INDICE

RESUMEN

Los engranes utilizados en las transmisiones mecánicas trabajan durante largos periodos de tiempo, ejemplo de ello son los engranes de transmisiones automotrices cuyos recorridos son de 160 000 km o más, lo cual deja claro que son elementos de máquina de uso extenso y sometidos durante su vida útil a millones de ciclos de carga, de aquí la importancia de conocer al máximo su comportamiento bajo fatiga. El daño en los dientes de un engrane es debido a fatiga por flexión y fatiga por contacto. Actualmente existen diferentes procedimientos estandarizados (DIN, AGMA, ISO etc.) para diseñar engranes bajo criterios de flexión, en estos generalmente se compara el esfuerzo máximo en la raíz del diente con el esfuerzo de flexión permisible; adicionalmente se incluyen cierto número de coeficientes para considerar las condiciones reales de trabajo. Estos procedimientos están basados en pruebas experimentales y procedimientos tales cómo el de Lewis, que se fundamenta en condiciones uniaxiales de carga, sin embargo se ha demostrado que los engranes están sujetos a deformaciones multiaxiales en localizaciones críticas, como en la raíz del diente. En este trabajo se presenta un análisis de Fatiga Multiaxial basado en deformación (ε-N) en la raíz del diente de un engrane recto de acero carburizado, empleando los criterios de Plano Crítico Fatemi-Socie (FS), Wang-Brown (WB), Smith-Watson-Topper (SWT) y el Criterio de Deformación Equivalente Hoffmann-Seeger (HS). El análisis de esfuerzos se realizó en el paquete de elemento finito ANSYS® para un modelo del diente del engrane tridimensional, posteriormente el análisis de fatiga multiaxial se desarrolla utilizando NCODE®. Las propiedades mecánicas y de fatiga necesarias para realizar el análisis fueron obtenidas experimentalmente para dos espesores de capa endurecida del acero carburizado. En los resultados numéricos presentados se observan cambios en el número de ciclos a la falla para ambos espesores de capa endurecida, bajo las mismas condiciones de carga aplicada. Los criterios WB, SWT y HS pronostican vidas similares para iguales condiciones de carga, no siendo así el criterio FS. Por último los resultados numéricos de los criterios utilizados son comparados con las predicciones obtenidas con el enfoque de AGMA, donde se observa que esta ultima es mas conservadora. Se propone que algunos modelos de fatiga multiaxial pueden emplearse en el diseño más racional de engranes.

Nomenclatura de términos

b	Exponente de resistencia a la fatiga axial
b_γ	Exponente de resistencia a la fatiga torsional
c	Exponente de ductilidad a la fatiga axial
c_γ	Exponente de ductilidad a la fatiga torsional
C_c	Carga corregida
C_r	Carga requerida
D_c	Diámetro efectivo
d	Diámetro de paso
dv	Mínimo espacio entre indentación
E	Módulo de elasticidad
F	Factor de corrección, ancho de cara del diente, función de fluencia
FS	Criterio de Fatemi-Socie
G	Modulo cortante
HS	Criterio de criterio de Hoffman-Seenger
HV	Dureza Vickers
H’, n’	Constantes para la curva esfuerzo-deformación cíclica
J	Factor geométrico
K	Factor del criterio de Fatemi-Socie
K_t	Factor de concentración de esfuerzos
K^{eq}_t	Factor de concentración de esfuerzos equivalente
K_L	Factor de duración
K_s	Factor de corrección por tamaño
K_v	Factor dinámico
K_T	Factor de temperatura
K_R	Factor de confiabilidad
K_a	Factor de aplicación
K_m	Factor de distribución de carga
ℓ, e	Distancia
m	Módulo
M	Momento flexionante
N_f	Número de ciclos a la falla
N_t	Número de ciclos para transición de vida por fatiga
N	Número de dientes
P	Paso diametral
P_b	Paso base
P_c	Paso circular
P_o	Carga móvil
P_1	Carga extra
Q_v	Índice de nivel de exactitud en la transmisión
R	Razón de esfuerzos
S	Esfuerzo nominal, factor del criterio de Wang-Brown
S_t	Resistencia a la flexión según AGMA

SWT	Criterio de Smith-Watson-Topper
WB	Criterio de Wang-Brown
W	Carga aplicada en el diente
W_t	Componente tangencial de la carga aplicada en el diente.
W_r	Componente radial de la carga aplicada en el diente.

Símbolos Griegos

σ	Esfuerzo puntual
σ_a	Amplitud de esfuerzo
σ'_f	Coeficiente de resistencia a la fatiga axial
σ_m	Esfuerzo medio
σ_{max}	Esfuerzo máximo
$\Delta\sigma$	Rango de esfuerzo
ε	Deformación unitaria
ε_a	Amplitud de la deformación
ε'_f	Coeficiente de ductilidad a la fatiga axial
ε_{ea}	Amplitud de la deformación elástica
ε_{pa}	Amplitud de la deformación plástica
$\Delta\varepsilon$	Rango de deformación normal
γ	Deformación cortante
γ'_f	Coeficiente de ductilidad a la fatiga torsional
$\Delta\gamma$	Rango de deformación cortante
τ	Esfuerzo cortante
ν	Relación de Poisson
τ'_f	Coeficiente de resistencia a la fatiga torsional

I INTRODUCCION

Los engranes se usan ampliamente en todos los tipos de mecanismos y máquinas, siempre que sea necesaria la velocidad o un par de torsión en un dispositivo, podrán ser utilizados. El diseño y fabricación de estos elementos es algo verdaderamente notable, debido a que son elementos de uso muy frecuente y extenso. Por otro lado el estudio de la fatiga en los materiales brinda el enfoque para determinar la expectativa de vida de elementos mecánicos sometidos a cargas cíclicas y puede ser utilizado en el caso de diseño de engranes.

En este trabajo se presenta un análisis de fatiga multiaxial basado en deformación (ε-N), empleando los criterios de plano crítico de Fatemi-Socie, Wang-Brown, Smith-Watson-Topper y el criterio de deformación equivalente Hoofmann-Seeger, en la raíz del diente de un engrane recto de acero carburizado. Las propiedades del material utilizadas para realizar el análisis fueron obtenidas de pruebas experimentales de fatiga de ciclos altos, ciclos bajos y pruebas de tensión uniaxial para dos espesores de capa endurecida. La obtención del perfil del diente se llevó a cabo con un programa de Matlab®, el análisis de esfuerzos se realizó en el paquete de elemento finito ANSYS® versión 8.1 para un modelo de diente de engrane tridimensional y posteriormente el análisis de fatiga multiaxial se desarrolló utilizando NCODE® versión 5.3. Obtenidos los resultados numéricos de los diferentes criterios, se realiza una comparación entre ellos y las aproximaciones bajo el procedimiento de diseño AGMA.

1.1 Objetivo

Extender la aplicación de los modelos de fatiga multiaxial por plano crítico de Fatemi-Socie, Wang-Brown, Smith-Watson-Topper y el criterio de deformación equivalente Hoofmann-Seeger al diseño de engranes rectos y comparar los resultados con procedimientos tradicionales de diseño de engranes.

1.2 Metodología

- Seleccionar un engrane recto y establecer las condiciones de trabajo de este conforme a AGMA.
- Realizar los cálculos correspondientes y obtener las cargas aplicadas para lograr diferentes números de ciclos a la falla conforme a AGMA, bajo la consideración de que el material del que esta hecho el engrane es acero carburizado con una dureza superficial de 60 HRC.
- Construir un modelo del diente del engrane seleccionado en el paquete de elemento finito ANSYS y realizar un análisis de esfuerzo, utilizando las cargas obtenidas en el punto anterior.
- Con las distribuciones de esfuerzos obtenidas con ANSYS®, efectuar un análisis de fatiga multiaxial basado en deformación (ε-N) en la raíz del diente del engrane recto de acero carburizado, utilizando los criterios de plano crítico Fatemi-Socie, Wang-Brown, SWT y el criterio de deformación equivalente Hoffman-Seeger, utilizando las propiedades de fatiga obtenidas experimentalmente para los espesores de capa endurecida de 1mm y 1.1 mm.
- Una vez realizado el análisis comparar resultados obtenidos por los diferentes criterios y comparar con predicciones de procedimientos comunes de diseño de AGMA.

1.3 Justificación

En casi todas las máquinas es necesaria la transmisión de movimiento de rotación de un eje a otro y para lograrlo los engranes constituyen uno de los mejores medios disponibles. Un ejemplo de ello, son los engranes utilizados en la transmisión de un automóvil, estos trabajan durante un recorrido de 160 000 km o más [1] lo cual deja claro que son elementos de máquina de uso muy frecuente, extenso y sometidos durante su vida útil a millones de ciclos de carga, de aquí la importancia de conocer al máximo su comportamiento bajo fatiga.

El daño en los dientes de un engrane es debido a fatiga por flexión y fatiga por contacto. El resultado de un análisis llevado a cabo sobre 1500 fallas en engranes, refleja que la fatiga por flexión en el diente de un engrane acapara el 32% de todas las fallas presentes [2].

1.4 Estado del arte

La fatiga en los materiales es el proceso de daño y falla que se lleva a cabo por la aplicación de cargas cíclicas [3]. Se considera a August Wöhler como uno de los pioneros en los trabajos de fatiga. La investigación de Wöhler se centró en las fallas ocurridas en los rieles de vías férreas y en el desarrollo de estrategias de diseño para evitar fallas por fatiga. En su trabajo demostró que la fatiga no solo se ve afectada por esfuerzos cíclicos sino también por el esfuerzo medio [3].

Los métodos de fatiga uniaxiales para predicción de vida que utilizan la aproximación de deformación local han sido usados desde algunos años, teniendo sus orígenes en los trabajos de Basquin, Mason y Coffin [3]. Las limitaciones de estos métodos son bien conocidos y han sido utilizados para una variedad de componentes donde la carga local en el área crítica es uniaxial ó cercana a esta. Sin embargo, hay muchos componentes donde la

combinación de cargas y efectos geométricos genera que la cargas locales sean multiaxiales, es por ello que recientemente se han realizado numerosas investigaciones en el campo de la fatiga multiaxial, como el trabajo de Jayanta Das y Srinivasan M. Sivakumar [4], en el que proponen un procedimiento computacional para la evaluación de vida de una turbina de vapor, incorporando modelos multiaxiales de daño por plano crítico.

Hoy en día existen diferentes modelos de fatiga multiaxial, es por ello que C. Han, X. Chen y K.S. Kim [5], realizaron una serie de pruebas conducidas sobre el acero SNCM630 bajo carga axial-torsional proporcional y no proporcional, donde los criterios propuestos por Wang-Brown, Smith-Watson-Topper, Fatemi-Socie, Chen, Pan y Varvani-Farahani fueron evaluados por comparación con los resultados experimentales obtenidos. Ellos concluyen que el criterio de Fatemi-Socie provee buenas estimaciones de vida y el criterio de Wang-Brown predice vidas algo conservativas para algunas condiciones de carga no proporcionales.

El diseño de engranes también ha sido tratado, sin embargo, sólo toman en cuenta condiciones uniaxiales de carga para llevar acabo análisis basados en deformación. Un ejemplo de ello, es el trabajo realizado por S. Glodez, M Sraml y J. Kramberger [2], donde dividen la falla en el diente de un engrane en dos partes: el periodo de inicio de la grieta y el periodo de propagación de la grieta. El método ε-N aunado con el método de elemento finito es utilizado para calcular el número de ciclos de vida al inicio de la grieta y la ecuación de Paris es usada posteriormente para la simulación del crecimiento de la misma. Por otro lado L. Woods, S.R. Daniewicz, R. Nellums [6] realizaron una investigación sobre el incremento de la resistencia a la fatiga por flexión en el diente de un engrane aplicando *presetting*. Llevaron a cabo un modelo de elemento finito elástico-perfectamente plástico para predecir los efectos del *presetting* sobre el diente de un engrane. Se determinó que el *presetting* induce esfuerzos residuales de compresión en el área del diente donde las grietas se originan típicamente. Pruebas realizadas a engranes y el modelo de elemento finito mostraron un incremento en la resistencia a la fatiga por flexión en los engranes.

1.5 Organización de la tesis

I INTRODUCCIÓN: En este capítulo se da una breve descripción del trabajo de investigación realizado, se listan los objetivos que se pretenden lograr y se da un breve resumen de investigaciones realizadas anteriormente relacionadas con nuestro tema de investigación.

II CONCEPTOS DE ESFUERZO Y DEFORMACIÓN: En este capítulo se describen algunos de los conceptos mas importantes de esfuerzo y deformación necesarios en un análisis de fatiga multiaxial, tales como estado de esfuerzo y deformación en un punto, esfuerzos y deformaciones efectivos etc.

III PRINCIPIOS DE FATIGA BASADA EN DEFORMACIÓN: En este capítulo se describen las características de la aproximación de fatiga basada en deformación así como las relaciones, pruebas y consideraciones que toma como base esta aproximación para realizar un análisis.

IV MODELOS MULTIAXIALES BASADOS EN DEFORMACIÓN: En este capítulo se analizan diferentes modelos de fatiga multiaxial basados en deformación (ε-N), entre ellos: Los modelos de fluencia estática, el modelo de deformación equivalente Hoffmann-Seenger y los modelos de plano crítico, cuyas bases fueron necesarias para realizar el análisis.

V ENGRANES RECTOS: En este capítulo se describen de manera general los engranes rectos, se presenta su nomenclatura, relaciones geométricas importantes y por último se presenta parte del enfoque de AGMA utilizado para el diseño de engranes rectos para resistir fallas por flexión.

VI PROPIEDADES A LA FATIGA DEL ACERO CARBURIZADO: En este capítulo se presenta la metodología y los procedimientos utilizados para obtener las propiedades a la fatiga del acero carburizado, adicionalmente se muestran los resultados obtenidos por los ensayos efectuados, así como los equipos de prueba.

