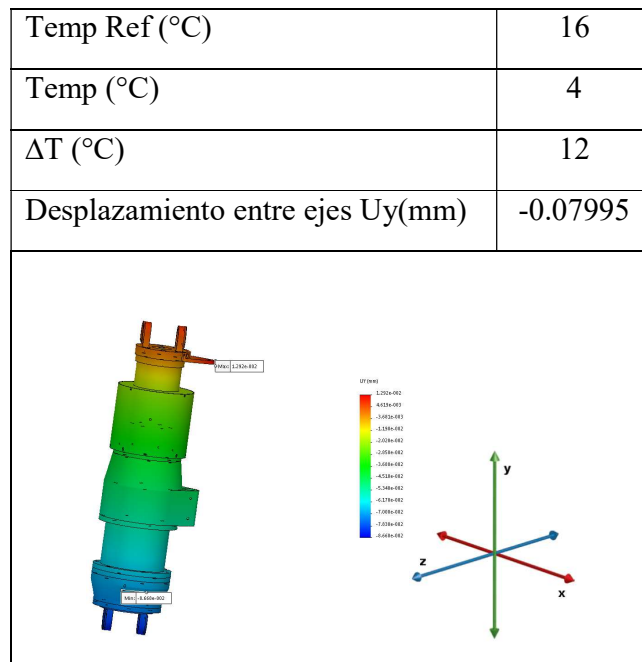


Tabla 51 Simulación 6, para longitud de 421.30 mm; Elaboración propia.

Simulación 7

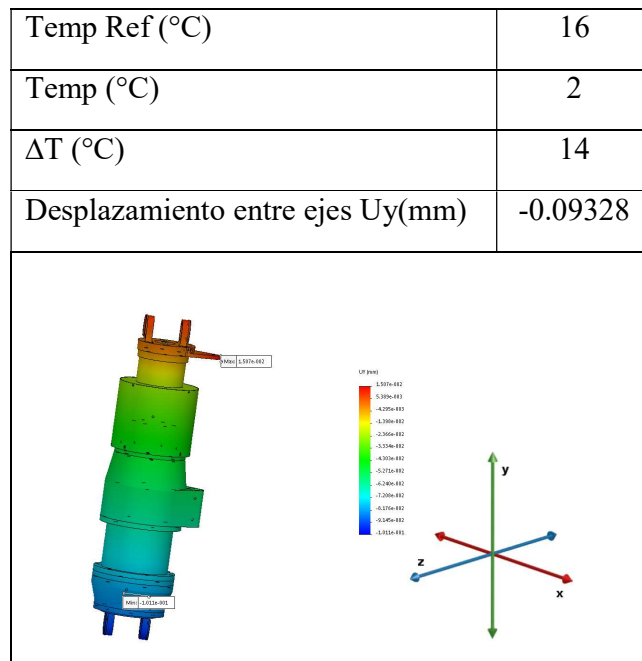


Tabla 52 Simulación 7, para longitud de 421.30 mm; Elaboración propia.

Simulación 8

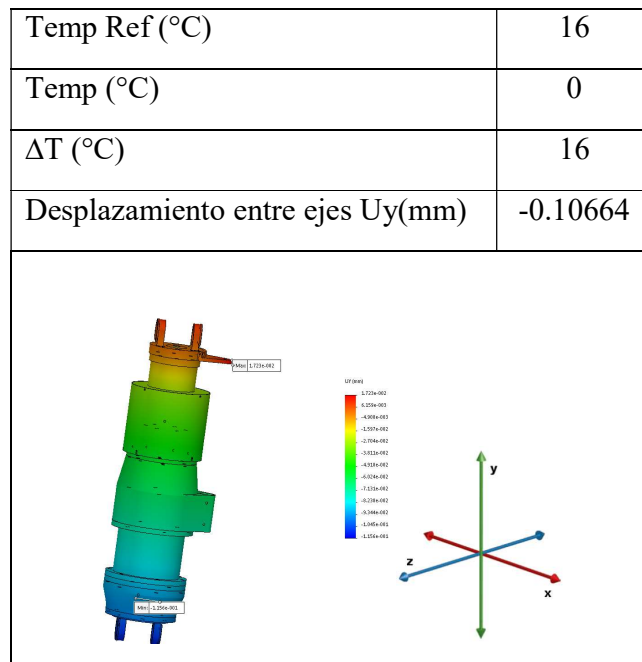


Tabla 53 Simulación 8, para longitud de 421.30 mm; Elaboración propia.

Simulación 9

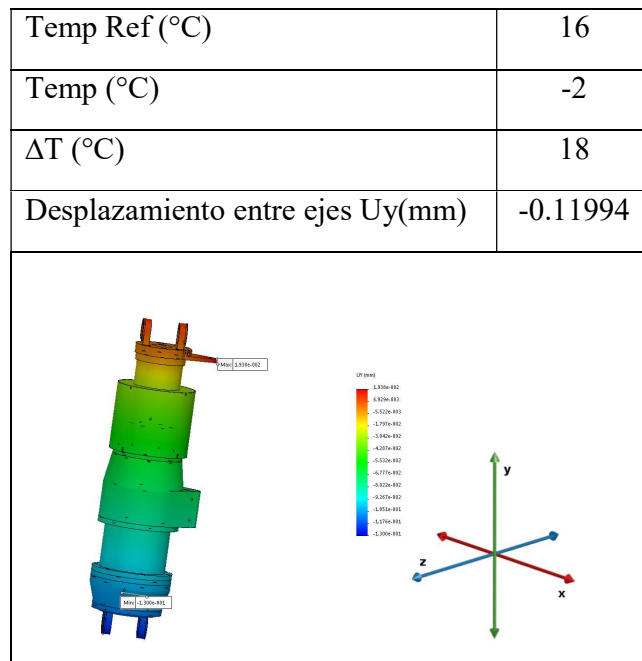


Tabla 54 Simulación 9, para longitud de 421.30 mm; Elaboración propia.

Simulación 10

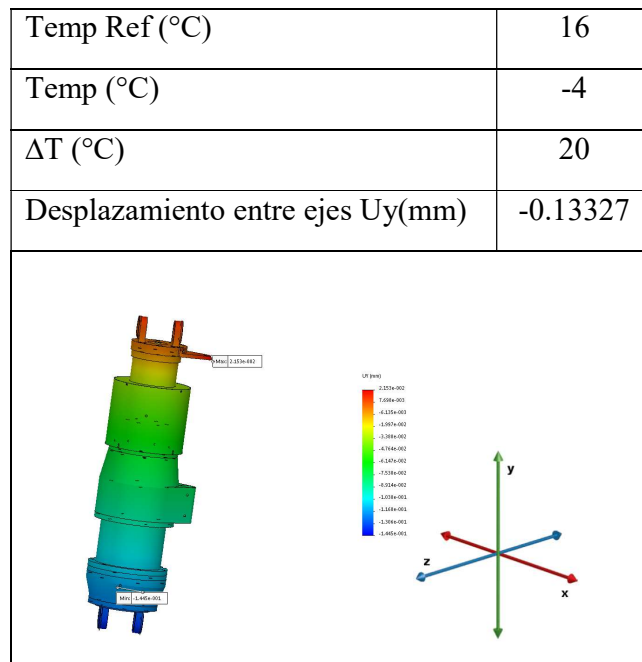


Tabla 55 Simulación 10, para longitud de 421.30 mm; Elaboración propia.

Simulación 11

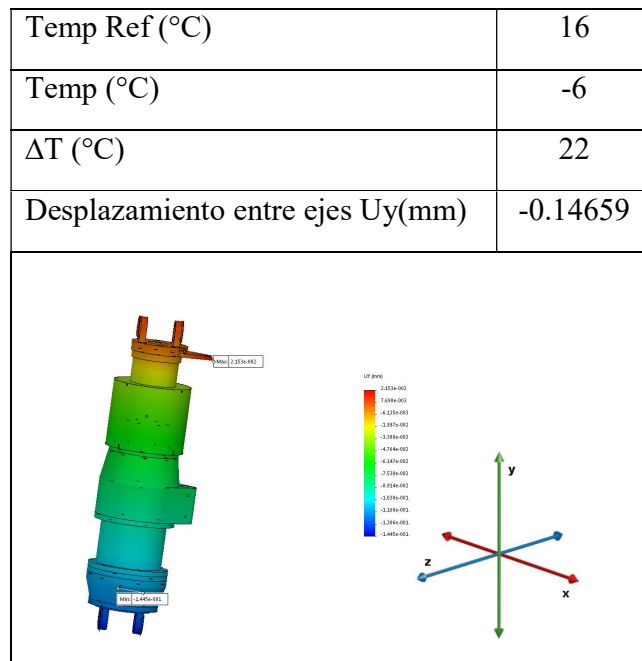


Tabla 56 Simulación 11, para longitud de 421.30 mm; Elaboración propia.

Simulación 12

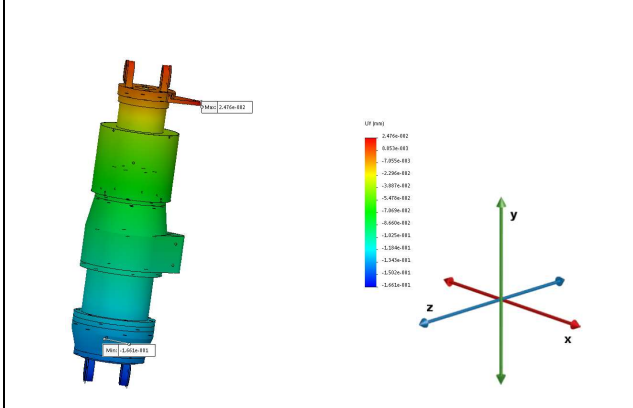
Temp Ref (°C)	16
Temp (°C)	-7
ΔT (°C)	23
Desplazamiento entre ejes Uy(mm)	-0.15326
	

Tabla 57 Simulación 12, para longitud de 421.30 mm; Elaboración propia.

❖ **Gráfica para longitud de 421.30 mm**

Desplazamiento entre ejes Uy (mm)

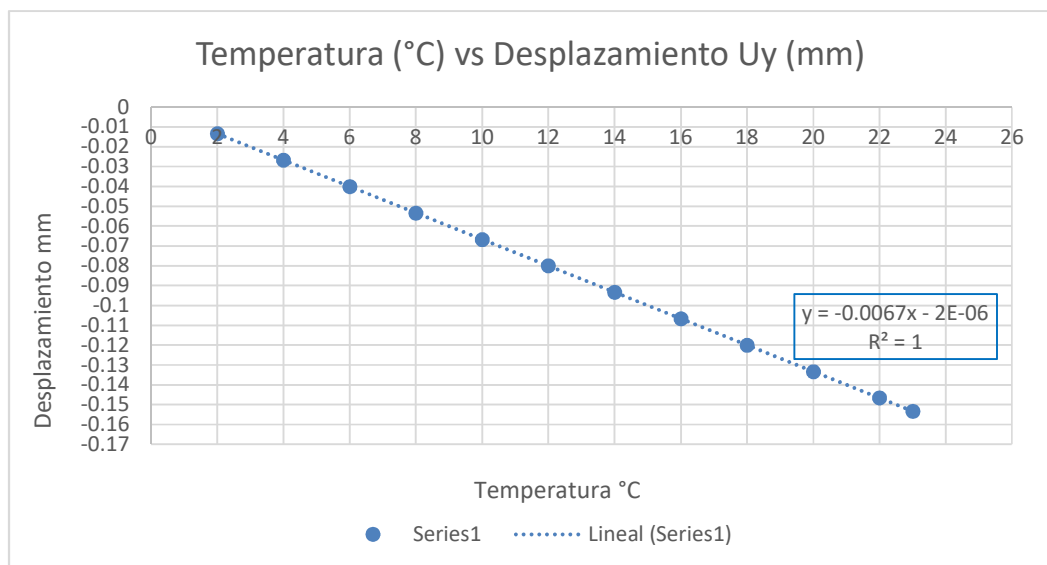


Figura 28 Gráfica Temperatura vs Desplazamiento en longitud de 421.30 mm; Elaboración propia.

- Compilación de resultados – Simulaciones de actuador

Tabla de resultados

No	Temp Ref (°C)	Temp (°C)	ΔT (°C) (Tf-Ti)	Desplazamiento entre ejes Uy (mm)			
				Longitud 460.00 mm	Longitud 447.10 mm	Longitud 434.20 mm	Longitud 421.30 mm
1	16	14	2	-0.01515183	-0.01450802	-0.01394	-0.01333
2	16	12	4	-0.0303037	-0.02901431	-0.02788	-0.02666
3	16	10	6	-0.04544824	-0.04351506	-0.04181	-0.03998
4	16	8	8	-0.0606073	-0.05803208	-0.05575	-0.05331
5	16	6	10	-0.07575908	-0.07252509	-0.06968	-0.06663
6	16	4	12	-0.09091107	-0.08703012	-0.08361	-0.07995
7	16	2	14	-0.10606281	-0.10153413	-0.09756	-0.09328
8	16	0	16	-0.1212148	-0.11604613	-0.11148	-0.10664
9	16	-2	18	-0.13636651	-0.13054388	-0.1254	-0.11994
10	16	-4	20	-0.15151848	-0.14505019	-0.13934	-0.13327
11	16	-6	22	-0.16665335	-0.1595878	-0.15327	-0.14659
12	16	-7	23	-0.17421837	-0.16684199	-0.16053	-0.15326

Tabla 58 Resumen de desplazamientos para diversas longitudes ΔT vs desplazamiento; Elaboración propia.

Gráfica de resultados comparativos

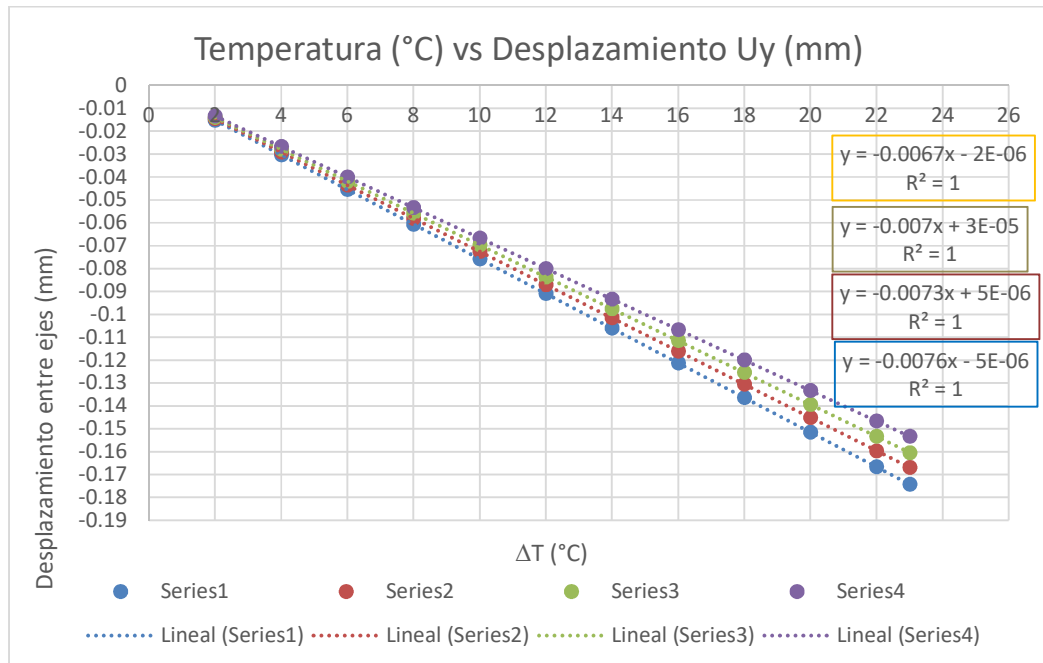


Figura 29 Gráfica Temperatura vs Desplazamiento en longitud de 434.20 mm; Elaboración propia.

• **Determinación de error de desplazamiento**

Obtenido el desplazamiento en las diversas longitudes propuestas con las variantes de temperatura, se generan interpolaciones con los datos obtenidos, es decir, podemos generar valores a partir del valor ΔT requerido, y se podrá predecir el desplazamiento en las 4 diferentes longitudes. De Igual manera podemos introducir otro parámetro en este caso longitud para predecir desplazamiento el cual deberá ser compensado.

No.	Temperatura Ref (°C)	Temperatura (°C)	Delta T (°C) Tf-Ti	Long 460.00	Long 447.10	Long 434.20	Long 421.30
				mm	mm	mm	mm
				Desplazamiento entre ejes (mm)	Desplazamiento entre ejes (mm)	Desplazamiento entre ejes (mm)	Desplazamiento entre ejes (mm)
1	16	14	2	-0.01515183	-0.01450802	-0.01394	-0.01333
2	16	12	4	-0.0303037	-0.02901431	-0.02788	-0.02666
3	16	10	6	-0.04544824	-0.04351506	-0.04181	-0.03998
4	16	8	8	-0.0606073	-0.05803208	-0.05575	-0.05331
5	16	6	10	-0.07575908	-0.07252509	-0.06968	-0.06663
6	16	4	12	-0.09091107	-0.08703012	-0.08361	-0.07995
7	16	2	14	-0.10606281	-0.101534127	-0.09756	-0.09328
8	16	0	16	-0.1212148	-0.11604613	-0.11148	-0.10664
9	16	-2	18	-0.13636651	-0.13054388	-0.1254	-0.11994
10	16	-4	20	-0.15151848	-0.14505019	-0.13934	-0.13327
11	16	-6	22	-0.16665335	-0.1595878	-0.15327	-0.14659
12	16	-7	23	-0.17421837	-0.16684199	-0.16053	-0.15326

Introducción de diversos Parámetros propuestos

→ 13 **-0.098484471** **-0.094288192** **-0.090577273** **-0.086625136**

Longitud (mm)	Desplazamiento entre ejes (mm)
460	-0.098484471
447.1	-0.094288192
434.2	-0.090577273
421.3	-0.086625136

Introducción de diversos Parámetros propuestos

→ 463.2979 **-0.099391532**

Tabla 59 Tabla de interpolación ΔT vs desplazamientos

• **Propuestas de Métodos para la adecuada compensación térmica**

Se analizaron dos diferentes métodos por llegar al mismo valor de compensación, partiendo del mismo punto deseado; Respecto al método 1, se parte de punto origen al punto deseado y al punto deseado se le incluirá la compensación térmica correspondiente, por lo cual se considerara el nuevo punto origen y regresara al punto deseado ya compensando.

En lo concerniente al método 2, se parte de punto origen al punto antes del deseado, se incluye la compensación, de esta manera nos aproximaremos al punto deseado.

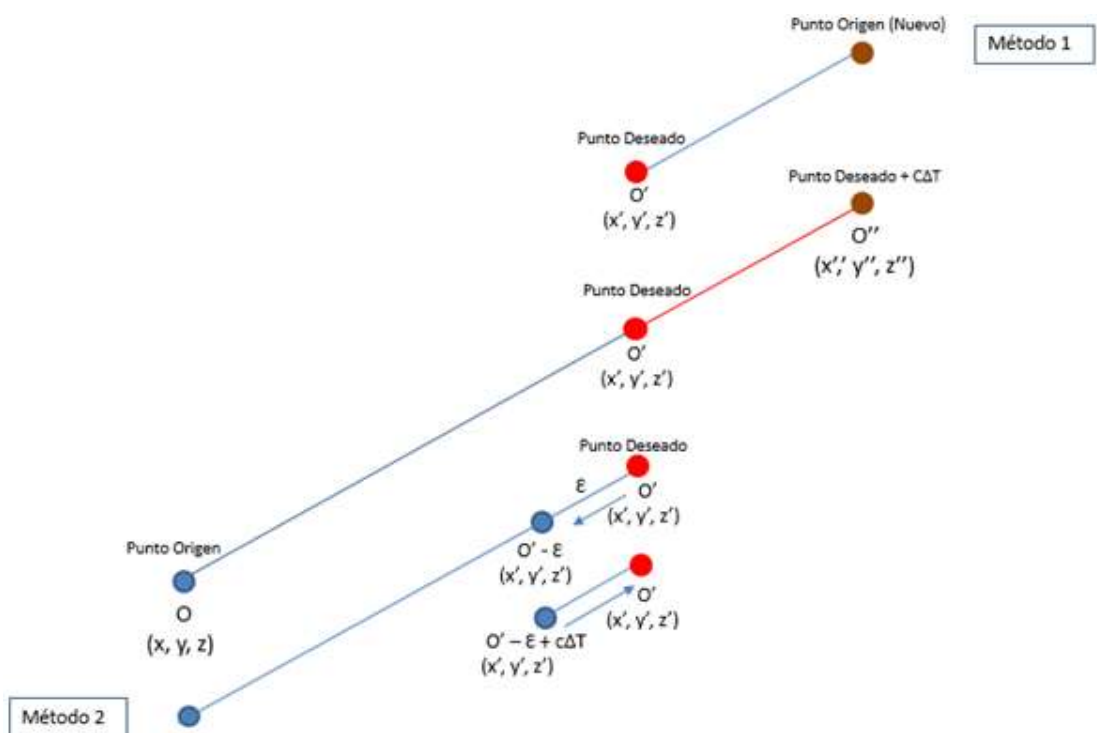


Figura 30 Esquema representativo respecto del método 1 y método 2; Elaboración propia.