VII ANÁLISIS DE FATIGA MULTIAXIAL EN ENGRANE RECTO: En este capítulo se describe el procedimiento que se utilizó para realizar el análisis de fatiga multiaxial en la raíz del diente de un engrane recto, se presentan las características geométricas del engrane seleccionado, las propiedades del material utilizadas, el modelo utilizado, el análisis de fatiga y los resultados obtenidos.

VIII RESUMEN Y CONCLUSIONES: En este capítulo se presenta un resumen del trabajo y se enlistan las conclusiones a las que se llegó con los resultados obtenidos del análisis de fatiga multiaxial en la raíz del diente de un engrane recto de acero carburizado con los espesores de capa endurecida de 1 mm y 1.1mm.

II CONCEPTOS DE ESFUERZO Y DEFORMACIÓN

Comprender cómo las cargas externas se combinan para producir esfuerzos y deformaciones en posiciones críticas de una estructura y cómo estos esfuerzos y deformaciones multiaxiales se relacionan bajo cargas cíclicas, es fundamental para entender y evaluar la fatiga multiaxial de un componente [7]. En este capítulo se describen algunos de los conceptos mas importantes de esfuerzo y deformación necesarios en un análisis de fatiga multiaxial, tales como estado de esfuerzo y deformación en un punto de un cuerpo, esfuerzos y deformaciones efectivos y esfuerzos cíclicos.

2.1 Estado de esfuerzo

El estado de esfuerzo sobre un pequeño volumen de material en un cuerpo, se describe usando seis componentes independientes de esfuerzo que actúan sobre tres planos ortogonales. Estas componentes están definidas en el siguiente tensor:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

Donde las componentes σ_x, σ_y y σ_z representan esfuerzos normales, y las componentes τ_{xy}, τ_{yz} y τ_{zx} esfuerzos cortantes. La figura 2.1 muestra un pequeño volumen de material de un componente sobre un sistema coordenado X-Y-Z con las seis componentes mencionadas.

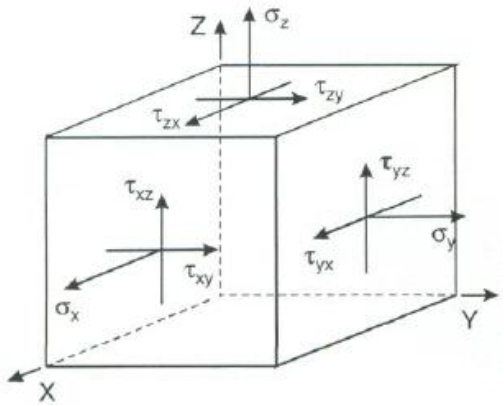


Figura 2.1 Componentes necesarias para describir el estado de esfuerzo en un punto [7].

Solamente seis componentes de esfuerzo son necesarias debido a que $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, $\tau_{yz} = \tau_{zy}$ y $\tau_{zx} = \tau_{xz}$.

2.1.1 Transformación del estado de esfuerzos

Debido a que los esfuerzos de interés raramente coinciden con los ejes X-Y-Z, es necesario una transformación de esfuerzos. El juego completo de ecuaciones de transformación está dado por la expresión matricial de la ecuación 2.1.

$$\begin{bmatrix} \sigma'_x & \tau'_{xy} & \tau'_{xz} \\ \tau'_{xy} & \sigma'_y & \tau'_{yz} \\ \tau'_{xz} & \tau'_{yz} & \sigma'_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{bmatrix} \qquad (2.1)$$

Donde σ_x, σ_y, σ_z , τ_{xy}, τ_{yz} y τ_{zx} son las componentes del estado de esfuerzo original y σ'_x, σ'_y, σ'_z, τ'_{xy}, τ'_{yz} y τ'_{zx} son las componentes del estado de esfuerzo cuyos ejes coordenados han sido rotados. Los elementos de las dos matrices restantes son los cosenos directores cuyos subíndices relacionan a los sistemas coordenados original y rotado, como lo muestra la tabla 2.1.

Tabla 2.1 Cosenos directores que relacionan los sistemas coordenados original y rotado.

	X	Y	Z
X’	a_{11}	a_{12}	a_{13}
Y’	a_{21}	a_{22}	a_{23}
Z’	a_{31}	a_{32}	a_{33}

2.1.2 Esfuerzos principales

Con frecuencia es de interés determinar los máximos valores de esfuerzo normal y esfuerzo cortante que ocurren en una posición crítica de un componente, a estos esfuerzos se les denomina esfuerzos principales. En el caso tridimensional los valores de los esfuerzos principales son iguales a las raíces de la ecuación cúbica 2.2. Por convención el más grande de los tres esfuerzos principales es designado como σ_1 y el mas pequeño como σ_3.

$$\begin{aligned} &\sigma^3 - \sigma^2\left(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z\right) + \sigma\left(\sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_x\sigma_z - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{xz}^2\right) \\ &-\left(\sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx} - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{zx}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2\right) = 0 \end{aligned} \qquad (2.2)$$

Los esfuerzos cortantes son cero sobre los planos de los esfuerzos principales, sin embargo existen tres planos de máximo esfuerzo cortante, estos planos están rotados 45º de los ejes principales, los esfuerzos cortantes que actúan sobre estos planos son llamados esfuerzos cortantes principales y son calculados con las expresiones 2.3, 2.4 y 2.5.

$$\tau_{23} = \frac{|\sigma_2 - \sigma_3|}{2} \qquad (2.3)$$

$$\tau_{13} = \frac{|\sigma_1 - \sigma_3|}{2} \qquad (2.4)$$

$$\tau_{12} = \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2} \qquad (2.5)$$

2.2 Estado de deformación y deformaciones principales

Al igual que con el esfuerzo, seis componentes de deformación son necesarias para describir el estado de deformación en un punto de un cuerpo. Existen tres componentes de deformación normal ε_x, ε_y, ε_z y tres componentes de deformación cortante γ_{xy}, γ_{yz}, γ_{zx} para un sistema coordenado X-Y-Z.

La formulación utilizada para esfuerzo puede ser considerada valida para las deformaciones bajo las dos siguientes consideraciones: Las deformaciones normales ε_x, ε_y, ε_z son análogas a los esfuerzos normales σ_x, σ_y, σ_z, sin embargo, las deformaciones cortantes γ_{xy}, γ_{yz}, γ_{zx} divididas por dos son análogas a los esfuerzos cortantes τ_{xy}, τ_{yz} *y* τ_{zx}. Debido a esto el tensor de deformación sería el siguiente.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{\gamma_{xy}}{2} & \frac{\gamma_{xz}}{2} \\ \frac{\gamma_{xy}}{2} & \varepsilon_y & \frac{\gamma_{yz}}{2} \\ \frac{\gamma_{xz}}{2} & \frac{\gamma_{yz}}{2} & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

De esta manera las relaciones de transformación de esfuerzos y esfuerzos principales pueden utilizarse de manera análoga considerando las deformaciones si se sustituyen los esfuerzos normales por las deformaciones normales y los esfuerzos cortantes por un medio de las deformaciones cortantes.

2.3 Ley generalizada de Hooke

Los materiales sujetos a deformaciones que no exceden el límite de fluencia, pueden ser modelados bajo un comportamiento elástico cuya relación lineal entre los esfuerzos y las deformaciones está dada por la ley generalizada de Hooke. Expresada en forma matricial dicha ley está dada por la ecuación 2.6.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & \frac{-\nu}{E} & \frac{-\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu}{E} & \frac{1}{E} & \frac{-\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu}{E} & \frac{-\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{bmatrix} \qquad (2.6)$$

Donde *E*, es el módulo de elasticidad, ν es la relación de Poisson y G el módulo cortante. Estas ecuaciones muestran varios puntos importantes que relacionan a los esfuerzos y las deformaciones:

- Un esfuerzo normal aplicado sobre un plano produce deformaciones normales en los tres planos.
- Un esfuerzo normal no produce deformación cortante sobre el mismo plano.
- Un esfuerzo cortante produce deformación cortante en solo un plano.
- Un esfuerzo cortante no produce deformación normal sobre el mismo plano.

Se ha demostrado que solo dos constantes elásticas son independientes y la ecuación 2.7 las relaciona.

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \qquad (2.7)$$

2.4 Esfuerzo y deformación efectivos

El esfuerzo y deformación efectivos son empleados como medios de comparación entre un estado de esfuerzo o deformación multiaxial con un estado de esfuerzo o deformación uniaxial equivalente. Este criterio ha sido definido tal que la magnitud del esfuerzo efectivo para un estado complejo de esfuerzos iguale la resistencia a la fluencia estática uniaxial.

2.4.1 Esfuerzo y deformación cortante octaédricos

Es el criterio de esfuerzo efectivo más ampliamente utilizado, algunas veces es llamado criterio de von Mises ó de energía de distorsión. Este criterio considera un plano que corta a iguales distancias los ejes de esfuerzo principales, donde la dirección de los cosenos directores esta dada como:

$$a_{11} = a_{21} = a_{31} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Este plano es llamado plano octaédrico debido a que éste forma un lado de un octaedro regular con vértices a lo largo de los ejes de esfuerzo principales. Los dos esfuerzos cortantes actuantes en este plano pueden ser combinados dentro de un esfuerzo cortante

simple τ_{oct}, que puede ser calculado con las seis componentes del tensor de esfuerzo como se muestra en ecuación 2.8.

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2)} \qquad (2.8)$$

O en función de los esfuerzos principales como:

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \qquad (2.9)$$

De igual manera la deformación octaédrica puede ser calculada como:

$$\gamma_{oct} = \frac{2}{3}\sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_x - \varepsilon_z)^2 + \frac{3}{2}(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{xz}^2)} \qquad (2.10)$$

En una prueba de tensión uniaxial, el esfuerzo cortante octaédrico esta relacionado directamente con el esfuerzo de tensión aplicado como lo muestra la ecuación 2.11.

$$\tau_{oct} = \frac{\sqrt{2}}{3}\sigma_x \qquad (2.11)$$

De esta manera el esfuerzo octaédrico efectivo, $\bar{\sigma}$, que relaciona un estado de esfuerzos complejo con un esfuerzo uniaxial equivalente esta dado por la ecuación 2.12.

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2)} \qquad (2.12)$$

Similarmente una deformación efectiva, $\bar{\varepsilon}$, puede ser definida como:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{\sqrt{2}(1+\nu)}\sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_x - \varepsilon_z)^2 + \frac{3}{2}(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{xz}^2)} \qquad (2.13)$$

2.4.2 Superficie de fluencia de von Mises

Las funciones de fluencia definen las combinaciones de esfuerzo que inician la deformación plástica de un material. El criterio de fluencia de von Mises, basado en conceptos de energía, es el mas usado para modelar plasticidad de metales. Cuando se tienen condiciones de esfuerzo plano, la función de fluencia puede ser expresada como:

$$F = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2 - \sigma_{ys}^2 = 0 \qquad (2.14)$$

Donde σ_{ys} es la resistencia a la fluencia del material de una prueba de tensión uniaxial. La fluencia ocurre cuando la función es mayor que cero. Cuando la función de fluencia es mostrada en un sistema coordenado donde los ejes corresponden a los ejes de los esfuerzos principales σ_1 - σ_2, la función de fluencia de von Mises grafica una elipse.

2.5 Esfuerzos cíclicos

Hasta ahora se han mencionado solamente esfuerzos estáticos donde las esfuerzos principales y las orientaciones de los planos principales son fácilmente definidos. En el caso de carga cíclica, la orientación de los ejes principales y la magnitud de los esfuerzos principales puede cambiar con el tiempo, lo cual es un aspecto que complica significativamente el análisis de fatiga multiaxial.

2.5.1 Carga proporcional

Considere el eje mostrado en la figura 2.2 el cual está sujeto a esfuerzo cortante y esfuerzo axial cuyas magnitudes varían en el tiempo. Un nuevo sistema coordenado, X'-Y', el cual permanece fijo con respecto a los ejes del espécimen, X-Y, puede ser definido tal que $\sigma_{x'}$ = σ_1 en el punto A. Como se ilustra en la figura 2.2 el tamaño del circulo de Mohr cambia con el tiempo; sin embargo, X' siempre coincide con el eje del esfuerzo principal. Este es un ejemplo de *carga proporcional, el cual está definido como un estado en el que el*

esfuerzo varía a través del tiempo, pero la orientación de los ejes de los esfuerzos principales permanece fija con respecto a los ejes del componente.

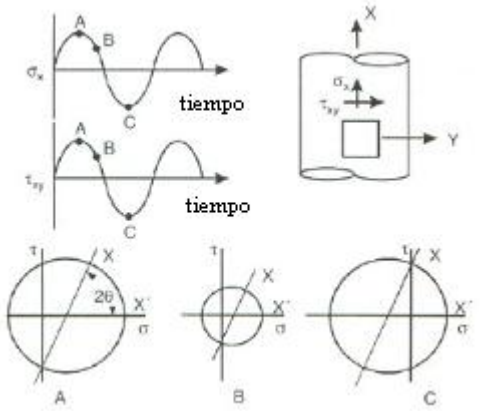


Figura 2.2 Carga multiaxial proporcional aplicada a un eje [7].

2.5.2 Carga no proporcional

Ahora considere la figura 2.3 donde el esfuerzo cortante varía con el tiempo, pero el esfuerzo axial permanece constante. Un eje X' se fija con respecto a X tal que $\sigma_{x'} = \sigma_1$ en el punto A. En este caso, $\sigma_{x'}$ no siempre coincide con el eje del esfuerzo principal. Este es un ejemplo de *carga no proporcional la cual puede ser definida como un estado de variación del esfuerzo en el tiempo, en el cual la orientación de los ejes del esfuerzo principal varía a través del tiempo con respecto a los ejes del componente.*

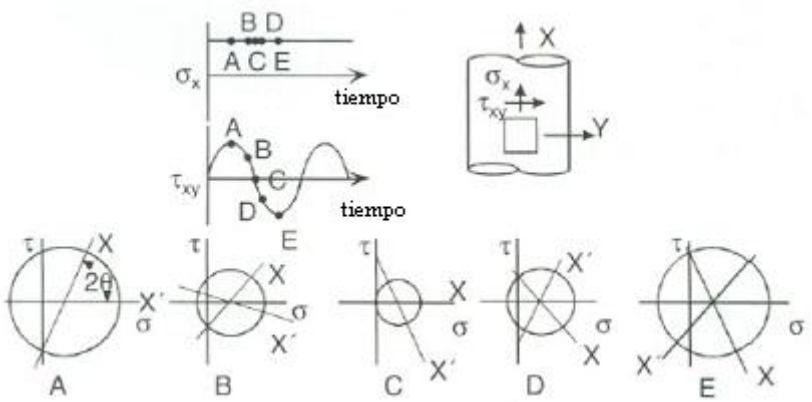


Figura 2.3 Carga multiaxial no proporcional aplicada a un eje [7].