CAPITULO 4. RESULTADOS

Se presentan a continuación los resultados producto de la metodología descrita en el capítulo anterior, que incluyen los desplazamiento debido a factores de temperatura y diversas distancias propuestas, se listan a continuación el siguiente resumen de iteraciones, que tienen gran importancia para la posición y orientación que requieren ser compensados debido al gradiente térmico en la plataforma GS.

Se incluyen a continuación los resultados resumidos de las dos iteraciones

Coordenadas de articulaciones móviles en posición final					
Primera Iteración			Segunda Iteración		
X	Y	Z	X	Y	Z
39.9365	-400.1316	405.3500	24.9122	-400.6562	405.3500
363.2994	-388.8395	-155.0700	348.0781	-389.3710	-155.0700
308.3629	-390.7579	-250.2800	293.1751	-391.2883	-250.2800
-338.3629	-413.3421	-250.2800	-353.1568	-413.8587	-250.2800
-393.2994	-415.2605	-155.0700	-408.0598	-415.7760	-155.0700
-69.9365	-403.9684	405.3500	-84.8939	-404.4907	405.3500

Tabla 60 Coordenadas de articulaciones móviles en posición final; Elaboración propia.

Longitud total de los actuadores en posición final	
Primera Iteración	Segunda Iteración
474.2638	482.4073
458.6039	460.8873
452.8152	447.6284
484.3570	491.2367
479.1622	479.2891
463.2979	457.2477

Tabla 61. Longitud de los actuadores en posición final; Elaboración propia.

Desplazamiento lineal en los actuadores	
Primera Iteración	Segunda Iteración
14.2638	8.1435
-1.3961	2.2834
-7.1848	-5.1868
24.3570	6.8797
19.1622	0.1269
3.2979	-6.0502

Tabla 62 Desplazamiento lineal en actuadores

Carrera máxima y mínima lineal en los actuadores y su posición nominal					
Primera Iteración			Segunda Iteración		
Dmax	Dmin	Carrera total	Dmax	Dmin	Carrera total
24.3570	-7.1848	31.5418	8.1435	-6.0502	14.1937

Tabla 63 Carrera máxima y mínima lineal en actuadores

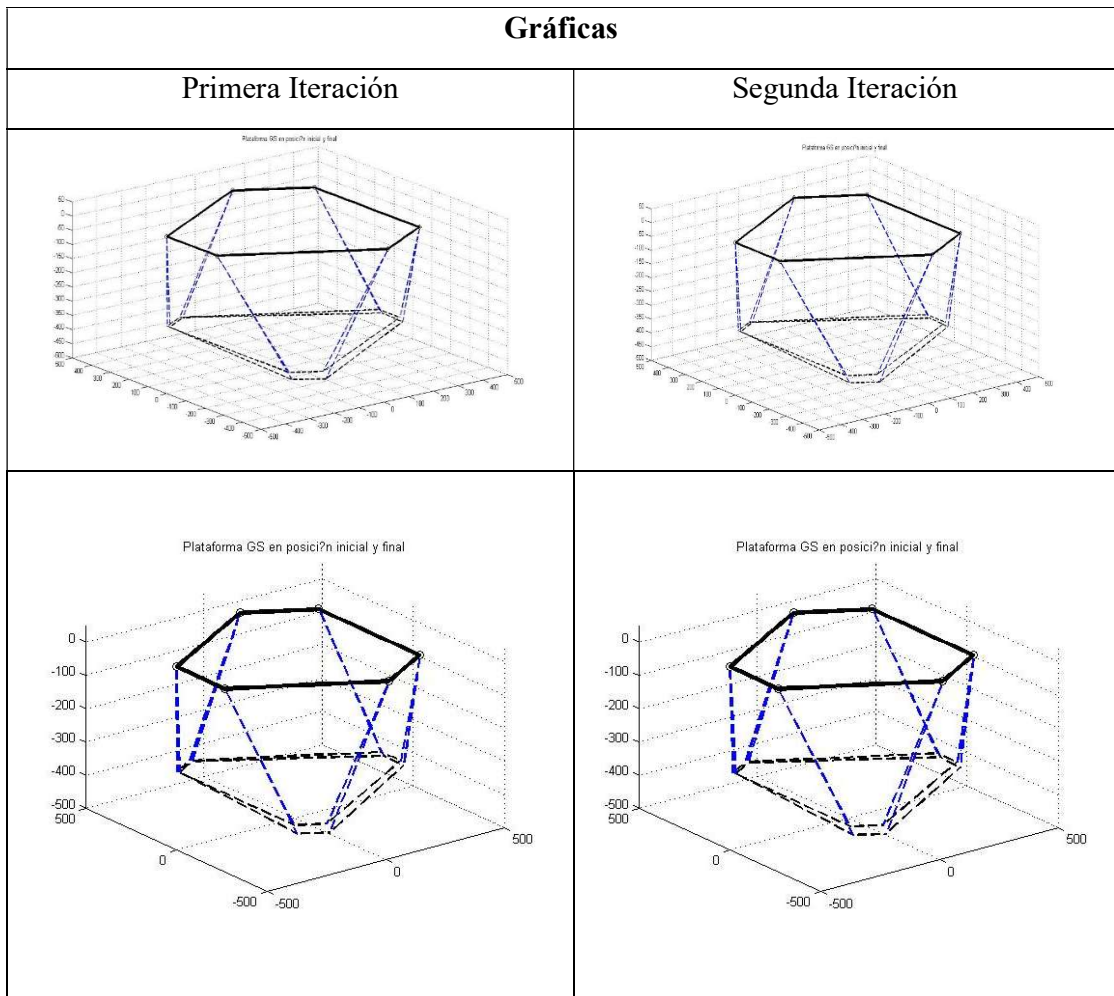


Tabla 64 Gráficas de las dos iteraciones corridas e impresas en programa; Elaboración propia.

- Determinación de desplazamiento por diferencia de temperatura en longitud $L''=L'+\Delta T$

Variable	Longitud del actuador en posición final (L')
$L1'$	474.2638
$L2'$	458.6039
$L3'$	452.8152
$L4'$	484.3570
$L5'$	479.1622
$L6'$	463.2979

Tabla 65 Longitud del actuador en posición final (L').

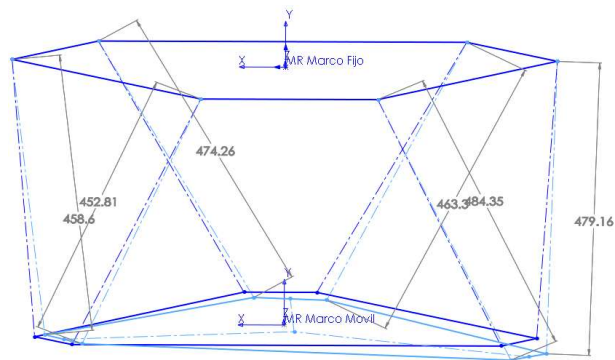


Figura 31 Esqueleto hexápodo con longitud L' ; Elaboración propia.

Longitud del actuador en posición final (L')		ΔT (°C) $ T_f - T_i $ ($\Delta 13^\circ\text{C}$)		$L'' = L' + c\Delta T$
474.2638	+	0.10273	=	474.36653
458.6039	+	0.09796	=	458.70186
452.8152	+	0.09619	=	452.91139
484.3570	+	0.10580	=	484.4628
479.1622	+	0.10422	=	479.26642
463.2979	+	0.09939	=	463.39729

Suponiendo ΔT (13 °C)

Tabla 66 Longitud final L'' .

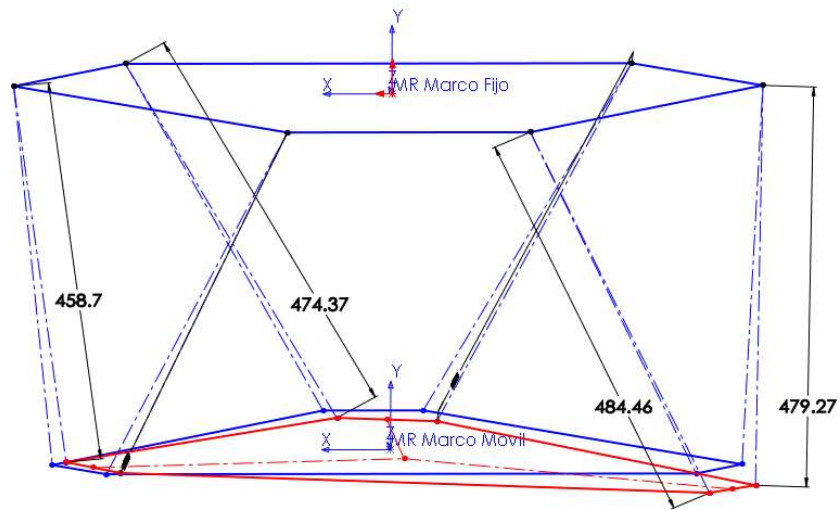


Figura 32 Esqueleto hexápodo con $c\Delta T$ en actuador; Elaboración propia.