III PRINCIPIOS DE FATIGA BASADA EN DEFORMACION

La aproximación de fatiga basada en la deformación considera la deformación plástica que puede ocurrir en regiones localizadas donde empiezan las grietas por fatiga. Los esfuerzos y deformaciones en tales regiones son analizados y usados como base para estimar la vida. Tal procedimiento permite consideraciones detalladas de situaciones de fatiga donde se involucra fluencia local, tal caso es frecuente para metales dúctiles a vidas relativamente cortas, sin embargo la aproximación también se aplica donde hay pequeña plasticidad y largas vidas.

3.1 Características de la aproximación de fatiga basada en deformación

Las características de la aproximación de fatiga basada en deformación se resaltan en la figura 3.1. Aquí los esfuerzos y deformaciones locales, σ y ε, son estimados donde el agrietamiento se localiza comúnmente, figuras 3.1 a) y 3.1 b). Los efectos de la fluencia local son incluidos utilizando la regla de Neuber, figura 3.1 d), para la cual se utiliza la curva Esfuerzo-Deformación Cíclica, figura 3.1 c), y la curva Deformación-Ciclos de vida, figura 3.1 e), para obtener el número de ciclos al inicio de la grieta.

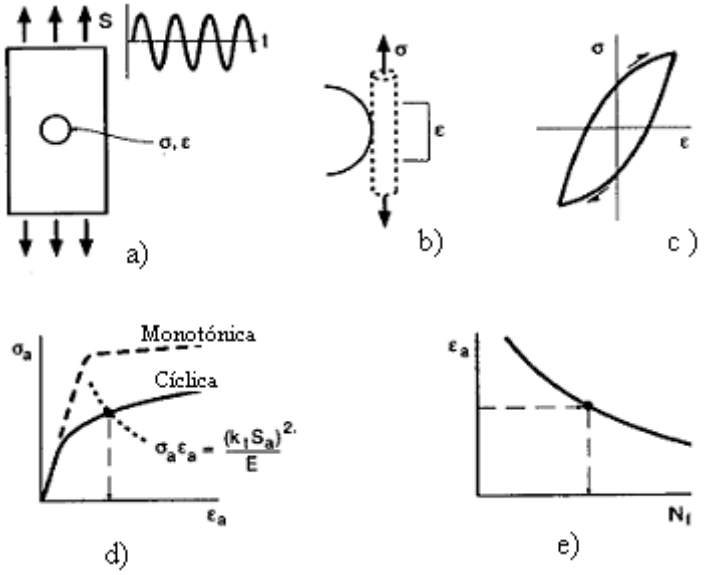


Figura 3.1 Aproximación de fatiga basada en deformación [3].

3.2 Curvas deformación-ciclos de vida (ε-N).

Una curva ε-N es un gráfico de la amplitud de deformación contra el número de ciclos a la falla. Esta es empleada por la aproximación de fatiga basada en deformación para hacer estimaciones de vida.

3.2.1 Pruebas y ecuaciones de la curva deformación-ciclos de vida (ε-N).

El procedimiento de prueba para obtener la curva ε-N es aplicar ciclos de deformación completamente invertidos (R = -1). Pruebas de carga axial en especimenes no muescados es lo más comúnmente empleado. Las deformaciones son medidas con un extensómetro ubicado en la zona de trabajo del espécimen y las pruebas son detenidas una vez que en el espécimen aparece una grieta originada por fatiga de un 1mm de longitud. Los resultados para diferentes amplitudes de deformación proporcionan la curva deseada.

Un diagrama esquemático y una curva obtenida de datos experimentales son mostradas en las figuras 3.2 y 3.3 respectivamente. Por lo general este tipo de curvas son graficadas en escalas logarítmicas en ambos ejes.

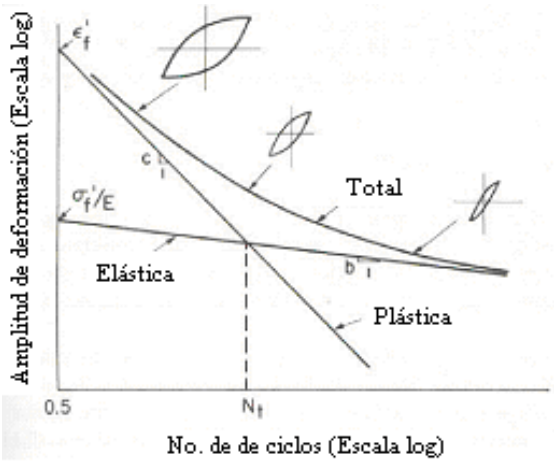


Figura 3.2 Curvas deformación – ciclos de vida elástica, plástica y total [3].

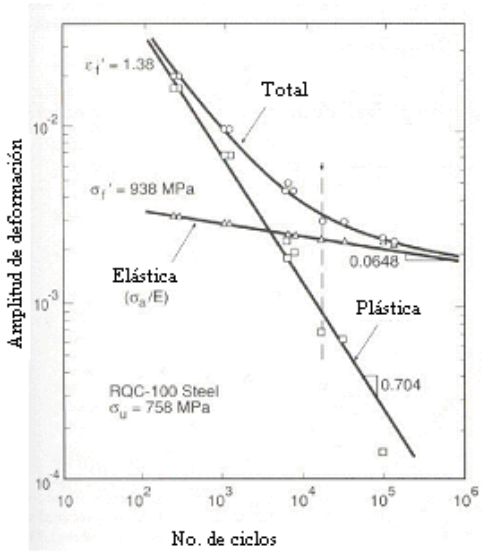


Figura 3.3. Curvas deformación-ciclos de vida elástica, plástica y total para el acero RCQ-100 [3].

La amplitud de la deformación puede dividirse en dos, la parte elástica y la parte plástica, como lo muestra la ecuación 3.1.

$$\varepsilon_a = \varepsilon_{ea} + \varepsilon_{pa} \qquad (3.1)$$

donde la amplitud de la deformación elástica está relacionada con la amplitud de esfuerzo por $\varepsilon_{ea} = \sigma_a / E$. La amplitud de la deformación plástica ε_{pa} es medida de la mitad del ancho de la curva de histéresis de la figura 3.1 c).

Si los datos de varias pruebas son graficados, las deformaciones elásticas frecuentemente dan una línea recta de pendiente baja en una gráfica log-log y las deformaciones plásticas una línea recta de pendiente empinada. Las ecuaciones que se ajustan a estas líneas son las siguientes [7]:

$$\varepsilon_{ea} = \frac{\sigma_a}{E} = \frac{\sigma_f'}{E}\left(2N_f\right)^b \qquad (3.2)$$

$$\varepsilon_{pa} = \varepsilon_f'\left(2N_f\right)^c \qquad (3.3)$$

Donde b y c son las pendientes en la gráfica log-log. La intersección de las constantes σ'_f/E y ε'_f son por convención evaluadas a $N_f = 0.5$ requiriendo el uso de $2N_f$ en las ecuaciones. Las 4 constantes necesarias son mostradas en la figura 3.2.

Combinando las ecuaciones 3.2 y 3.3 nos da una ecuación que relaciona la amplitud de la deformación total, ε_a, y la vida en número de ciclos:

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma'_f}{E}\left(2N_f\right)^b + \varepsilon'_f\left(2N_f\right)^c \qquad (3.4)$$

Las cantidades b, σ'_f, ε'_f y c son consideradas propiedades del material. Esta ecuación corresponde a la curva total en las Figuras 3.2 y 3.3. Para obtener N_f dado un valor de ε_a la forma matemática de esta ecuación requiere una solución gráfica o numérica. Una ecuación de esta forma es generalmente llamada relación de Coffin-Manson.

3.2.2 Observaciones de las curvas y ecuaciones ε-N.

En vidas largas, el primer término correspondiente a la deformación elástica de la ecuación 3.4, es dominante debido a que las deformaciones plásticas son relativamente pequeñas. De esta manera la curva se aproxima a la línea de deformación elástica, esto corresponde a una curva delgada de histéresis como se ve en la figura 3.2. De manera contraria en vidas cortas, las deformaciones plásticas son grandes comparadas con las deformaciones elásticas y la curva se aproxima a la línea de deformación plástica, por lo tanto la curva de histéresis es ancha. A vidas intermedias, cerca del punto de cruce de las líneas de deformación elástica y plástica, los dos tipos de deformación son de similar magnitud. El punto de cruce, N_t, es identificado como el punto de transición de la vida por fatiga. Una ecuación que relaciona N_t con las otras constantes puede ser obtenida usando la sustitución de $\varepsilon_{ea} = \varepsilon_{pa}$ combinando las ecuaciones 3.2 y 3.3, obteniendo:

$$N_t = \frac{1}{2}\left(\frac{\sigma'_f}{\varepsilon'_f E}\right)^{\frac{1}{c-b}} \qquad (3.5)$$

El valor de N_t es entonces el punto más lógico de separación entre fatiga en ciclos bajos y fatiga en ciclos altos.

3.2.3. Tendencias de los metales de ingeniería

Una evaluación de una gran cantidad de datos de metales de ingeniería permite hacer algunas generalizaciones y tendencias a ser expuestas con respecto a las curvas ε-N. La tendencia del comportamiento de los metales se muestra en la figura 3.4.

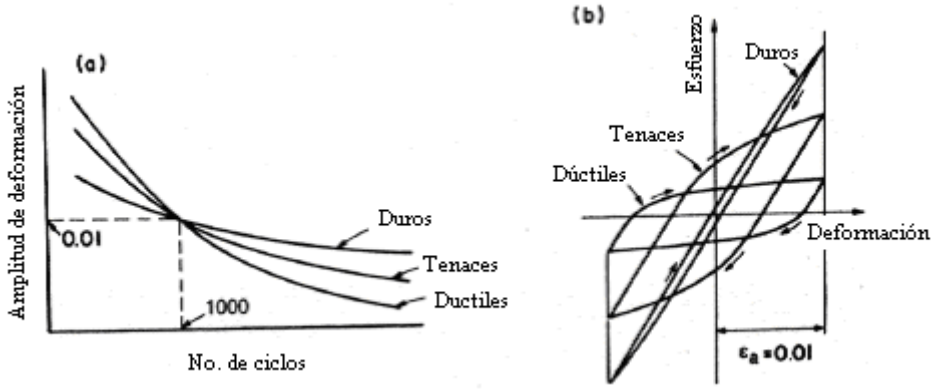


Figura 3.4 Tendencias de las curvas deformación – ciclos de vida a) y curva de histéresis b) para materiales duros, tenaces y dúctiles [3].

Algunas tendencias de las curvas ε-N para varios aceros se muestran en la figura 3.5.

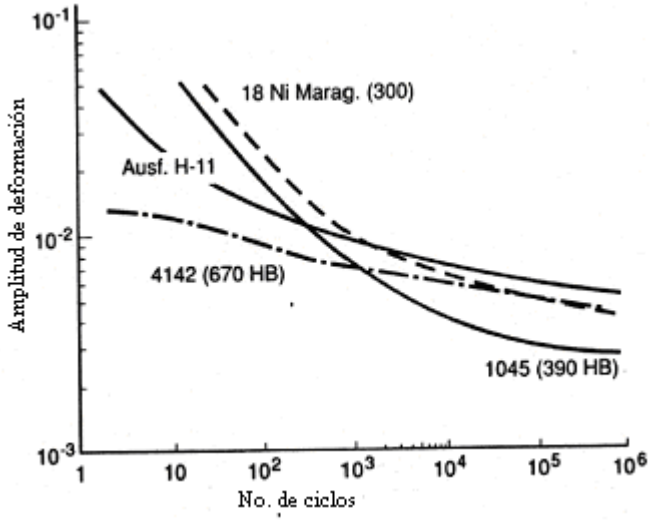


Figura 3.5 Curvas deformación ciclos de vida de cuatro aceros endurecidos representativos [3].

La figura 3.6 muestra la variación de N_t con las propiedades mecánicas graficando los valores de N_t contra la dureza para varios aceros. La dureza por supuesto varía inversamente con la ductilidad, así que N_t decrece conforme la dureza se incrementa.

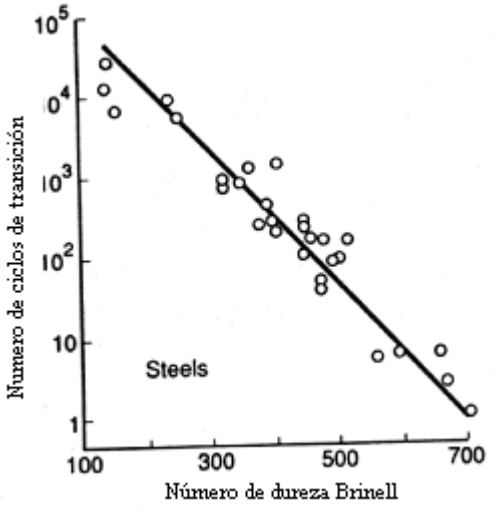


Figura 3.6 Transición de la vida por Fatiga vs. dureza para un amplio rango de aceros [3]

3.2.4 Efectos del Esfuerzo Medio.

Es necesario evaluar los efectos del esfuerzo medio en la aplicación de la aproximación basada en la deformación. En particular la curva ε-N para carga completamente invertida necesita ser modificada si se presenta esfuerzo medio. Es usual pensarlo para una familia de curvas, donde una en particular se usa dependiente del esfuerzo medio. En la figura 3.7 se muestran los datos de pruebas con esta situación para acero aleado.