- **Determinación de desplazamiento por diferencial de temperatura**
 $L''=L'+\Delta T$ en posición x, y, z.

VARIABLES	X'	Y'	Z'
B1'	39.9365	-400.1316	405.3500
B2'	363.2994	-388.8395	-155.0700
B3'	308.3629	-390.7579	-250.2800
B4'	-338.3629	-413.3421	-250.2800
B5'	-393.2994	-415.2605	-155.0700
B6'	-69.9365	-403.9684	405.3500

Tabla 67 Posición (X', Y' Z').

VARIABLES	X''	Y''	Z''
B1''	39.88168378	-400.21422172	405.37295655
B2''	363.28866576	-388.91894633	-155.12531056
B3''	308.4039496	-390.83905259	-250.24698111
B4''	-338.4115	-413.43032774	-250.24628129
B5''	-393.29509597	-415.34741329	-155.12631634
B6''	-69.88845489	-404.05128852	405.37286168

Tabla 68 Posiciones (X'', Y'', Z'').

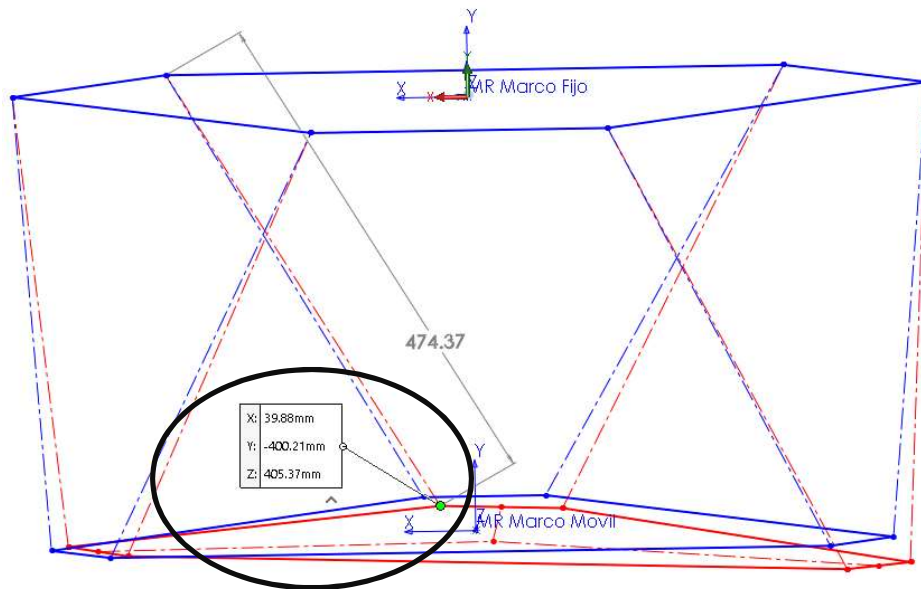


Figura 33 Esqueleto hexápodo con $L' + c\Delta T$ en posición $x1''$, $y1''$, $z1''$; Elaboración propia.

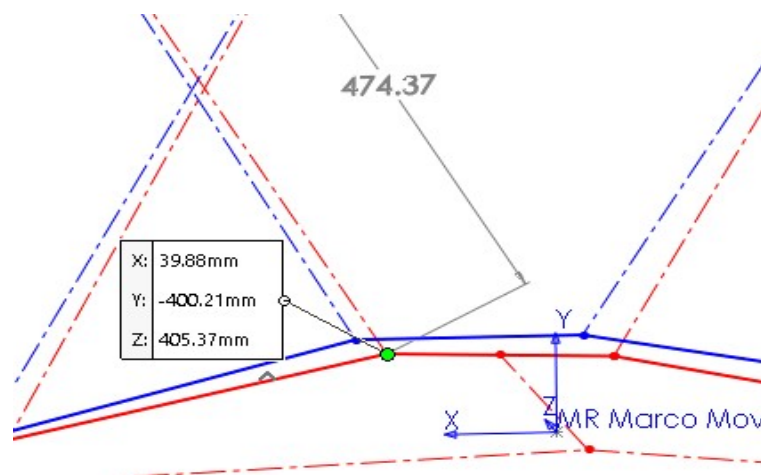


Figura 34 Posición $x1''$, $y1''$, $z1''$ correspondiente al punto $B1''$; Elaboración propia.

Partiendo de las coordenadas $L'' = L' + c\Delta T$ (que ahora serán el origen), procedemos a introducir las coordenadas bi-primas, se corre el programa en Software Matlab, en espera de resultados.

VARIABLES	X	Y	Z
$L1''=L1'+\Delta T$	474.36653	0.0000	0.0000
$L2''=L2'+\Delta T$	458.70186	0.0000	0.0000
$L3''=L3'+\Delta T$	452.91139	0.0000	0.0000
$L4''=L4'+\Delta T$	484.4628	0.0000	0.0000
$L5''=L5'+\Delta T$	479.26642	0.0000	0.0000
$L6''=L6'+\Delta T$	463.39729	0.0000	0.0000
A1	277.7100	0.0000	314.3300
A2	411.0700	0.0000	83.3400
A3	133.3600	0.0000	-397.6700
A4	-133.3600	0.0000	-397.6700
A5	-411.0700	0.0000	83.3400
A6	-277.7100	0.0000	314.3300
B1''	39.8817	0.0000	405.3729566
B2''	363.2886658	0.0000	-155.1253106
B3''	308.4039496	0.0000	-250.2469811
B4''	-338.4115	0.0000	-250.2462813
B5''	-393.295096	0.0000	-155.1263163
B6''	-69.88845489	0.0000	405.3728617
dcm	0.0000	0.0000	0.0000
h	0.0000	-402.1300	0.0000

Tabla 69 Tabla de coordenadas de hexápodo con origen bi-prima (origen); Elaboración propia.

Se presentan los resultados de la segunda iteración de programación en Software Matlab. Se determinan el nuevo desplazamiento L'

Variable	Longitud del actuador en posición final
$L1'$	474.8197
$L2'$	459.1757
$L3'$	453.2948
$L4'$	484.8113
$L5'$	479.7153
$L6'$	463.8668

Tabla 70 Longitud del actuador en posición final (Segunda iteración); Elaboración propia.

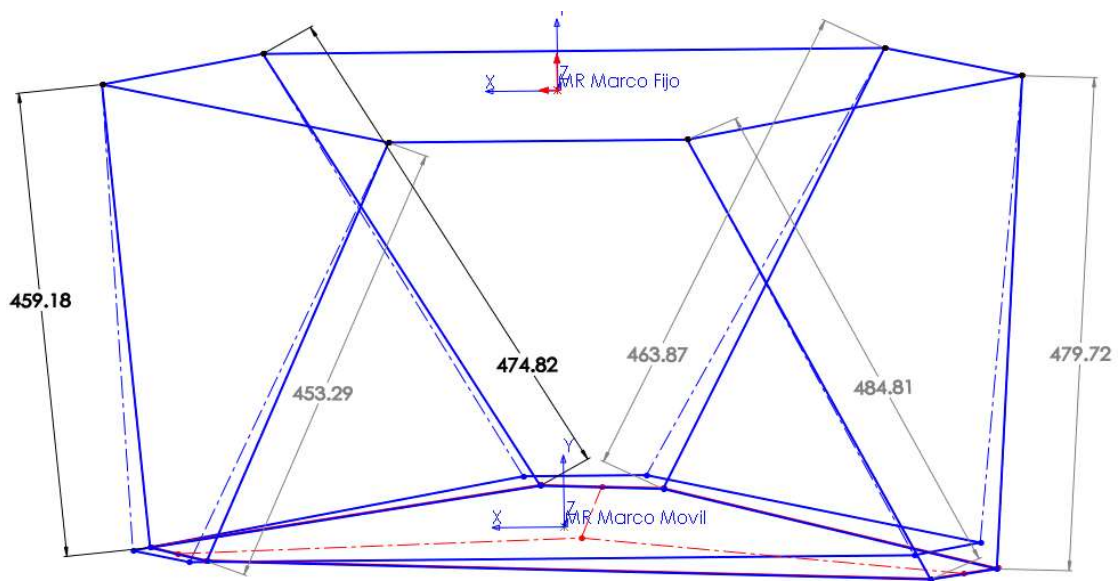


Figura 35 Esqueleto hexápodo con longitudes L' (Segunda Iteración); Elaboración propia.

Determinación de posición (Nuevo X'' , Y'' , Z'')

VARIABLES	X'	Y'	Z'
$B1'$	39.8574	-400.7381	405.3730
$B2'$	363.0674	-389.4514	-155.1253
$B3'$	308.2161	-391.3669	-250.2470
$B4'$	-338.2053	-413.9404	-250.2463
$B5'$	-393.0555	-415.8558	-155.1263
$B6'$	-69.8459	-404.5691	405.3729

Tabla 71 Posiciones X' , Y' , Z' .

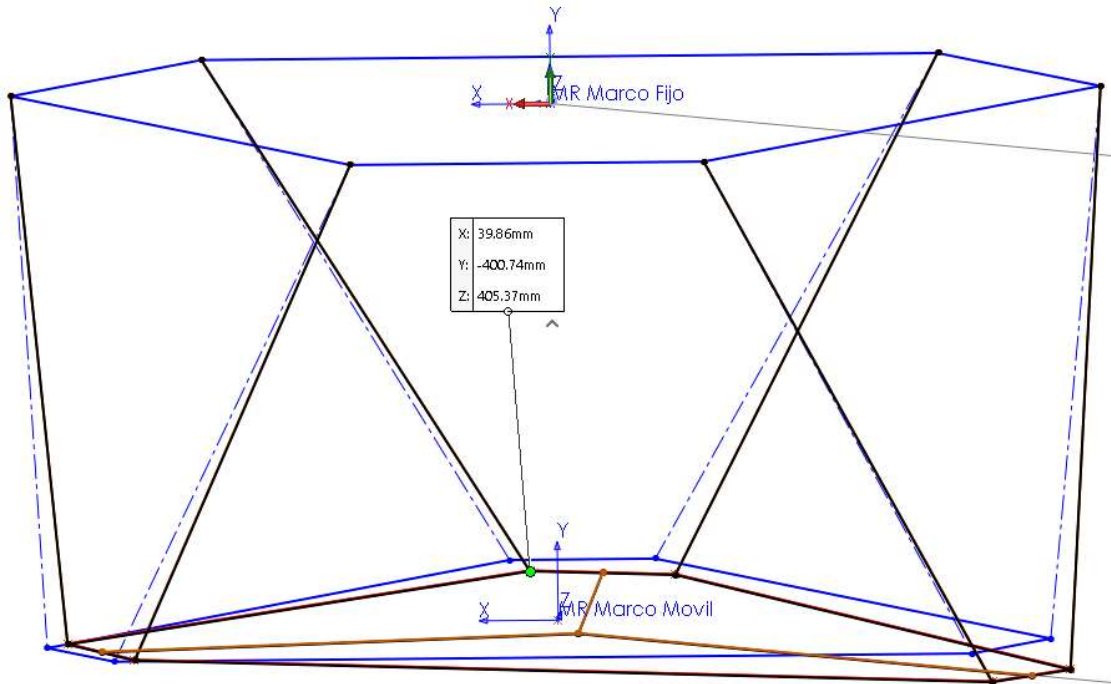


Figura 36 Esqueleto hexápodo con posición $x1'$, $y1'$, $z1'$; Elaboración propia.