La aproximación sugerida por J. Morrow [3] puede expresarse como una ecuación simple para la obtención de una familia de curvas ε-N y es la siguiente:

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_f^{'}}{E}\left(1-\frac{\sigma_m}{\sigma_f^{'}}\right)\left(2N_f\right)^b + \varepsilon_f^{'}\left(1-\frac{\sigma_m}{\sigma_f^{'}}\right)^{\frac{c}{b}}\left(2N_f\right)^c \qquad (3.6)$$

Esta ecuación es similar a la ecuación original ε-N excepto que la intercepción de las constantes es modificada por cualquier valor diferente de cero del esfuerzo medio.

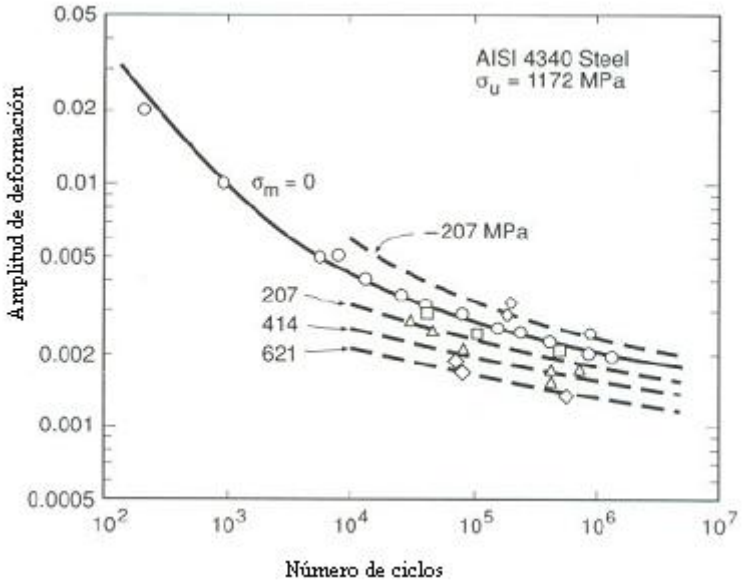


Figura 3.7 Familia de curvas ε-N para el acero AISI 4340, las curvas interrumpidas son graficadas para esfuerzo medio diferente de cero y fueron obtenidas con base a la ecuación de Morrow [3].

La siguiente modificación de la ecuación 3.6 es frecuentemente usada:

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_f^{'}}{E}\left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_f^{'}}\right)\left(2N_f\right)^b + \varepsilon_f^{'}\left(2N_f\right)^c \qquad (3.7)$$

A esta aproximación se le conoce como aproximación de Morrow modificada. El primer término (deformación elástica) es el mismo, pero la dependencia del esfuerzo medio ha sido eliminada del segundo término (deformación plástica). Esto tiene el efecto de reducir la estimación del esfuerzo medio a vidas relativamente cortas.

Por ultimo la corrección para esfuerzo medio propuesta por Smith, Watson, y Topper esta dada por:

$$\sigma_{\max}\varepsilon_a = \frac{\left(\sigma_f^{'}\right)^2}{E}\left(2N_f\right)^{2b} + \sigma_f^{'}\varepsilon_f^{'}\left(2N_f\right)^{b+c} \qquad (3.8)$$

Un procedimiento de graficación conveniente para esta aproximación es hacer una gráfica de $\sigma_{max}\varepsilon_a$ contra N_f usando la ecuación 3.8 la cual requiere solo las constantes de los datos de prueba para $\sigma_m = 0$. Entonces para cualquier situación que involucre un esfuerzo medio diferente de cero, habrá de introducir a esta gráfica el valor del producto $\sigma_{max}\varepsilon_a$ para obtener N_f.

Las tres aproximaciones anteriores son de uso actual y no existe ningún consenso de que cualquiera de ellas sea mejor a las otras [3]. La aproximación no modificada de Morrow parece trabajar razonablemente bien para aceros y en algunos casos da mejor resultado que el parámetro SWT. Una justificación para usar la aproximación modificada de Morrow es el efecto reducido del esfuerzo medio a vidas cortas.

3.3 Curva esfuerzo-deformación cíclica

Las curvas de histéresis de casi la mitad de la vida por fatiga son convencionalmente usadas para representar el comportamiento aproximadamente estable. Tales curvas pueden ser trazadas como se muestra en la figura 3.8.

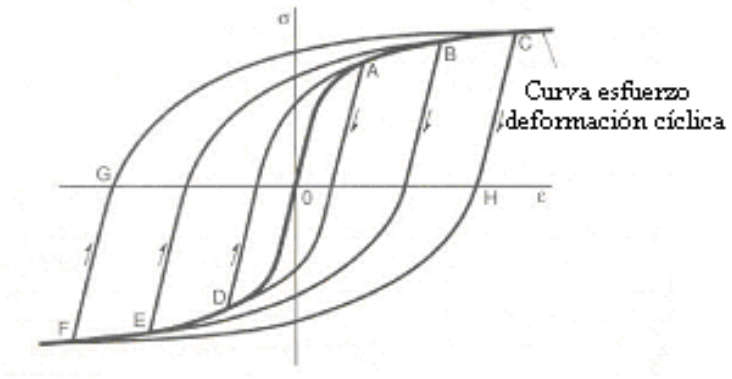


Figura 3.8 Curva esfuerzo-deformación cíclica definida como la unión de las puntas de las curvas de histéresis [3].

Una línea desde el origen que pasa a través de las puntas de las curvas, tal como O-A-B-C, es llamada curva esfuerzo-deformación cíclica. De este gráfico se observa que las amplitudes en tensión y compresión no difieren mucho. Sin embargo un promedio es frecuentemente usado. La curva de esfuerzo-deformación Cíclica es de este modo la relación entre las amplitudes de esfuerzos y amplitudes de deformación para cargas cíclicas.

Las ecuaciones comúnmente usadas para representar las curvas esfuerzo-deformación cíclica tienen la forma de la ecuación de Ramberg-Osgood [7] mostrada en la ecuación 3.9.

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_a}{E} + \left(\frac{\sigma_a}{H'}\right)^{\frac{1}{n'}} \qquad (3.9)$$

donde *H'* es el coeficiente de resistencia cíclica y *n'* es el exponente de endurecimiento por deformación cíclico. Estos dos parámetros se obtienen ajustando los resultados experimentales con la ecuación 3.9.

3.4 Regla de Neuber.

Existen algunas soluciones para determinar deformaciones de muescas durante la deformación plástica. Un análisis numérico, de elemento finito por ejemplo, puede ser usado, pero una relación elasto-plástica complica tal análisis e incrementa los costos comparados con un análisis lineal-elástico. La regla de Neuber ha sido desarrollada para estimar esfuerzos y deformaciones locales en muescas y a continuación se describirá brevemente. Esta regla sólo puede ser utilizada cuando se considera fluencia local y no aplica para fluencia completamente plástica. Partiendo de la curva esfuerzo-deformación elasto-plástica de un miembro muescado, como el de la Fig. 3.9, se resolverán numéricamente las ecuaciones 3.9 y 3.10 (Ecuación de Neuber) para obtener esfuerzos y deformaciones locales de muesca:

$$\sigma\varepsilon = \frac{(k_t S)^2}{E} \qquad (3.10)$$

Siendo *S* es el esfuerzo nominal y K_t el factor de concentración de esfuerzos. Para obtener una solución se grafican las ecuaciones 3.9 y 3.10 y el punto de intersección dará los valores deseados.

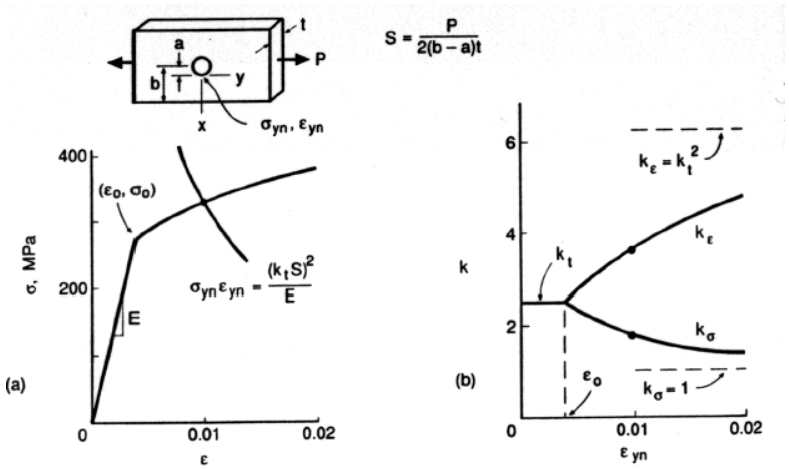


Figura 3.9 Curva esfuerzo deformación para un cuerpo muescado a) Puede usarse la regla de Neuber para estimar los esfuerzos y deformaciones locales en la muesca σ y ε, correspondiendo a un valor particular de esfuerzo nominal S. Los factores de concentración de esfuerzo, k_t varían como se indica en b) [3].

IV MODELOS MULTIAXIALES BASADOS EN DEFORMACIÓN

En la década de los cincuenta, Coffin y Manson demostraron, en forma independiente, una relación fundamental entre la deformación plástica y la vida por fatiga uniaxial en el régimen de ciclos bajos. Este descubrimiento correspondió a la necesidad de mejora en los diseños de una nueva clase de estructuras, como carcasas y turbinas, las cuales no podían ser diseñadas usando la estrategia de vida infinita. Actualmente existen diferentes criterios basados en deformación para analizar componentes sujetos a fatiga multiaxial, en este capítulo se analizarán algunos de ellos. Los modelos revisados en este capítulo utilizan parámetros solamente de deformación, o una combinación de parámetros de esfuerzo–deformación, y están asociados donde típicamente puede ocurrir plasticidad.

4.1 Modelos de fluencia estática

Aproximadamente diez años después de los trabajos de Coffin y Manson, fueron introducidas algunas versiones de fluencia estática basadas en deformación, como un intento de correlacionar los resultados de las pruebas de fatiga multiaxial en ciclos bajos. De esta manera se establecieron las siguientes teorías:

La teoría de máxima deformación normal expresada como:

$$\Delta\varepsilon_{eq} = \Delta\varepsilon_1 \qquad (4.1)$$

La teoría de deformación cortante máxima expresada como:

$$\frac{\Delta\gamma_{eq}}{2} = \frac{\Delta\varepsilon_1 - \Delta\varepsilon_3}{2} \qquad (4.2)$$

Y la más popular, la teoría de deformación cortante octaédrica:

$$\Delta\varepsilon_{eq} = \frac{1}{\sqrt{2}(1+\nu)}\sqrt{(\Delta\varepsilon_x - \Delta\varepsilon_y)^2 + (\Delta\varepsilon_y - \Delta\varepsilon_z)^2 + (\Delta\varepsilon_x - \Delta\varepsilon_z)^2 + \frac{3}{2}(\Delta\gamma_{xy}^2 + \Delta\gamma_{yz}^2 + \Delta\gamma_{xz}^2)} \qquad (4.3)$$

Sin embargo, en 1965 Yokobori [7] fue uno de los primeros en demostrar que la deformación equivalente no se correlacionaba con los datos de pruebas de torsión-tensión.

La figura 4.1 muestra los resultados experimentales para acero 1035 sobre la base de la deformación cortante octaédrica plástica. En esta figura se puede observar que la carga de torsión es menos dañina que la de tensión. Resultados similares fueron encontrados en diferentes materiales [7].

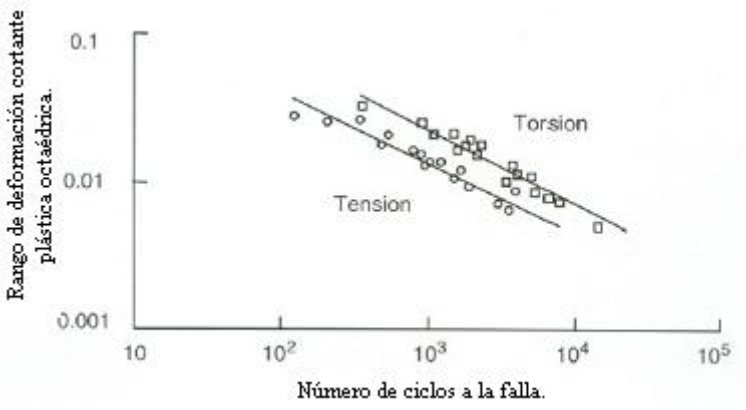


Figura 4.1 Rango de deformación cortante octaédrica contra el número de ciclos a la falla, de resultados experimentales de pruebas de torsión y tensión uniaxial [7].

4.2 Modelo de deformación equivalente Hoffmann-Seeger (HS)

El modelo Hoffman-Seeger utiliza la regla de Neuber para corregir los esfuerzos y deformaciones de un análisis elástico y es aplicable cuando la carga es proporcional. Si la carga es biaxial, Neuber por si solo es insuficiente, así que Hoffman y Seeger sugieren un método para extender el uso de la corrección de Neuber para carga multiaxial escribiendo ésta en términos de cantidades equivalentes y respetando las siguientes restricciones:

- Los ejes del esfuerzo y deformación principal están fijos en orientación.
- La curva esfuerzo-deformación uniaxial puede ser extendida para usarla con los parámetros de esfuerzo-deformación equivalente de von Mises.
- La regla de flujo de Henky y el comportamiento de memoria del material también son supuestos.

El método Hoffman-Seeger utiliza la regla de Neuber para realizar la corrección elastoplástica de la siguiente manera:

$$\frac{\left(K_t^{eq} S\right)^2}{E} = \sigma^{eq} \varepsilon^{eq} \qquad (4.4)$$

Donde σ^{eq} y ε^{eq} son respectivamente; el esfuerzo y deformación elastoplásticos equivalentes en la muesca. $K^{eq}{}_t$ es el factor de concentración de esfuerzo equivalente y el esfuerzo nominal S está definido de manera conveniente tal que relaciona al factor de concentración de esfuerzos con el esfuerzo principal elástico como se muestra en la ecuación 4.5.

$${}^{e}\sigma_1 = K_t S \qquad (4.5)$$

El esfuerzo de muesca equivalente elástico, ${}^{e}\sigma^{eq}$, es calculado de la función de fluencia de von Mises y las relaciones de esfuerzo elástico de la siguiente manera:

$$ {}^{e}\sigma^{eq} = \frac{{}^{e}\sigma_1}{\sqrt{2}}\sqrt{\left(1-\frac{{}^{e}\sigma_2}{{}^{e}\sigma_1}\right)^2+\left(1-\frac{{}^{e}\sigma_3}{{}^{e}\sigma_1}\right)^2+\left(\frac{{}^{e}\sigma_2}{{}^{e}\sigma_1}-\frac{{}^{e}\sigma_3}{{}^{e}\sigma_1}\right)^2} \qquad (4.6) $$

Así un factor de concentración de esfuerzo equivalente, K^{eq}_t, puede obtenerse como:

$$ K_t^{eq} = \frac{{}^{e}\sigma^{eq}}{S} \qquad (4.7) $$

y

$$ {}^{e}K^{eq} = \frac{K_t}{\sqrt{2}}\sqrt{\left(1-\frac{{}^{e}\sigma_2}{{}^{e}\sigma_1}\right)^2+\left(1-\frac{{}^{e}\sigma_3}{{}^{e}\sigma_1}\right)^2+\left(\frac{{}^{e}\sigma_2}{{}^{e}\sigma_1}-\frac{{}^{e}\sigma_3}{{}^{e}\sigma_1}\right)^2} \qquad (4.8) $$

De esta manera se puede resolver la ecuación 4.4 para encontrar el valor del esfuerzo y la deformación equivalentes en la muesca utilizando la relación de Ramberg-Osgood.

$$ \frac{\left(K_t^{eq}S\right)^2}{E} = \sigma^{eq}\varepsilon^{eq} = \frac{\left(\sigma^{eq}\right)^2}{E} + \sigma^{eq}\left(\frac{\sigma^{eq}}{K}\right)^{\frac{1}{n}} \qquad (4.9) $$

Para carga cíclica los valores de K y n deberán ser remplazados por K' y n' correspondientes a la curva esfuerzo–deformación cíclica. Así, este método utiliza la concentración de esfuerzos equivalente para tomar en cuenta el estado de esfuerzos multiaxial en una muesca.

La regla de Hencky puede ser utilizada para calcular los esfuerzos y deformaciones principales utilizando los esfuerzos y deformaciones equivalentes.

Las deformaciones plásticas, ${}^{p}\varepsilon_i$, son función de los esfuerzos desviadores, S_i.

$$ {}^{p}\varepsilon_i = \frac{3}{2}\frac{{}^{p}\varepsilon^{eq}}{\sigma^{eq}} S_i \qquad (4.10) $$

Esto permite una formulación generalizada de la ley de Hooke. Tomando en cuenta que el menor de los esfuerzos principales es igual a cero en la superficie libre ($\sigma_3 = 0$), queda:

$$ \varepsilon_1 = \frac{\varepsilon^{eq}}{\sigma^{eq}}\left(\sigma_1 - \bar{\bar{\nu}}\,\sigma_2\right) \qquad (4.11) $$

$$ \varepsilon_2 = \frac{\varepsilon^{eq}}{\sigma^{eq}}\left(\sigma_2 - \bar{\bar{\nu}}\,\sigma_1\right) \qquad (4.12) $$

$$ \varepsilon_3 = \frac{\varepsilon^{eq}}{\sigma^{eq}}\left(-\bar{\bar{\nu}}\left(\sigma_1 + \sigma_2\right)\right) \qquad (4.13) $$

donde:

$$ \bar{\bar{\nu}} = \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2} - \nu\right)\frac{\sigma^{eq}}{E\varepsilon^{eq}} \qquad (4.14) $$

Los esfuerzos principales pueden ser relacionados con el esfuerzo equivalente con el criterio de fluencia de von Mises:

$$ \sigma^{eq} = \sqrt{\frac{1}{2}\left[\left(\sigma_1 - \sigma_2\right)^2 + \sigma_1^2 + \sigma_2^2\right]} \qquad (4.15) $$

Estas últimas cuatro ecuaciones, 4.11 – 4.15, tienen cinco incógnitas (σ_1, σ_2, ε_1, ε_2 y ε_3) así que se debe asumir una condición para poder obtener los esfuerzos y deformaciones principales.

Dos suposiciones fueron investigadas por Hoffmann y Seeger, la primera de ellas es que la relación de los esfuerzos principales en la muesca permanece igual que en la solución elástica.

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{{}^e\sigma_2}{{}^e\sigma_1} \qquad (4.16)$$

La segunda suposición es que la relación de las deformaciones principales permanece igual que en la solución elástica.

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{{}^e\varepsilon_2}{{}^e\varepsilon_1} \qquad (4.17)$$

Cualquiera de las dos suposiciones puede ser adicionada al sistema de ecuaciones para encontrar los valores de deformaciones y esfuerzos desconocidos.

4.3 Modelos de plano crítico

Los modelos de plano crítico han sido desarrollados de observaciones experimentales de nucleación y crecimiento de las grietas durante los ciclos de carga. Dependiendo del material, estado de esfuerzos, ambiente y amplitud de la deformación, la vida a la fatiga será usualmente dominada por el crecimiento de una grieta a través de planos cortantes ó planos a tensión. Un modelo de plano crítico incorporará los parámetros dominantes que gobiernan en ambos tipos de crecimiento de grieta. *Los modelos exitosos deberán ser capaces de predecir la vida por fatiga y los planos de falla dominantes*. Debido a los diferentes modos de falla posibles, cortante dominante y tensión dominante, no se debe esperar que un modelo de daño simple correlacione los datos de prueba para todos los materiales en todos los regímenes de vida [7].

4.3.1 Modelo Wang-Brown (WB)

Brown y Miller revisaron mucha literatura disponible sobre fatiga multiaxial de ciclos bajos con un particular énfasis en la formación y crecimiento prematuro de grietas diferente al esfuerzo cortante octaédrico, deformación cortante octaédrica y máxima deformación cortante, los cuales no son efectivos describiendo la fatiga en el régimen de ciclos bajos. Brown y Miller llevaron a cabo pruebas de tensión-torsión con un rango de deformación cortante constante. El rango de la deformación normal sobre el plano de máxima deformación cortante cambiará con la relación de deformaciones tensión-torsión aplicadas. La figura 4.2 muestra estos datos.

Brown y Miller concluyeron que dos parámetros de deformación son necesarios para describir el proceso de fatiga. Ellos propusieron que la deformación cortante cíclica y la deformación normal cíclica sobre el plano de máxima deformación cortante deben ser considerados. Las deformaciones cortantes cíclicas ayudarán a nuclear las grietas y la deformación normal cíclica ayudará a que estas crezcan.

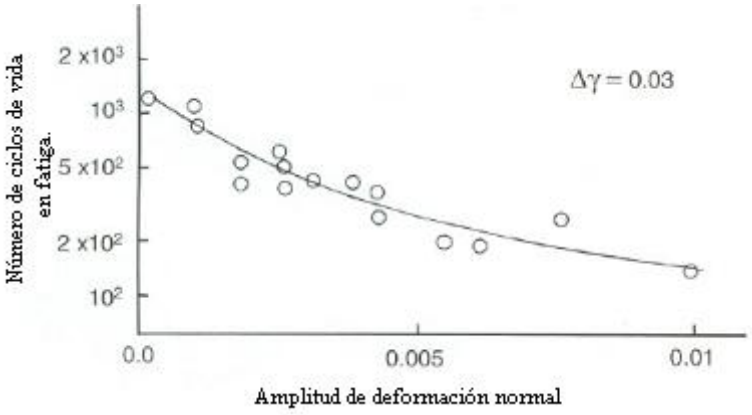


Figura 4.2 Influencia de la deformación normal [7]

Brown y Miller [7] consideraron la nucleación y crecimiento de grietas por fatiga y sugirieron que bajo condiciones de fatiga multiaxial las grietas pueden crecer en diferentes direcciones sobre la superficie. Los dos tipos de grietas posibles se muestran en la figura 4.3. Para casos de torsión pura, las grietas originadas son similares a las del caso A donde el esfuerzo cortante actúa sobre la superficie libre en una dirección paralela a la longitud de la grieta. Este tipo de grietas crecen a 90º de la superficie y no existe un esfuerzo cortante que actúe perpendicular a la superficie libre en dirección a la profundidad de la grieta y

consecuentemente la grieta tiende a ser poco profunda y con una relación de aspecto pequeña. Las grietas del caso B son originadas por condiciones de carga de tensión biaxial. Estas grietas tienden a crecer a 45º de la superficie y son profundas y cortas.

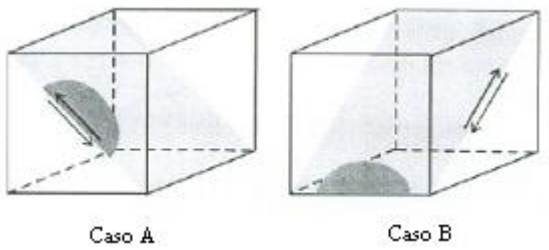


Figura 4.3 Tipos de grietas [7]

Para casos de tensión uniaxial las grietas tienden a crecer en cualquiera de los casos A y B, para cargas tensión-torsión siempre se generan grietas del caso A.

Brown y Miller propusieron criterios separados para cada tipo de grieta:

Caso A

$$\left(\frac{\Delta\gamma}{g}\right)^j + \left(\frac{\varepsilon_n}{h}\right)^j = 1 \qquad (4.18)$$

Caso B

$$\left(\frac{\Delta\gamma}{2}\right) = const \qquad (4.19)$$

Aquí *g*, *h* y *j* son constantes. El valor *j* va de 1 para materiales frágiles a 2 para materiales dúctiles.

Posteriormente Kandil, Brown y Miller [7] propusieron una formulación simplificada de la teoría para grietas del caso A:

$$\Delta\hat{\gamma} = \left(\Delta\gamma_{\max}^{\alpha} + S\Delta\varepsilon_n^{\alpha}\right)^{\frac{1}{\alpha}} \qquad (4.20)$$

Donde $\Delta\hat{\gamma}$ es el rango de deformación cortante equivalente y S es un parámetro dependiente del material que representa la influencia de la deformación normal sobre el crecimiento de la grieta y es determinado correlacionando los datos de pruebas axiales y torsionales. Aquí $\Delta\gamma_{max}$ es el máximo rango de deformación cortante y $\Delta\varepsilon_n$ es el rango de deformación normal sobre el plano que experimenta el rango de deformación cortante máxima $\Delta\gamma_{max}$.

Posteriormente Wang y Brown introdujeron el término del esfuerzo medio a la formulación y combinaron la ecuación 4.20, asumiendo $\alpha = 1$, con la ecuación deformación ciclos de vida uniaxial de Coffin-Manson.

De 4.20 la amplitud de deformación cortante equivalente fue formulada como:

$$\frac{\Delta\hat{\gamma}}{2} = \frac{\Delta\gamma_{\max}}{2} + S\Delta\varepsilon_n \qquad (4.21)$$

Para carga uniaxial:

$$\frac{\Delta\gamma_{\max}}{2} = (1+v)\frac{\Delta\varepsilon}{2} \qquad (4.22)$$

$$\Delta\varepsilon_n = (1-v)\frac{\Delta\varepsilon}{2} \qquad (4.23)$$

y

$$\frac{\Delta\hat{\gamma}}{2} = \frac{\Delta\varepsilon}{2}\left[(1+v) + S(1-v)\right] \qquad (4.24)$$

Considerando deformaciones plásticas y elásticas separadamente con los valores apropiados de la relación de Poisson resulta:

$$\frac{\Delta\gamma_{\max}}{2} + S\Delta\varepsilon_n = A\frac{\sigma_f^{'}}{E}\left(2N_f\right)^b + B\varepsilon_f^{'}\left(2N_f\right)^c \qquad (4.25)$$

Donde A = 1.3 + 0.7S

B = 1.5 + 0.5S

Los efectos del esfuerzo medio son incluidos usando la aproximación de Morrow, como lo muestra la ecuación 4.26, substrayendo el esfuerzo medio del coeficiente de resistencia a la fatiga y notando que el esfuerzo medio sobre el plano de máxima amplitud de deformación cortante,$\sigma_{n,mean}$, es la mitad del esfuerzo medio axial.

$$\frac{\Delta\gamma_{\max}}{2} + S\Delta\varepsilon_n = A\frac{\sigma_f^{'} - 2\sigma_{n,mean}}{E}\left(2N_f\right)^b + B\varepsilon_f^{'}\left(2N_f\right)^c \qquad (4.26)$$

El parámetro S de esta formulación puede ser determinada de las constantes materiales de las pruebas de tensión y torsión uniaxial como se muestra en la ecuación 4.27 [7].

$$S = \frac{\frac{\tau_f^{'}}{G}\left(2N_f\right)^{b\gamma} + \gamma_f^{'}\left(2N_f\right)^{c\gamma} - \left(1+\nu_e\right)\frac{\sigma_f^{'}}{E}\left(2N_f\right)^b - \left(1+\nu_p\right)\varepsilon_f^{'}\left(2N_f\right)^c}{\left(1-\nu_e\right)\frac{\sigma_f^{'}}{E}\left(2N_f\right)^b + \left(1+\nu_p\right)\varepsilon_f^{'}\left(2N_f\right)^c} \qquad (4.27)$$

De esta manera S no es constante, sino que varía con respecto a la vida.