• Primera comprobación de error

Longitud del actuador en posición final (L')	ΔT (°C)	$ T_f - T_i $ ($\Delta 13^\circ\text{C}$)	$L'' = L' + c\Delta T$
474.2638	+	0.10273	= 474.36653
458.8039	+	0.09796	= 458.70186
452.8152	+	0.09619	= 452.91139
484.3570	+	0.10580	= 484.4628
479.1622	+	0.10422	= 479.26642
463.2979	+	0.09939	= 463.39729

Tabla de desplazamiento (Longitud) incluyendo el factor temperatura
Fuente: Elaboración propia

Variable	Longitud del actuador en posición final en nuevo origen.
L1'	474.8197
L2'	459.1757
L3'	453.2948
L4'	484.8113
L5'	479.7153
L6'	463.8668

Tabla de desplazamiento (Longitud) en nuevo origen
Fuente: Elaboración propia

Por tanto;
 $(474.2638/474.8197)*100$

Longitud	% que llegue a la posición deseada respecto de un 100%
1	99.88292398
2	99.8754725
3	99.89419689
4	99.90629344
5	99.88470245
6	99.87735703

Cuantificación del error en %
0.117076019
0.124527496
0.105803111
0.093706562
0.115297553
0.122842966

Tabla 72 Cuantificación de error en longitud del actuador, primer método; Elaboración propia.

VARIABLES	X''	Y''	Z''
B1''	39.88168378	-400.21422172	405.37295655
B2''	363.28866576	-388.91894633	-155.12531056
B3''	308.4039496	-390.83905259	-250.24698111
B4''	-338.4115	-413.43032774	-250.24628129
B5''	-393.29509597	-415.34741329	-155.12631634
B6''	-69.88845489	-404.05128852	405.37286168

Tabla de desplazamiento (Posición) incluyendo el factor temperatura
Fuente: Elaboración propia

VARIABLES	X'	Y'	Z'
B1'	39.8574	-400.7381	405.3730
B2'	363.0674	-389.4514	-155.1253
B3'	308.2161	-391.3669	-250.2470
B4'	-338.2053	-413.9404	-250.2463
B5'	-393.0555	-415.8558	-155.1263
B6'	-69.8459	-404.5691	405.3729

Tabla de desplazamiento (Posición) en nuevo origen
Fuente: Elaboración propia

Por tanto;
(39.8816/39.8574)*100

% que llegue a la posición deseada respecto de un 100%				
Posición	X	Y	Z	
1	100.0609267	99.86927166	99.99998928	
2	100.0609434	99.8632811	100.0000068	
3	100.0609474	99.86512722	99.99999245	
4	100.0609689	99.8767764	99.99999252	
5	100.0609573	99.87774928	100.0000105	
6	100.0609268	99.87200914	99.99999055	

Cuantificación del error en %				
Posición	X	Y	Z	
1	-0.060926654	0.130728344	0.0000107	
2	-0.060943439	0.1367189	-0.0000068	
3	-0.060947368	0.134872778	0.0000075	
4	-0.060968885	0.123223599	0.0000075	
5	-0.060957287	0.12225072	-0.0000105	
6	-0.060926826	0.127990862	0.0000095	

Tabla 73 Cuantificación de error en posición, primer método; Elaboración propia.

$$\begin{matrix} X'' - X' = EX \\ Y'' - Y' = EY \\ Z'' - Z' = EZ \end{matrix}$$

VARIABLES	X''	Y''	Z''
B1''	39.8816838	-400.214222	405.372957
B2''	363.288666	-388.918946	-155.125311
B3''	308.40395	-390.839053	-250.246981
B4''	-338.4115	-413.430328	-250.246281
B5''	-393.295096	-415.347413	-155.126316
B6''	-69.8884549	-404.051289	405.372862

VARIABLES	X'	Y'	Z'
B1'	39.9365	-400.1316	405.35
B2'	363.2994	-388.8395	-155.07
B3'	308.3629	-390.7579	-250.28
B4'	-338.3629	-413.3421	-250.28
B5'	-393.2994	-415.2605	-155.07
B6'	-69.9365	-403.9684	405.35

NODO	ErrorX	ErrorY	ErrorZ
1	-0.05481622	-0.08262172	0.02295655
2	-0.01073424	-0.07944633	-0.05531056
3	0.0410496	-0.08115259	0.03301889
4	-0.0486	-0.08822774	0.03371871
5	0.00430403	-0.08691329	-0.05631634
6	0.04804511	-0.08288852	0.02286168

Tabla 74 Cuantificación de error en posición; Elaboración propia.

VARIABLES	X'	Y'	Z'
B1'	39.9365	-400.1316	405.3500
B2'	363.2994	-388.8395	-155.0700
B3'	308.3629	-390.7579	-250.2800
B4'	-338.3629	-413.3421	-250.2800
B5'	-393.2994	-415.2605	-155.0700
B6'	-69.9365	-403.9684	405.3500

NODO	ErrorX	ErrorY	ErrorZ
1	-0.05481622	-0.08262172	0.02295655
2	-0.01073424	-0.07944633	-0.05531056
3	0.0410496	-0.08115259	0.03301889
4	-0.0486	-0.08822774	0.03371871
5	0.00430403	-0.08691329	-0.05631634
6	0.04804511	-0.08288852	0.02286168

	X	Y	Z
1	39.9913162	-400.048978	405.327043
2	363.310134	-388.760054	-155.014689
3	308.32185	-390.676747	-250.313019
4	-338.3143	-413.253872	-250.313719
5	-393.303704	-415.173587	-155.013684
6	-69.9845451	-403.885511	405.327138

Variable	Longitud del actuador en posición final
L1'	474.2638
L2'	458.6039
L3'	452.8152
L4'	484.3570
L5'	479.1622
L6'	463.2979

Variable	Longitud del actuador en base a las posiciones señaladas
L1'	474.163339
L2'	458.5073948
L3'	452.71810322
L4'	484.25054069
L5'	479.05941525
L6'	463.20066557

Tabla 75 Coordenadas y desplazamientos del origen al punto deseado.

Partiendo de las coordenadas $L' - \mathcal{E}$, procedemos a introducir las coordenadas, se corre el programa en Software Matlab, en espera de resultados.

VARIABLES	X	Y	Z
L1'- \mathcal{E}	474.163339	0.0000	0.0000
L2'- \mathcal{E}	458.5073948	0.0000	0.0000
L3'- \mathcal{E}	452.7181032	0.0000	0.0000
L4'- \mathcal{E}	484.2505407	0.0000	0.0000
L5'- \mathcal{E}	479.0594153	0.0000	0.0000
L6'- \mathcal{E}	463.2006656	0.0000	0.0000
A1	277.7100	0.0000	314.3300
A2	411.0700	0.0000	83.3400
A3	133.3600	0.0000	-397.6700
A4	-133.3600	0.0000	-397.6700
A5	-411.0700	0.0000	83.3400
A6	-277.7100	0.0000	314.3300
B1'- \mathcal{E}	39.9913162	0.0000	405.327043
B2'- \mathcal{E}	363.310134	0.0000	-155.014689
B3'- \mathcal{E}	308.32185	0.0000	-250.313019
B4'- \mathcal{E}	-338.3143	0.0000	-250.313719
B5'- \mathcal{E}	-393.303704	0.0000	-155.013684
B6'- \mathcal{E}	-69.9845451	0.0000	405.327138
dcm	0.0000	0.0000	0.0000
h	0.0000	-402.0500	0.0000

Tabla 76 Tabla de coordenadas de hexápodo con origen bi-prima (origen); Elaboración propia.

- Segunda comprobación de error

Variable	Longitud del actuador en posición final		cΔT (13 °C)		Longitud del actuador en posición o'
L1'	474.6853	+	-0.10285973	=	474.5824403
L2'	459.0476		-0.098097038		458.949503
L3'	453.1751		-0.096308479		453.0787915
L4'	484.6786		-0.105903352		484.5726966
L5'	479.5899		-0.10435351		479.4855465
L6'	463.7480		-0.0995286		463.6484714

Por tanto;

$$(474.5824403/474.6853)*100$$



Longitud	% que llegue a la posición deseada respecto de un 100%
1	99.97833097
2	99.97863032
3	99.97874806
4	99.97814977
5	99.9782411
6	99.97852821

Cuantificación del error en %
0.117076019
0.124527496
0.105803111
0.093706562
0.115297553
0.122642966

Tabla 77 Segunda cuantificación de error correspondiente a longitud en el actuador; Elaboración propia.