4.3.2. Modelo Fatemi-Socie (FS)

Fatemi y Socie continuaron sobre el trabajo de Brown y Miller, pero sugirieron que el término de deformación normal debía ser remplazado por el de esfuerzo normal [7]. La figura 4.4 muestra esquemáticamente la base conceptual de éste modelo de daño,

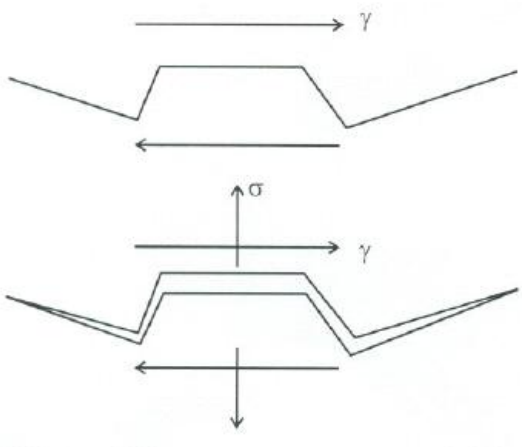


Figura 4.4 Base física para el modelo de Fatemi-Socie [7].

donde se ilustra la superficie de la grieta formada irregularmente como resultado de las fuerzas de fricción durante la carga cortante. Dichas fuerzas reducirán los esfuerzos en la punta de la grieta, impidiendo su crecimiento e incrementando la vida por fatiga. Los esfuerzos y las deformaciones de tensión separarán las superficies de la grieta y reducirán las fuerzas de fricción. Evidencia fractográfica para este comportamiento ya a sido obtenido [7]. Fractografías de especímenes que han fallado por torsión pura muestran un extensivo frotamiento y éste es relativamente menos característico en las fractografías de pruebas de tensión en las cuales se observan bandas de deslizamiento individuales sobre la superficie de fractura [7].

El modelo de daño de la ecuación 4.28 fue propuesto por Fatemi-Socie y es interpretado como la deformación cortante cíclica modificada por el esfuerzo normal.

$$\frac{\Delta\gamma}{2}\left(1+k\frac{\sigma_{n.\max}}{\sigma_y}\right)=\frac{\tau_f^{'}}{G}\left(2N_f\right)^{b\gamma}+\gamma_f^{'}\left(2N\right)^{c\gamma} \qquad (4.28)$$

En este modelo $\tau_f^{'}$, b_γ, c_γ y $\gamma_f^{'}$ son los parámetros de la ecuación de Coffin-Mason de deformación cortante. La sensibilidad de un material para el esfuerzo normal esta reflejado en el valor k/σ_y, como una primera aproximación se pueden tomar $k = 1$ y $\sigma_y = \sigma_f^{'}$ [7]. Este

modelo no solo explica la diferencia entre cargas de torsión y tensión, también puede ser utilizado para describir los efectos del esfuerzo medio. Las propiedades cortantes deformación – ciclos de vida pueden ser estimadas de las constates de ecuación de Coffin-Manson como se muestra en la tabla 4.1.

Tabla 4.1 Aproximación de constantes de la ecuación de la curva γ-N [7].

	Axial	Cortante
Coeficiente de resistencia a la fatiga	σ_f'	$\tau_f' \approx \frac{\sigma_f'}{\sqrt{3}}$
Exponente de resistencia a la fatiga	b	$b_\gamma = b$
Coeficiente de ductilidad a la fatiga	ε_f'	$\gamma_f' \approx \sqrt{3}\varepsilon_f'$
Exponente de ductilidad a la fatiga	c	$c_\gamma \approx c$
Módulos	E	G

El parámetro *k* del modelo de Fatemi-Socie puede ser determinado de las constantes materiales de las pruebas de tensión y torsión uniaxial como se muestra en la ecuación 4.29 [7].

$$k = \left[\frac{\frac{\tau_f'}{G}(2N_f)^{b\gamma} + \gamma_f'(2N_f)^{c\gamma}}{1.3\frac{\sigma_f'}{E}(2N_f)^{b} + 1.5\varepsilon_f'(2N_f)^{c}} - 1 \right] \frac{2K'(0.002)^{n'}}{\sigma_f'(2N_f)^{b}} \qquad (4.29)$$

De esta manera k no es constante, pero varia con respecto a la vida.

4.3.3. Modelo Smith-Watson-Topper (SWT)

Los modelos de plano crítico de Brown-Miller y Fatemi-Socie han sido desarrollados usando materiales para los cuales el mecanismo de falla dominante es cortante durante la nucleación y crecimiento de la grieta. Un modelo de daño alternativo es necesario para materiales que fallan predominantemente debido al crecimiento de grietas sobre los planos

de máxima deformación o esfuerzo normales. En estos materiales las grietas nuclean en cortante, pero poco después la vida es controlada por el crecimiento de la grieta sobre planos perpendiculares al máximo esfuerzo y deformación principales como se muestra en la figura 4.5.

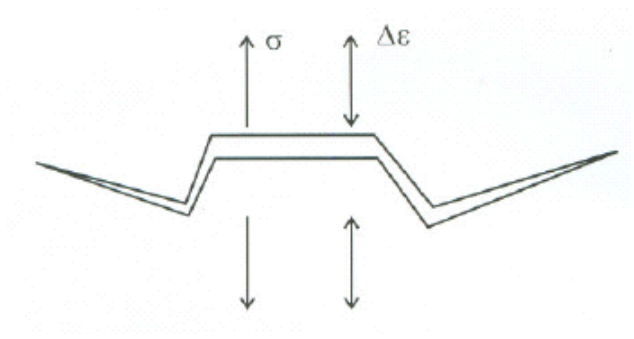


Figura 4.5 Crecimiento de grieta a tensión [7].

Smith [3] propuso una relación que incluye el rango de deformación cíclica y el esfuerzo máximo. Este modelo es conocido comúnmente como parámetro SWT y fue desarrollado originalmente como una corrección para el esfuerzo medio en condiciones de carga uniaxial.

El parámetro SWT [7] para carga multiaxial esta basado en el rango de deformación principal, $\Delta\varepsilon_1$, y el máximo esfuerzo sobre el plano que contiene el rango de deformación principal, $\sigma_{n.max}$, como se muestra en la ecuación 4.30. El parámetro SWT puede ser usado en el análisis de componentes cargados de manera proporcional y no proporcional, construidos de materiales que fallan bajo el modo de carga I.

$$\sigma_{n,\max}\frac{\Delta\varepsilon_1}{2}=\frac{\sigma_f^{'2}}{E}\left(2N_f\right)^{2b}+\sigma_f^{'}\varepsilon_f^{'}\left(2N_f\right)^{b+c} \qquad (4.30)$$

El término de esfuerzo en este modelo hace a éste apropiado para describir el efecto del esfuerzo medio durante carga multiaxial.

V ENGRANES RECTOS

La primera referencia conocida de los engranes se encuentra en un tratado de Herón de Alejandría del año 100 A.C [8]. Actualmente los engranes se usan ampliamente en todos los tipos de mecanismos y máquinas, desde abrelatas hasta barcos portaviones. Siempre que sea necesaria la velocidad o un par de torsión en un dispositivo los engranes podrán ser utilizados. Los engranes del diferencial de un automóvil, por ejemplo, trabajan en recorridos de 160 000 km o más, antes de que sea necesario remplazarlos. Se aprecia el

hecho de que el diseño y fabricación de estos elementos es algo verdaderamente notable debido a que son elementos de máquina de uso muy frecuente y extenso.

En este capitulo se abarcará la descripción general de los engranes rectos, su nomenclatura y el enfoque de diseño AGMA para resistir la falla por flexión para engranes con un ángulo de presión de 20º y de altura completa.

5.1 Descripción general de los engranes rectos

Los engranes rectos son aquellos cuyos dientes son paralelos al eje de rotación del engrane y sólo pueden conectarse si sus ejes de rotación son paralelos. El perfil del diente generalmente es curvo y tiene la forma de una involuta. La figura 5.1 muestra un engrane cilíndrico recto.

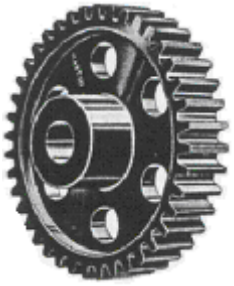


Figura 5.1 Apariencia de un engrane recto [8].

5.2 Nomenclatura de los engranes

La medida estándar del tamaño de un diente de un engrane en el sistema métrico es el *módulo*, mientras que en el sistema inglés esta medida se define como *paso diametral*. Los significados son los siguientes:

- El módulo está definido como milímetros de diámetro de paso por diente.
- El paso diametral es el número de dientes por pulgada de diámetro de paso.

Matemáticamente están relacionados como se muestra en la ecuación 5.1.

$$Modulo = \frac{25.400}{Paso\_Diametral} \qquad (5.1)$$

La figura 5.2 muestra dos dientes de un engrane recto con su terminología estándar.

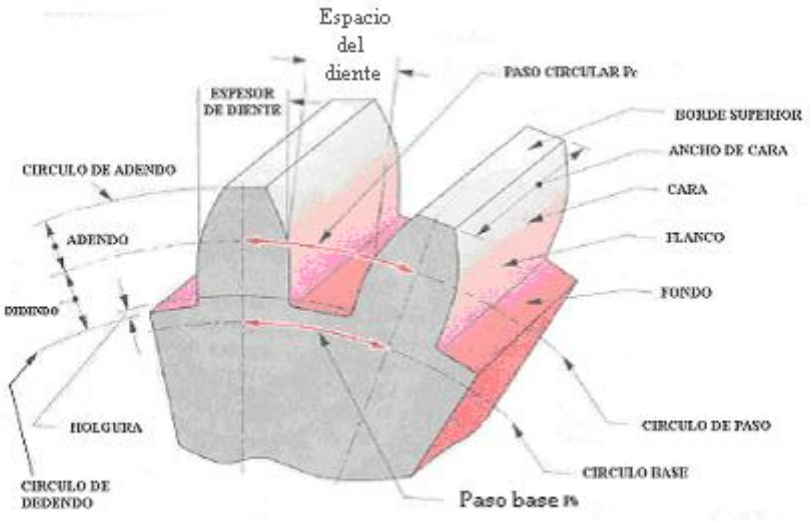


Figura 5.2 Nomenclatura de los dientes de un engrane recto [8].

El círculo de paso es el lugar geométrico en que generalmente están basados los cálculos. Las circunferencias de paso entre dos engranes conectados son tangentes entre sí. El paso circular, p_c, es la distancia, entre un punto determinado de un diente y el correspondiente de un inmediato medida sobre la circunferencia de paso. De aquí que, el paso circular es igual a la suma del espesor del diente y el espacio del diente.

El *adendo a* es la distancia entre el tope del diente y la circunferencia de paso. El *dedendo b* es la distancia radial desde la circunferencia de *dedendo* hasta la circunferencia de paso. La altura total h de un diente es la suma del *dedendo* y el *adendo.*

La *circunferencia de holgura* de un engrane es la circunferencia tangente a la de *adendo* del engrane conectado. El claro circunferencial, es la diferencia del espacio entre dos dientes consecutivos y el grueso de diente del otro engrane, medidas sobre la circunferencias de paso.

5.2.1 Relaciones importantes:

$$P = \frac{N}{d} \qquad (5.2)$$

donde: P es el paso diametral (dientes/pulg), N es el número de dientes y d el diámetro de paso, (pulg).

$$m = \frac{d}{N} \qquad (5.3)$$

donde*:* m es el módulo (mm) y d es el diámetro de paso (mm).

$$p_c = \frac{\pi d}{N} \qquad (5.4)$$

siendo p_c el paso circular.

La tabla 5.1 muestra especificaciones de la AGMA para dientes de altura completa estandarizadas en base al concepto de paso diametral [8].

Tabla 5.1 Especificaciones de la AGMA para dientes de engrane de altura total [8].

Parámetro	Paso Grueso (P<20)	Paso Fino (P>=20)
Ángulo de Presión	20º ó 25º	20º
Adendo	1.000/P	1.000/P
Dedendo	1.250/P	1.250/P
Profundidad de Trabajo	2.000/P	2.000/P
Profundidad Total	2.250/P	2.200/P+0.002 pulg.
Espesor de diente circular	1.571/P	1.571/P
Radio de Filete: Cremallera básica	0.300/P	No estandarizado
Holgura Básica Mínima	0.250/P	0.200/P+0.002 pulg.
Ancho Mínimo de Tope	0.250/P	No estandarizado
Holgura (Dientes Esmerilados y Pulidos)	0.350/P	0.350/P+0.002 pulg.

5.3 Carga aplicada sobre el diente de un engrane

La fuerza originada por el contacto de un par de dientes está orientada a lo largo de una línea de acción que no cambia de dirección y es tangente a los círculos base de ambos engranes conectados [1]. La figura 5.3 muestra la fuerza que actúa en un solo diente sobre el circulo de paso así como sus componentes tangencial (W_t) y radial (W_r). Cabe señalar que esta fuerza se desplaza a lo largo del perfil del diente conforme se va generando el contacto.

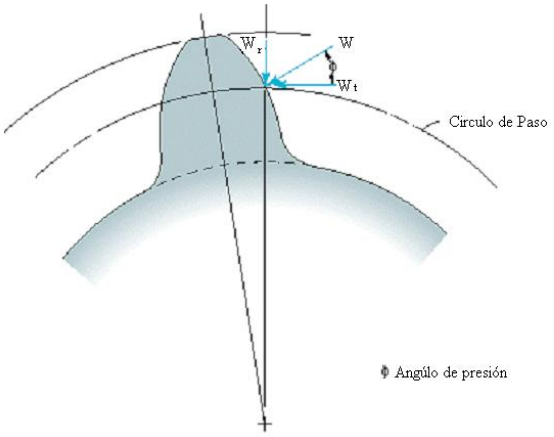


Figura 5.3 Carga aplicada en el diente un engrane [8].