VARIABLES	X'	Y'	Z'				
B1'	39.9670	-400.6543	405.3270	+	cΔT	=	40.01903115
B2'	363.0888	-389.3707	-155.0147				400.56661525
B3'	308.1340	-391.2897	-250.3130				405.30708413
B4'	-338.1082	-413.8570	-250.3137				363.09913199
B5'	-393.0641	-415.7761	-155.0137				308.09701615
B6'	-69.9419	-403.4924	405.3271				-391.20689977
							-250.34418151
							-413.76687059
							-250.34579062
							-415.68501009
							-154.96148019
							405.4787568

Por tanto;

$$(39.9670/40.019031)*100$$



% que llegue a la posición deseada respecto de un 100%			
Posición	X	Y	Z
1	99.869984	100.02189	100.004914
2	99.9971545	100.021538	100.033122
3	100.012004	100.021165	99.9875445
4	100.01319	100.021783	99.9871815
5	99.9989964	100.021913	100.033699
6	100.497525	99.8336231	99.9625981

Cuantificación del error en %			
Posición	X	Y	Z
1	0.130016016	-0.021890179	-0.00491377
2	0.002845501	-0.021538112	-0.03312161
3	-0.01200396	-0.02116533	0.012455456
4	-0.01318985	-0.021782655	0.012818518
5	0.001003587	-0.021913205	-0.03369857
6	-0.4975248	0.166376948	0.03740191

Tabla 78 Segunda cuantificación de error correspondiente a posición en el actuador; Elaboración propia.

• Error para primer Método

Longitud	% que llegue a la posición deseada respecto de un 100%
1	99.88292398
2	99.8754725
3	99.89419689
4	99.90629344
5	99.88470245
6	99.87735703

Cuantificación del error en %
0.11707602
0.1245275
0.10580311
0.09370656
0.11529755
0.12264297

< 0.15%

• Error para segundo Método

Longitud	% que llegue a la posición deseada respecto de un 100%
1	99.97833097
2	99.97863032
3	99.97874806
4	99.97814977
5	99.9782411
6	99.97852821

Cuantificación del error en %
0.02166903
0.02136968
0.02125194
0.02185023
0.0217589
0.02147179

< 0.03%

Tabla 79 Comparativa de resultados entre primer y segundo método para longitud del actuador; Elaboración propia.

• Error para primer Método

% que llegue a la posición deseada respecto de un 100%			
Posición	X	Y	Z
1	100.0609267	99.86927166	99.99998928
2	100.0609434	99.8632811	100.0000068
3	100.0609474	99.86512722	99.99999245
4	100.0609689	99.8767764	99.99999252
5	100.0609573	99.87774928	100.0000105
6	100.0609268	99.87200914	99.99999055

Cuantificación del error en %			
Posición	X	Y	Z
1	-0.060926654	0.130728344	0.0000107
2	-0.060943439	0.1367189	-0.0000068
3	-0.060947368	0.134872778	0.0000075
4	-0.060968885	0.123223599	0.0000075
5	-0.060957287	0.12225072	-0.0000105
6	-0.060926826	0.127990862	0.0000095

• Error para segundo Método

% que llegue a la posición deseada respecto de un 100%			
Posición	X	Y	Z
1	99.869984	100.02189	100.004914
2	99.9971545	100.021538	100.033122
3	100.012004	100.021165	99.9875445
4	100.01319	100.021783	99.9871815
5	99.9989964	100.021913	100.033699
6	100.497525	99.8336231	99.9625981

Cuantificación del error en %			
Posición	X	Y	Z
1	0.130016016	-0.021890179	-0.00491377
2	0.002845501	-0.021538112	-0.03312161
3	-0.01200396	-0.02116533	0.012455456
4	-0.01318985	-0.021782655	0.012818518
5	0.001003587	-0.021913205	-0.03369857
6	-0.4975248	0.166376948	0.03740191

Tabla 80 Comparativa de resultados entre primer y segundo método para posición; Elaboración propia.

CAPITULO 5. CONCLUSIONES

En base a los resultados obtenidos, se puede concluir que si es posible encontrar los factores de compensación térmica (ϵ_x , ϵ_y , ϵ_z), que son utilizados en los métodos 1 y 2 propuestos, debido al desplazamiento en la estructura soporte del espejo secundario.

Y que se puede obtener un porcentaje de error a regreso a punto deseado por método 1 de 0.15% máximo y mediante el método 2, 0.03% máximo, por tal razón se concluye que el método 2, es más exacto que el método 1.

También es importante resaltar que se muestra la metodología para evaluar la dilatación de componentes que se ve reflejado en desplazamientos por contribución térmica.

Como se mencionó al inicio de este trabajo y como recordaremos, la plataforma Gough-Stewart (GS) es utilizada para alinear y mantener enfocado el espejo secundario con el espejo primario del Telescopio es indispensable considerar el ajuste y la compensación de las deformaciones del tubo del Telescopio inducidas por el movimiento de elevación, de igual manera, compensar las perturbaciones producidas por el viento y finalmente las compensaciones de movimiento debido al peso de espejo primario y a las cargas del sistema.

Es de extrema importancia mencionar que el párrafo anteriormente descrito son consideraciones para trabajos futuros que deberán ser estudiados, cuando el sistema requiera cumplir con las especificaciones de alineación del espejo secundario en le TSPM.

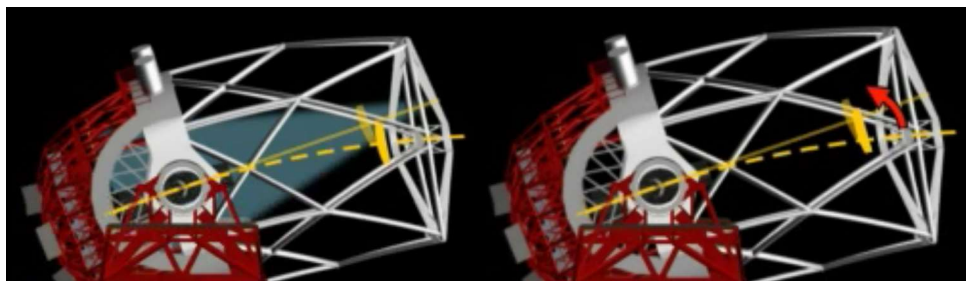


Figura 37 Alineación del espejo secundario respecto al espejo primario; (GTC, 2008).

BIBLIOGRAFIA

- A.D.S.International. (2015). *A.D.S.International*. Obtenido de A.D.S.International: <http://www.ads-int.com/Products.aspx?ID=205>
- Aldo Lopez, e. a. (2015). *Secondary Mirror Mount System Evaluation (Code: MEC-TN-O-T-OP-SM-001) - Project Document*. Querétaro, México.
- Anderson, Sweeney, & Williams. (2005). *Estadística para administración y economía*. THOMSON.
- Briot, S., & Khalil, W. (2015). *Dynamics of Parallel Robots From Rigid Bodies to Flexible Elements*. Switzerland: Springer.
- Chang, R. (2002). *Química - Séptima edición*. Mc Graw Hill.
- Cheng, J. (2009). *The Principles of Astronomical Telescope Design*. Virginia, USA: Board.
- D.Gallieni. (1998). *M2/F15 and M2/F9 HEXAPOD DATA PACKAGE; Issue:1*. Italy.
- E.e. Hernández, S. V., & E.Sánchez. (2012). Solución de la cinemática directa de la plataforma Gough-Stewart general usando un algoritmo híbrido de optimización. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo en Ingeniería*, 7.
- Esquivel, J., Ruiz, J., & Rincón, G. (2014). Metodología para encontrar Matrices de Transformación Homogénea para la Cinemática de Mecanismos con Matlab y VRML. *Prospect. Vol 12, No.1*, 64-69.
- EXPERTFEA.COM. (s.f.). *EXPERTFEA.COM*. Obtenido de EXPERTFEA.COM: <https://www.youtube.com/watch?v=GuuJ627JRVk>
- Giant Magellan Telescope. (2017). *Giant Magellan Telescope*. Obtenido de Giant Magellan Telescope: <https://www.gmto.org/>
- Gogu, G. (2008). *Structural Synthesis of Parallel Robots (Part 1: Methodology)*. France: Springer.
- Gogu, G. (2009). *Structural Synthesis of Parallel Robots (Part 2 - Translational Topologies with Two and Three degrees of Freedom)*. France: Springer.
- Gogu, G. (2010). *Structural Synthesis of Parallel Robots (Part 3: Topologies with planar motion of the moving platform)*. France: Springer.
- Gran Telescopio CANARIAS. (05 de Julio de 2017). *Gran Telescopio CANARIAS*. Obtenido de Gran Telescopio CANARIAS: <http://www.gtc.iac.es/gtc/gtc.php>
- GTC. (28 de Octubre de 2008). *Gran Telescopio CANARIAS: El espejo secundario*. Obtenido de Gran Telescopio CANARIAS: El espejo secundario: <https://www.youtube.com/watch?v=YVAKoOfuXIY>

- Küçük, S. (2012). *Serial and Parallel Robot Minipulators Kinematics, Dynamics, Control and Optimization*. Croatia: InTech.
- KUKA. (2018). *KUKA*. Obtenido de KUKA: <https://www.kuka.com/es-mx/productos-servicios/sistemas-de-robot/robot-industrial>
- López, F. E., Betancourt, J., & al, e. (2011). DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN ROBOT HEXÁPODO. *SOMIM*, 10.
- Machine Design. (20 de 04 de 2017). *At aquare one with FEA - Part 2*. Obtenido de At aquare one with FEA - Part 2: http://beta.machinedesign.com/archive/square-one-fea-part-2?utm_test=redirect&utm_referrer=https%3A%2F%2Fwww.google.com.mx%2F
- MathWorks. (1994 - 2018). *MathWorks*. Obtenido de MathWorks: <https://es.mathworks.com/>
- Merlet, J. P. (2006). *Parallel Robots*. France: Springer.
- Mevea Simulation solutions. (2018). *Mevea Simulation solutions*. Obtenido de Mevea Simulation solutions: <http://www.directindustry.com/prod/mevea/product-64809-850923.html>
- Ogata, K. (1999). *Problemas de Ingeniería de Control*. Madrid: Prentice Hall.
- Pierre Y. Bely, E. (2002). *The Design and Construction of Large Optical Telescopes*. Springer.
- Ramirez, J. L., & Rubiano, A. (2012). Modelamiento matematico de la Cinematica Directa e Inversa de un Robot Manipulador de Tres grados de libertad. *Ingeniería Solidaria - Volumen 8, Numero 15*, 7.
- Richer, M. G., Lee, W. H., González, J., Jannuzi, B. T., Sánchez, B., Ortega, F. R., . . . Pedra, M. H. (2016). The telescopio San Pedro Mártir Project. *Ground-based and Airborne Telescopes VI* (pág. 13). Edinburgh: SPIE.
- S.Callahan, B.Cuerden, D.Fabricant, & B.Martin. (2003). The MMT f/5 secondary support system: design, implementation, and performance. *SPIE*, 10.
- SENER. (19 de 04 de 2017). *SENER*. Obtenido de <http://www.aeroespacial.sener.com>: <http://www.aeroespacial.sener.com/productos/gtc-sistema-posicionamiento-espejo-secundario>
- Serje, D. A., & Pacheco, J. (2017). *Cinematica paralela en la máquina herramienta: Investigación, desarrollo y tendencias futuras*. Medellin, Colombia: DYNA.
- Silva, C. (8 de Enero de 2013). *Robótica*. Obtenido de Robótica: http://we-robotica.blogspot.mx/2013/01/cinematica-directa-e-inversa-de-un_2737.html

(1998). *Technical Report 34*. Italia.

The MMT Observatory. (2012). *The MMT Observatory*. Obtenido de The MMT Observatory: <https://www.mmto.org/>

Uribe Jorge, e. a. (2016). Mechanical conceptual design of 6.5 meter telescope: Telescopio San Pedro Mártir (TSPM). *Ground-based and Airborne Telescopes VI*, Edinburgh: SPIE.

Uribe, J., Lopez, A., & González, G. (2017). *Telescopio San Pedro Mártir (TSPM) - M2 Mechanism PD*. Querétaro, México.

Walpole, Myers, & Myers. (2012). *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias*. PEARSON EDUCACION.

ZERO engineering solutions. (2015). *ZERO engineering solutions*. Obtenido de ZERO engineering solutions: <http://www.vzero.eu/es/productos/productos/plataformas-de-simulacion-de-movimientos.html>

ANEXOS

- **Anexo 1 (Programa análisis de cinemática)**

Paso 1: Compilación de información, obtenida de software SolidWorks (SW), coordinada correspondiente a cada nodo, la información está documentada en archivo de Excel “Para_Hexa_A”.

VARIABLES	X	Y	Z
L1	460.0000	0.0000	0.0000
L2	460.0000	0.0000	0.0000
L3	460.0000	0.0000	0.0000
L4	460.0000	0.0000	0.0000
L5	460.0000	0.0000	0.0000
L6	460.0000	0.0000	0.0000
A1	277.7100	0.0000	314.3300
A2	411.0700	0.0000	83.3400
A3	133.3600	0.0000	-397.6700
A4	-133.3600	0.0000	-397.6700
A5	-411.0700	0.0000	83.3400
A6	-277.7100	0.0000	314.3300
B1	54.9700	0.0000	405.3500
B2	378.5300	0.0000	-155.0700
B3	323.5600	0.0000	-250.2800
B4	-323.5600	0.0000	-250.2800
B5	-378.5300	0.0000	-155.0700
B6	-54.9700	0.0000	405.3500
dcm	0.0000	0.0000	0.0000
h	0.0000	-392.0500	0.0000

Tabla 81 Archivo “Para_Hexa_A”; Elaboración propia.

Paso 2: Desarrollo del programa para el análisis de cinemática

```
%Análisis de cinemática inversa.

%Para estudio de hexápodo en la aplicación de la alineación y enfoque
del
%espejo secundario en el Telescopio de San Pedro Mártir (TSPM)

clc;                               % Limpieza de pantalla
clear all;                          % Limpieza de variables en el workspace
format short

% Parámetros iniciales del Hexápodo.
Carga_Parametros01
```

```

% Posición inicial en el espacio (posicion la cual se requiere analizar).
Carga_Parametros02

% Matriz de rotacion en el espacio
r=rotEjesFijos(aa,bb,cc);

% Vector desplazamiento
v=[x;y;z]+inv(r)*dcm-dcm;

% Rotacion de las juntas de la plataforma movil.
T1=r*b1+v+h; T2=r*b2+v+h; T3=r*b3+v+h;
T4=r*b4+v+h; T5=r*b5+v+h; T6=r*b6+v+h;

% Longitud final de los actuadores
L1=norm(T1-a1); L2=norm(T2-a2); L3=norm(T3-a3);
L4=norm(T4-a4); L5=norm(T5-a5); L6=norm(T6-a6);

% Matriz con coordenadas de las articulaciones en posicion final
fprintf('Coordenadas de articulaciones m?viles en posici?n final;\n')
T=[T1';T2';T3';T4';T5';T6'];
disp('      X      Y      Z')
disp(T)

% Coordenadas de las articulaciones en posicion final
T1b=T1';T2b=T2';T3b=T3';T4b=T4';T5b=T5';T6b=T6';

% Matriz con longitudes finales de actuadores
fprintf('Longitud total de los actuadores en posicion final;\n')
L=[L1;L2;L3;L4;L5;L6];
disp('      Longitud total del actuador')
disp(L)

% Carrera maxima y minima de los actuadores desde la posicion nominal
fprintf('Desplazamiento lineal en los actuadores;\n')
Despla=[L1-l1;L2-l2;L3-l3;L4-l4;L5-l5;L6-l6];
disp('      Desplazamiento del actuador')
disp(Despla)

% Carrera maxima y minima de los actuadores desde la posicion nominal
fprintf('Carrera m?xima y m?nima lineal en los actuadores y su posicion
nominal;\n')
Carrera=[max(Despla),min(Despla),max(Despla)-min(Despla)];
disp('      Dmax      Dmin      Carrera total')
disp(Carrera)

% Grafica de la plataforma GS en posicion inicial y final
Carga_Nodos01
hold on
plot3dGSP( Ia1,Ia2,Ia3,Ia4,Ia5,Ia6,T1b,T2b,T3b,T4b,T5b,T6b )
title('Plataforma GS en posici?n inicial y final')

% Almacenamiento de parametros a analizar posteriormente
save('T_CI_Aldo_01.mat','Carrera');

```

Paso 3: Introducción de parámetros, coordenadas de nodos en el hexápodo.

```

% Carga parametros del hexapodo a analizar mediante un archivo excel.
% El nombre del archivo de excel sera: 'Para_Hexa_B.xlsx'

%clc;                % Limpieza de pantalla
%clear all;          % Limpieza de variables en el workspace

format short;

% Carga parametros del hexapodo a analizar en la variable 'Par'.
Par=xlsread('Para_Hexa_A.xlsx');
% Par=xlsread('Para_Hexa_A max Y.xlsx');
% Par=xlsread('Para_Hexa_A max Y.xlsx');

% Coordenadas de las articulaciones de la plataforma fija.
l1=Par(1,1); l2=Par(2,1); l3=Par(3,1);
l4=Par(4,1); l5=Par(5,1); l6=Par(6,1);

% Coordenadas de las articulaciones de la plataforma fija
xa1=Par(7,1); xa2=Par(8,1); xa3=Par(9,1);
xa4=Par(10,1); xa5=Par(11,1); xa6=Par(12,1);

ya1=Par(7,2); ya2=Par(8,2); ya3=Par(9,2);
ya4=Par(10,2); ya5=Par(11,2); ya6=Par(12,2);

za1=Par(7,3); za2=Par(8,3); za3=Par(9,3);
za4=Par(10,3); za5=Par(11,3); za6=Par(12,3);

% Vector de las posiciones de las articulaciones en la plataforma fija
a1=[xa1;ya1;za1]; a2=[xa2;ya2;za2]; a3=[xa3;ya3;za3];
a4=[xa4;ya4;za4]; a5=[xa5;ya5;za5]; a6=[xa6;ya6;za6];

% Coordenadas de las articulaciones de la plataforma movil.
xb1=Par(13,1); xb2=Par(14,1); xb3=Par(15,1);
xb4=Par(16,1); xb5=Par(17,1); xb6=Par(18,1);

yb1=Par(13,2); yb2=Par(14,2); yb3=Par(15,2);
yb4=Par(16,2); yb5=Par(17,2); yb6=Par(18,2);

zb1=Par(13,3); zb2=Par(14,3); zb3=Par(15,3);
zb4=Par(16,3); zb5=Par(17,3); zb6=Par(18,3);

% Vector de las posiciones de las articulaciones en la plataforma movil.
b1=[xb1;yb1;zb1]; b2=[xb2;yb2;zb2]; b3=[xb3;yb3;zb3];
b4=[xb4;yb4;zb4]; b5=[xb5;yb5;zb5]; b6=[xb6;yb6;zb6];

% Vector de la posicion del centro de masa de la carga a la plataforma
movil
dcm=[Par(19,1);Par(19,2);Par(19,3)];

```

```
% Vector de la posición del centro de masa de la plataforma móvil en
reposo.
h=[Par(20,1);Par(20,2);Par(20,3)];
```

Paso 4: Carga de parámetros de la posición a la que se desplazara el sistema.

```
% Carga parametros de la posición a la que se desplazara el sistema
% mediante un archivo excel.
% El nombre del archivo de excel sera: 'Punto_Hexa_A.xlsx'
```

```
%clc; % Limpieza de pantalla
%clear all; % Limpieza de variables en el workspace
```

```
format short;
```

```
% Carga parametros del hexapodo a analizar en la variable 'Par'.
Desp=xlsread('Punto_Hexa_A.xlsx');
% Desp=xlsread('Punto_Hexa_A max Y.xlsx');
% Desp=xlsread('Punto_Hexa_A min Y.xlsx');
% Desp=xlsread('Punto_Hexa_A max X.xlsx');
% Desp=xlsread('Punto_Hexa_A min X.xlsx');
```

```
% Coordenadas de las articulaciones de la plataforma móvil
x=Desp(1,1); y=Desp(1,2); z=Desp(1,3);
aa=Desp(1,4); bb=Desp(1,5); cc=Desp(1,6);
tf=Desp(1,7);
j=Desp(1,8);
```