5.3.1 Carga critica

En casi todos los pares de engranes la relación de contacto es lo suficientemente grande para poner un segundo par de dientes en contacto, antes de que un solo par alcance la condición de carga en la punta, de esta manera, la posición que genera el mayor daño en la raíz del diente ocurre cuando un par de dientes sostiene toda la carga, justo antes de que otro par de dientes entre en contacto [9]. La figura 5.4 muestra cómo localizar la posición de la carga crítica en un engrane recto. Note que el primer punto de contacto ha avanzado solo un paso base (P_b) de la figura 5.2.

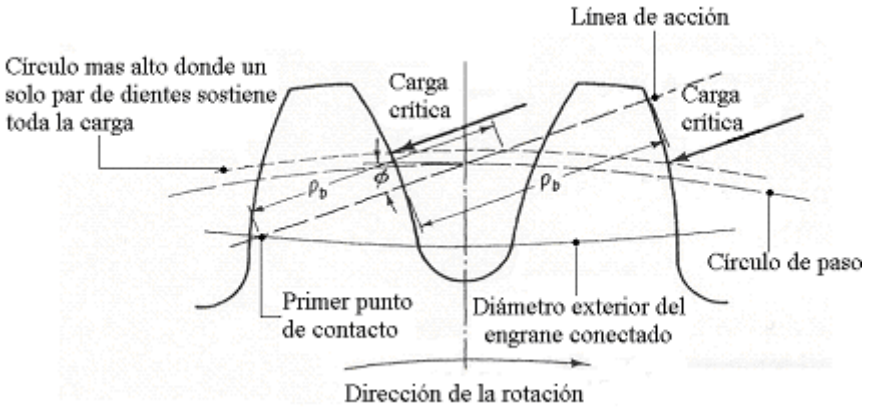


Figura 5.4 Gráfico para localizar la posición de la carga crítica en el diente de un engrane recto [9].

5.4 Enfoque AGMA en el diseño de engranes para resistir fallas a flexión.

La *American Gear Manufacturers Association* (AGMA) a sido por muchos años la autoridad responsable de la divulgación de información referente al diseño y análisis de los

engranes. En esta parte del capítulo nos hemos restringido al enfoque de la AGMA para resistir la falla por flexión, eligiendo un ángulo de presión de 20º y utilizando dientes de tamaño o altura completa tomando como base la referencia [10].

El enfoque de la AGMA para determinar la capacidad de carga en la raíz del diente del engrane, utiliza la siguiente comparación entre el esfuerzo máximo en la raíz del diente y el esfuerzo de flexión permisible:

$$\frac{W_t K_a}{K_v} \frac{1.0}{Fm} \frac{K_s K_m}{J} \leq \frac{S_t K_L}{K_T K_R} \qquad (5.5)$$

Donde el primer miembro de la desigualdad involucra al esfuerzo máximo en la raíz del diente y el segundo miembro involucra el esfuerzo de flexión permisible, S_t. La siguiente es la descripción de cada uno de los términos de la desigualdad: W_t = Carga tangencial, K_a = Factor de aplicación, K_v = Factor dinámico, m = Módulo, F = Ancho de cara, K_s = Factor de tamaño, K_m = Factor de distribución de carga, J = Factor geométrico, S_t = Resistencia a la flexión según la AGMA, K_L = Factor de duración, K_T = Factor de temperatura y K_R = Factor de confiabilidad.

5.4.1 Descripción de los factores involucrados en el enfoque AGMA

La tabla 5.2 muestra los valores de resistencia a la flexión S_t según AGMA, para diferentes materiales. Estos valores deben limitarse al análisis de problemas relativos a engranes.

Tabla 5.2 Valores de la resistencia a la flexión según la AGMA para diferentes materiales [10].

MATERIAL	CLASE AGMA	DESIGNACIÓN COMERCIAL	TRATAMIENTO TÉRMICO	DUREZA MÍNIMA EN LA SUPERFICIE	NÚCLEO	S_t psi	S_t MPa
Acero	De A-1 a A-5	—	Templado completo y revenido	180 BHN	—	25–33 000	(170–230)
				240 BHN	—	31–41 000	(210–280)
				300 BHN	—	36–47 000	(250–320)
				360 BHN	—	40–52 000	(280–360)
				400 BHN	—	42–56 000	(290–390)
			Endurecido por flameo o inducción con patrón de tipo A	50–54 HRC	—	45–55 000	(310–380)
			Endurecido por flameo o inducción con patrón de tipo B		—	22 000	(150)
			Carburizado y endurecido en la superficie	55 HRC	—	55–65 000	(380–450)
				60 HRC	—	55–70 000	(380–480)
		AISI 4140	Nitrurizado*	48 HRC	300 BHN	34–45 000	(230–310)
		AISI 4340	Nitrurizado*	46 HRC	300 BHN	36–47 000	(250–325)
		Nitrallos 135M	Nitrurizado*	60 HRC	300 BHN	38–48 000	(260–330)
		2½% de cromo	Nitrurizado*	54–60 HRC	350 BHN	55–65 000	(380–450)
Hierro fundido	20		Según es fundido	—	—	5000	(35)
	30		Según es fundido	175 BHN	—	8500	(69)
	40		Según es fundido	200 BHN	—	13 000	(90)
Hierro nodular (dúctil)	A-7-a	60-40-18	Recocido, templado y revenido	140 BHN	—	90-100% de S_t para acero de la misma dureza	
	A-7-c	80-55-06		180 BHN	—		
	A-7-d	100-70-03		230 BHN	—		
	A-7-e	120-90-02		270 BHN	—		
Hierro maleable (perlítico)	A-8-c	45007	—	165 BHN	—	10 000	(70)
	A-8-e	50005	—	180 BHN	—	13 000	(90)
	A-8-f	53007	—	195 BHN	—	16 000	(110)
	A-8-i	80002	—	240 BHN	—	21 000	(145)
Bronce	Bronce 2	AGMA 2C	Fundido en molde de arena Fundido en molde de arena	Resistencia (última) mínima a la tensión 40 000 lb/in² (275 MPa)		5 700	(40)

Factor geométrico *J*

El factor geométrico, *J*, tiene la función de introducir el efecto de la forma del diente en la ecuación de esfuerzo. Este factor puede obtenerse utilizando la figura 5.5 para engranes rectos con un ángulo de presión de 20º y altura completa.

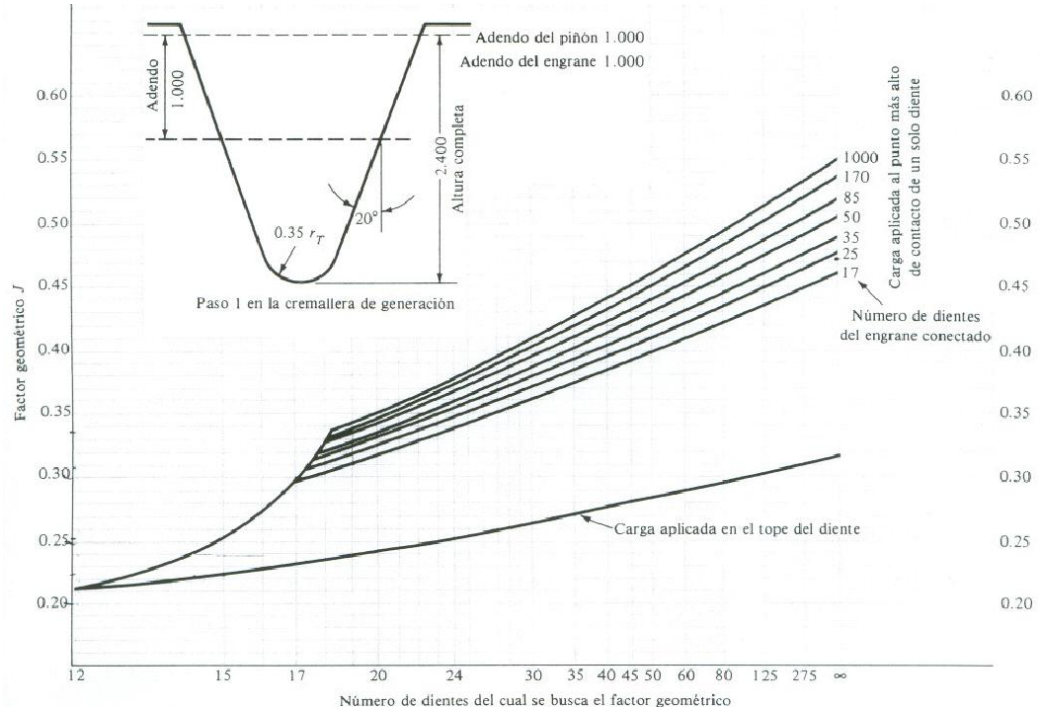


Figura 5.5 Factor geométrico J en función del número de dientes de los engranes conectados [10].

Factor dinámico K_v

El factor dinámico K_v esta definido como:

$$K_v = \left[\frac{A}{A + (200V)^{1/2}} \right]^B$$

donde:

$$A = 50 + 56(1 - B)$$

$$B = \frac{(12 - Q_v)^{2/3}}{4}$$

$$V = Velocidad\ \_en\_la\_linea\_de\_paso(m/s)$$

Q_v = Índice de nivel de exactitud en la transmisión.

Factor de aplicación K_a

El factor de aplicación K_a, tiene la finalidad de compensar el hecho de que se presenten casos donde la carga real excede a la carga tangencial nominal. Los factores de aplicación suelen asignarse con base en la opinión del ingeniero de diseño, sin embargo una larga lista de factores de aplicación pueden encontrarse en [25].

Factor de tamaño K_s

La recomendación de AGMA para el factor de tamaño, K_s, es que se utilice un factor de tamaño igual a la unidad para la mayoría de los engranes "siempre que se haga una elección adecuada del acero para el tamaño de la pieza, tratamiento térmico, el proceso de templado y endurecido". La presencia del factor de tamaño en las formulas de esfuerzo es un recordatorio importante de que siempre debe evaluarse el efecto, cuando se considera que tales efectos están presentes, debe utilizarse un factor mayor a la unidad.

Factor de distribución de carga K_m

El factor de distribución de carga K_m depende del ancho de cara y condición del soporte y puede obtenerse utilizando la tabla 5.3. Este factor pretende tomar en cuenta:

- Desalineamiento de los ejes geométricos de rotación por algún motivo.
- Desviaciones del avance.
- Deflexiones elásticas causadas por la carga en ejes o árboles, cojinetes o en alojamiento.

Tabla 5.3 Factor de distribución de carga K_m [10]

CONDICIÓN DE SOPORTE	ANCHO DE CARA F, en (mm)			
	≤2(50)	6(150)	9(225)	≥16(400)
Montaje exacto, bajas holguras de cojinetes, deflexiones mínimas, engranes de precisión	1.3 [1.2]	1.4 [1.3]	1.5 [1.4]	1.8 [1.7]
Montajes menos rígidos, engranes menos precisos, contacto a todo lo ancho de la cara	1.6 [1.5]	1.7 [1.6]	1.8 [1.7]	2.0 [2.0]
Exactitud y montaje de modo que exista contacto incompleto con la cara	>2.0 [>2.0]			

Factor de duración K_L

Las resistencias AGMA de la tabla 5.2 están basadas en vidas de 10^7 ciclos de carga. El objetivo del factor de duración K_L consiste en modificar estas resistencias para obtener duraciones distintas a 10^7. La figura 5.6 puede utilizarse para obtener valores de este factor. Obsérvese que para 10^7 ciclos $K_L = 1.0$.

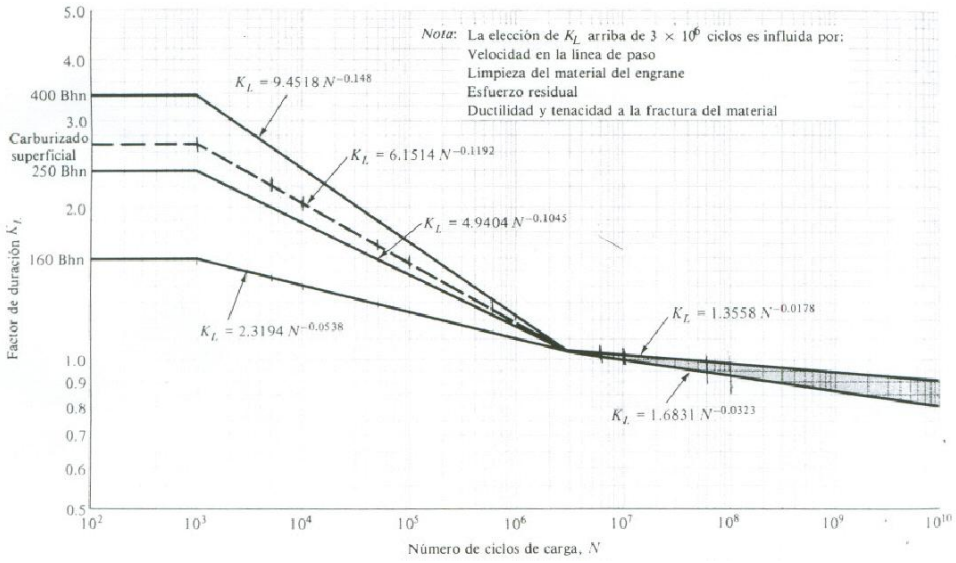


Figura 5.6 Factor de duración K_L [10].

Factor de confiabilidad K_R

Las resistencias de la AGMA presentadas en la tabla 5.2 se basan en la confiabilidad R = 0.99, correspondiente a 10^7 ciclos de duración. Para obtener otras confiabilidades utilícese la tabla 5.4.

Tabla 5.4 Factor de confiabilidad [10].

Confiabilidad	K_R
0.9	0.85
0.99	1.00
0.999	1.25
0.9999	1.50

Factor de temperatura K_T

Para temperaturas del aceite y del cuerpo del engrane hasta de 120 ºC debe usarse un factor de 1. En el caso de temperaturas mas altas, este factor debe ser mayos de la unidad.