Paso 5: Determinación de matriz de rotación

```
function r = rotEjesFijos(aa,bb,cc)
```

```
% Se determina la matriz de rotación de acuerdo a la rotación de los
ángulos Bryant.
% Donde aa es el ángulo de rotación alpha dado en grados
% Donde bb es el ángulo de rotación betha dado en grados
% Donde cc es el ángulo de rotación gamma dado en grados
```

```
% Se traslada los grados de los ángulos a radianes
```

```
a=aa*pi/180;
b=bb*pi/180;
c=cc*pi/180;
```

```
% Matriz de rotación en el espacio por ángulos Bryant.
```

```
zx=[cos(b),0,-sin(b)];
yz=[0,cos(a),sin(a)];
xy=[cos(c),sin(c),0];
```

```
% Se determinan los componentes de la matriz de rotación haciendolos
ortogonales
```

```

Z=cross(zx,yz);
Y=cross(Z,xy);
X=cross(Y,Z);

% Se conforma la matriz de rotacion

r=[X(1),Y(1),Z(1);X(2),Y(2),Z(2);X(3),Y(3),Z(3)];

end

```

Paso 6: Carga de nodos del hexápodo, se toma como referencia el archivo Excel (tabla)

```

% Carga nodos del hexapodo a analizar mediante un archivo excel.
% El nombre del archivo de excel sera: 'Para_Hexa_A.xlsx'

% clc; % Limpieza de pantalla
% clear all; % Limpieza de variables en el workspace

format short;

% Carga parametros del hexapodo a analizar en la variable 'Par'.
Par=xlsread('Para_Hexa_A.xlsx');

% Coordenadas de las articulaciones de la plataforma fija
xa1=Par(7,1); xa2=Par(8,1); xa3=Par(9,1);
xa4=Par(10,1); xa5=Par(11,1); xa6=Par(12,1);

ya1=Par(7,2); ya2=Par(8,2); ya3=Par(9,2);
ya4=Par(10,2); ya5=Par(11,2); ya6=Par(12,2);

za1=Par(7,3); za2=Par(8,3); za3=Par(9,3);
za4=Par(10,3); za5=Par(11,3); za6=Par(12,3);

% Vector de las posiciones de las articulaciones en la plataforma fija
Ia1=[xa1,ya1,za1]; Ia2=[xa2,ya2,za2]; Ia3=[xa3,ya3,za3];
Ia4=[xa4,ya4,za4]; Ia5=[xa5,ya5,za5]; Ia6=[xa6,ya6,za6];

% Coordenadas de las articulaciones de la plataforma movil.
xb1=Par(13,1); xb2=Par(14,1); xb3=Par(15,1);
xb4=Par(16,1); xb5=Par(17,1); xb6=Par(18,1);

yb1=Par(20,2); yb2=Par(20,2); yb3=Par(20,2);
yb4=Par(20,2); yb5=Par(20,2); yb6=Par(20,2);

zb1=Par(13,3); zb2=Par(14,3); zb3=Par(15,3);
zb4=Par(16,3); zb5=Par(17,3); zb6=Par(18,3);

% Vector de las posiciones de las articulaciones en la plataforma movil.
Ib1=[xb1,yb1,zb1]; Ib2=[xb2,yb2,zb2]; Ib3=[xb3,yb3,zb3];
Ib4=[xb4,yb4,zb4]; Ib5=[xb5,yb5,zb5]; Ib6=[xb6,yb6,zb6];

```

```
% Grafica de la posicion inicial del la plataforma GS
plot3dGSP( Ia1, Ia2, Ia3, Ia4, Ia5, Ia6, Ib1, Ib2, Ib3, Ib4, Ib5, Ib6 )
```

Paso 7: Función que calcula la gráfica de una recta paramétrica en el espacio.

```
function [X,Y,Z] = rectap3d(a1,a2)

% Funcion que calcula la grafica de una recta parametrica en el espacio
% partiendo de dos puntos dados en la siguiente forma.
% a1=(a1(1),a1(2),a1(3))
% a2=(a2(1),a2(2),a2(3))

vt=a2-a1;
nvt=norm(vt);

u=[vt(1)/nvt,vt(2)/nvt,vt(3)/nvt];

t=0:0.1:1;

X=a1(1)+t*u(1)*nvt;
Y=a1(2)+t*u(2)*nvt;
Z=a1(3)+t*u(3)*nvt;

end
```

Paso 8: Programa que calcula la gráfica de la plataforma GS.

```
function [ ] = plot3dGSP( a1,a2,a3,a4,a5,a6,b1,b2,b3,b4,b5,b6 )
% Programa que calcula la grafica de una plataforma GS partiendo de
% rectas
% parametricas en el espacio mediante los puntos de cada nodo dados en
% la
% siguiente forma.

% PLATAFORMA FIJA
% a1=(a1(1),a1(2),a1(3))
% a2=(a2(1),a2(2),a2(3))
% a3=(a3(1),a3(2),a3(3))
% a4=(a4(1),a4(2),a4(3))
% a5=(a5(1),a5(2),a5(3))
% a6=(a6(1),a6(2),a6(3))

% PLATAFORMA MOVIL
% b1=(b1(1),b1(2),b1(3))
% b2=(b2(1),b2(2),b2(3))
% b3=(b3(1),b3(2),b3(3))
% b4=(b4(1),b4(2),b4(3))
% b5=(b5(1),b5(2),b5(3))
% b6=(b6(1),b6(2),b6(3))

% PLATAFORMA FIJA
% Recta a1-a2
[Xa,Ya,Za] = rectap3d(a1,a2); A=[Xa,Ya,Za];
```

```

% Recta a2-a3
[Xb,Yb,Zb] = rectap3d(a2,a3); B=[Xb,Yb,Zb];
% Recta a3-a4
[Xc,Yc,Zc] = rectap3d(a3,a4); C=[Xc,Yc,Zc];
% Recta a4-a5
[Xd,Yd,Zd] = rectap3d(a4,a5); D=[Xd,Yd,Zd];
% Recta a5-a6
[Xe,Ye,Ze] = rectap3d(a5,a6); E=[Xe,Ye,Ze];
% Recta a6-a1
[Xf,Yf,Zf] = rectap3d(a6,a1); F=[Xf,Yf,Zf];
% grid on

% PLATAFORMA MOVIL
% Recta b1-b2
[Xg,Yg,Zg] = rectap3d(b1,b2); G=[Xg,Yg,Zg];
% Recta b2-b3
[Xh,Yh,Zh] = rectap3d(b2,b3); H=[Xh,Yh,Zh];
% Recta b3-b4
[Xi,Yi,Zi] = rectap3d(b3,b4); I=[Xi,Yi,Zi];
% Recta b4-b5
[Xj,Yj,Zj] = rectap3d(b4,b5); J=[Xj,Yj,Zj];
% Recta b5-b6
[Xk,Yk,Zk] = rectap3d(b5,b6); K=[Xk,Yk,Zk];
% Recta b6-b1
[Xl,Yl,Zl] = rectap3d(b6,b1); L=[Xl,Yl,Zl];

% ACTUADORES
% Recta a1-b1
[Xm,Ym,Zm] = rectap3d(a1,b1); M=[Xm,Ym,Zm];
% Recta a2-b2
[Xn,Yn,Zn] = rectap3d(a2,b2); N=[Xn,Yn,Zn];
% Recta a3-b3
[Xo,Yo,Zo] = rectap3d(a3,b3); O=[Xo,Yo,Zo];
% Recta a4-b4
[Xp,Yp,Zp] = rectap3d(a4,b4); P=[Xp,Yp,Zp];
% Recta a5-b5
[Xq,Yq,Zq] = rectap3d(a5,b5); Q=[Xq,Yq,Zq];
% Recta a6-b6
[Xr,Yr,Zr] = rectap3d(a6,b6); R=[Xr,Yr,Zr];

% Grafica de plataforma GS

% Se realiza una correccion entre los ejes coordenados para orientar la
% plataforma GS con el eje Y en vertical para las graficas realizadas en
% Matlab

% Grafica de nodos en plataforma movil
plot3(a1(3),a1(1),a1(2),'ok');
hold on
grid on
plot3(a2(3),a2(1),a2(2),'ok');
plot3(a3(3),a3(1),a3(2),'ok');
plot3(a4(3),a4(1),a4(2),'ok');
plot3(a5(3),a5(1),a5(2),'ok');
plot3(a6(3),a6(1),a6(2),'ok');

```

```
% Grafica de plataforma fija
plot3(Za,Xa,Ya,'LineWidth',3,'Color',[0 0 0]);
plot3(Zb,Xb,Yb,'LineWidth',3,'Color',[0 0 0]);
plot3(Zc,Xc,Yc,'LineWidth',3,'Color',[0 0 0]);
plot3(Zd,Xd,Yd,'LineWidth',3,'Color',[0 0 0]);
plot3(Ze,Xe,Ye,'LineWidth',3,'Color',[0 0 0]);
plot3(Zf,Xf,Yf,'LineWidth',3,'Color',[0 0 0]);

% Grafica de plataforma movil
plot3(Zg,Xg,Yg,'LineStyle','--','LineWidth',2,'Color',[0 0 0]);
plot3(Zh,Xh,Yh,'LineStyle','--','LineWidth',2,'Color',[0 0 0]);
plot3(Zi,Xi,Yi,'LineStyle','--','LineWidth',2,'Color',[0 0 0]);
plot3(Zj,Xj,Yj,'LineStyle','--','LineWidth',2,'Color',[0 0 0]);
plot3(Zk,Xk,Yk,'LineStyle','--','LineWidth',2,'Color',[0 0 0]);
plot3(Zl,Xl,Yl,'LineStyle','--','LineWidth',2,'Color',[0 0 0]);

% Grafica de actuadores
plot3(Zm,Xm,Ym,'LineStyle','--','LineWidth',2,'Color',[0 0 1]);
plot3(Zn,Xn,Yn,'LineStyle','--','LineWidth',2,'Color',[0 0 1]);
plot3(Zo,Xo,Yo,'LineStyle','--','LineWidth',2,'Color',[0 0 1]);
plot3(Zp,Xp,Yp,'LineStyle','--','LineWidth',2,'Color',[0 0 1]);
plot3(Zq,Xq,Yq,'LineStyle','--','LineWidth',2,'Color',[0 0 1]);
plot3(Zr,Xr,Yr,'LineStyle','--','LineWidth',2,'Color',[0 0 1]);

title('Plataforma GS en posicion inicial')
axis([-500,500,-500,500,-500,50])

end
```