VI PROPIEDADES A LA FATIGA DEL ACERO CARBURIZADO

Las propiedades a la fatiga necesarias para realizar el análisis de fatiga multiaxial fueron obtenidas experimentalmente para dos espesores de capa endurecida del acero carburizado. Los resultados experimentales, así como la descripción de la metodología para realizar los ensayos de microdureza Vickers, tensión uniaxial, fatiga en ciclos altos y fatiga en ciclos bajos son presentados en este capitulo. Adicionalmente se presentan los equipos de prueba utilizados.

6.1 Caracterización del material

El material del que está hecho el engrane es acero carburizado AISI 8620. La composición química del material sin tratar se muestra en la tabla 6.1. Estos valores se obtuvieron usando un espectrómetro de emisión de chispa.

Tabla 6.1 Composición química del acero AISI 8620 antes del carburizado obtenida usando el espectrómetro de emisión de chispa.

	C	Si	Mn	P	S	Cr	Mo	Ni
% en peso	0.183	0.324	0.620	0.017	0.027	0.481	0.243	1.768

Se consideraron dos grupos de especímenes denominados G1 y G2 en función del espesor de capa endurecida obtenido después del carburizado. La tabla 6.2 muestra el espesor de capa endurecida para cada grupo, el cual es definido como la distancia de la superficie al punto donde se alcanza una dureza de 550 HV [26]. Cada grupo estuvo constituido de una probeta para realizar el ensayo de tensión uniaxial, seis probetas para realizar los ensayos de fatiga de ciclos altos, cinco probetas para realizar los ensayos de fatiga de ciclos bajos y una probeta para realizar el perfil de microdureza. A lo largo del capítulo se detallará la geometría de cada tipo de probeta así como los ensayos.

Tabla 6.2 Espesores de capa endurecida para G1 y G2 obtenido mediante el perfil de microdureza figura 6.3.

Grupo	Espesor de Capa Endurecida (mm)
G1	1.0
G2	1.1

6.2 Metodología experimental

La metodología utilizada para realizar los ensayos está basada en la normatividad correspondiente a cada tipo como se muestra a continuación:

- Ensayo de microdureza Vickers: Basado en la norma ASTM E 384 [11].
- Ensayo de tensión uniaxial: Basado en la norma ASTM E 8 [12] y ASTM E 646 [13].
- Ensayo de fatiga de ciclos altos: Basado en las normas DIN 50100 [14] y DIN 50113 [15].
- Ensayo de fatiga con deformación controlada: Basado en la norma ASTM E 606 [16].

Los apéndices C, D, E y F muestran los procedimientos utilizados para realizar los ensayos de microdureza Vickers, tensión uniaxial, fatiga de ciclos altos y fatiga con deformación controlada, respectivamente.

6.3 Ensayo de microdureza Vickers

La prueba de microdureza Vickers es una prueba de dureza que utiliza un microdurómetro calibrado para forzar a un indentador de diamante a penetrar en la muestra que está siendo evaluada. La fuerza de prueba aplicada va de un alcance de 1 grf a 1000 grf. Posterior a la indentación se mide la longitud de las diagonales con un microscopio óptico y es calculado el número de dureza Vickers.

El número de dureza Vickers es una expresión de dureza que se obtiene dividiendo la carga aplicada (grf) entre el área de indentación (μm^2). El área de indentación es calculada utilizando la media de las diagonales medidas en la impresión hecha por el indentador. La formula 6.1 es utilizada para calcular el número de dureza Vickers.

$$HV = \frac{(184.4)(P)}{d_m^2} \qquad (6.1)$$

Donde :

P = Carga (grf)

d_m = Longitud promedio de la diagonal de indentación (μm).

El indentador Vickers es un indentador de diamante de base cuadrada y forma piramidal con ángulos en sus caras de 136º. La figura 6.1 muestra un esquema representativo de un indentador Vickers.

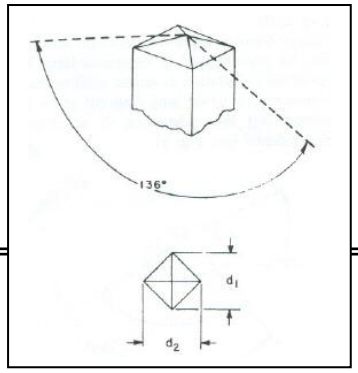


Figura 6.1 Indentador Vickers [11]

El equipo utilizado para realizar esta prueba se muestra en la figura 6.2. Este es un microdurómetro digital, de la marca Future-Tech, útil para realizar pruebas de microdureza. El microdurómetro esta equipado con cámara, decodificador de señal y monitor.

Figura 6.2 Microdurómetro empleado para realizar ensayos de microdureza.

6.3.1 Resultados del ensayo de microdureza

Los ensayos de microdureza Vickers arrojaron los resultados mostrados en la figura 6.3 donde el espesor de capa endurecida está definido como la distancia de la superficie al punto donde se alcanza una dureza de 550 HV [26]. De esta figura se puede observar que el espesor de capa endurecida para el grupo G1 es de 1 mm y el correspondiente al grupo G2 es 1.1 mm.

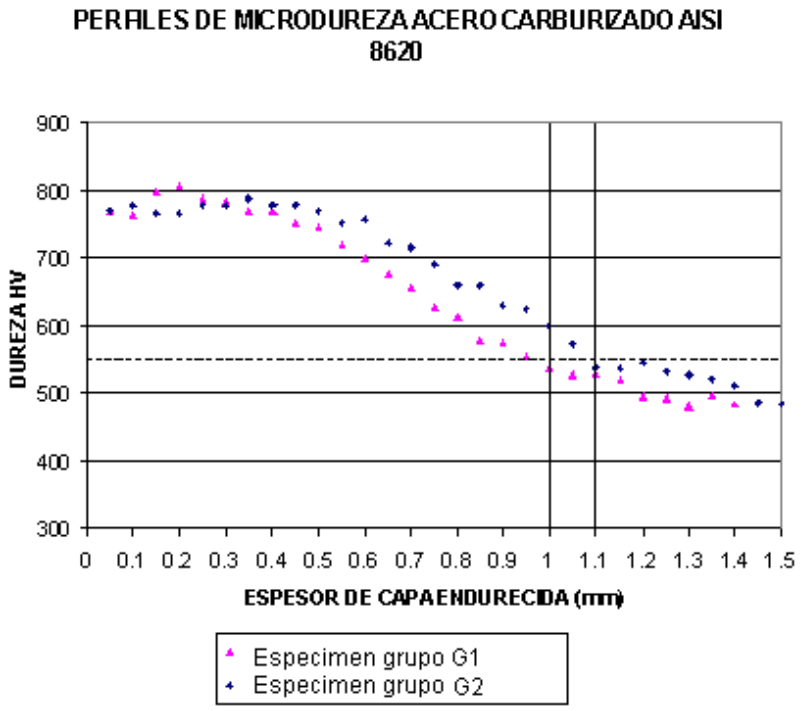


Figura 6.3 Perfiles de microdureza de los grupos G1 y G2.

La figura 6.4 muestra una de las dos probetas encapsuladas en baquelita utilizadas para obtener los perfiles de microdureza mostrados en la figura 6.3.

Figura 6.4 Probeta de acero carburizado encapsulada en baquelita, útil para obtener perfil de microdureza.

6.4 Ensayo de tensión uniaxial

La prueba de tensión uniaxial proporciona información sobre la resistencia y ductilidad del material bajo un esfuerzo de tensión, adicionalmente se utiliza como guía para la selección de amplitudes tanto de esfuerzo como de deformación aplicadas en los ensayos de fatiga de ciclos altos y ciclos bajos respectivamente.

La máquina utilizada para llevar acabo este ensayo se muestra en la figura 6.14. Esta es una máquina universal de pruebas mecánicas modelo MTS-810, útil para realizar ensayos de tensión, fatiga uniaxial de ciclos bajos, fatiga uniaxial de ciclos altos y crecimiento de grietas por fatiga. Está equipada con una cámara de temperatura con capacidad disponible en el alcance de –129 ºC a 540 ºC, la frecuencia de trabajo máxima disponible es de100 Hz y la capacidad de carga máxima es de 100 kN Para controlar los limites de deformación aplicados durante el ensayo cuenta con un extensómetro cuya longitud calibrada es de 25.4 mm, el cual es mostrado en la figura 6.13. Las dimensiones de los especimenes utilizados son mostrados en la figura 6.12.

6.4.1 Resultados de las pruebas de tensión uniaxial

Los ensayos de tensión uniaxial arrojaron las curvas Esfuerzo-Deformación para ambos espesores de capa endurecida. Estas curvas se muestran en la figura 6.5. Como se puede observar existe poca diferencia originada por el espesor de capa endurecida y la resistencia última es muy similar para ambos grupos. La tabla 6.3 muestra el módulo elástico, el esfuerzo de fluencia, la resistencia última a la tensión, el coeficiente de endurecimiento por deformación y el exponente de endurecimiento por deformación correspondientes a cada grupo.

Tabla 6.3 Propiedades mecánicas correspondientes a cada grupo.

Propiedad	Grupo 1	Grupo 2

Módulo Elástico (MPa)	200000	200000
Esfuerzo de Fluencia (MPa), offset = 0.2%	978	1035
Resistencia Ultima a la Tensión (MPa)	1055	1153
Exponente de Endurecimiento por Deformación	0.2932	0.2491
Coeficiente de Endurecimiento por Deformación (MPa)	6050	4869.8

Nota 1: Los valores del exponente de endurecimiento por deformación y el coeficiente de endurecimiento por deformación fueron calculados conforme a [13].

Nota 2: Se intentó obtener la curva esfuerzo deformación cíclica mostrada en la figura 3.8 mas no fue posible debido a que las deformaciones soportadas por éste material son muy pequeñas, las curvas de histéresis así obtenidas fueron muy delgadas y no difieren una de otra, de aquí que a manera de aproximación, los valores del exponente y coeficiente de endurecimiento por deformación cíclicos de la ecuación 3.9 son tomados de sus equivalentes monotónicos mostrados en la tabla 6. 3. Lo anterior es una condición valida bajo la observación de que la deformación plástica soportada por el material es muy pequeña como lo muestra la figura 6.4.

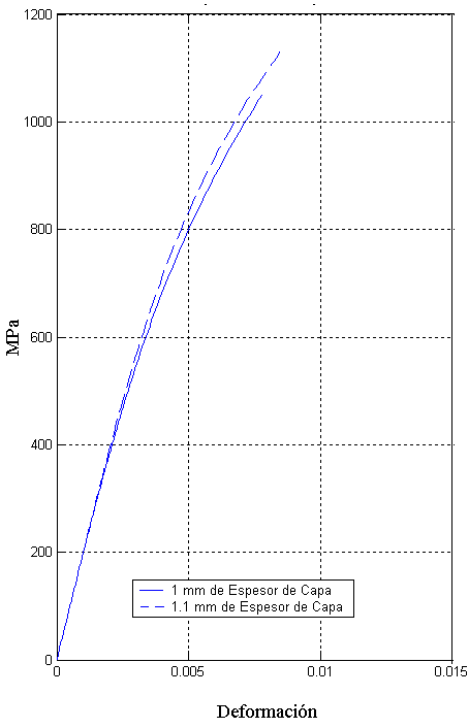


Figura 6.5 Curvas esfuerzo-deformación del acero AISI 8620

6.5 Ensayo de fatiga en ciclos altos

El procedimiento de prueba para estos ensayos fue de acuerdo al procedimiento que se incluye en el apéndice E. La figura 6.6 muestra el equipo utilizado, ésta es una máquina de fatiga modelo PUNN Shenck útil para realizar ensayos de fatiga en ciclos altos bajo esfuerzos completamente alternados (R=-1).

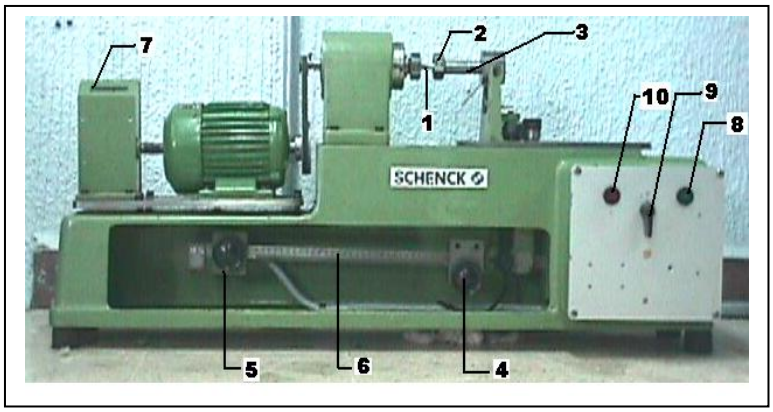


Figura 6.6 Máquina de fatiga PUNN Shenck empleada para realizar ensayos de fatiga de ciclos altos bajo esfuerzo completamente reversible (R=-1)

A continuación se describen cada una de las partes de la figura anterior:

1.- Probeta sujeta.

2.- Mordaza derecha con tuerca hexagonal de sujeción.

3.- Eje de carga.

4.- Cursor pesa (P0).

5.- Carga extra (P1).

6.- Regleta graduada.

7.- Contador de ciclos.

8.- Botón de inicio.

9.- Selector de velocidades.

10.- Botón de paro de emergencia.

La figura 6.7 muestra una grafica de la variación del esfuerzo aplicado durante el ensayo a lo largo del tiempo.

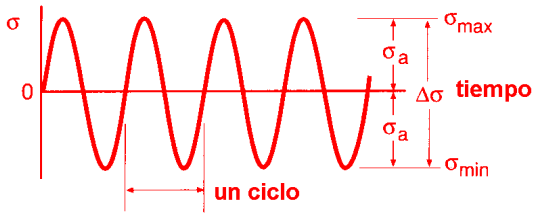


Figura 6.7 Ciclos de esfuerzo aplicados durante el ensayo.

Donde:

σ_m = Esfuerzo medio = 0

σ_{max} = Esfuerzo máximo ($\sigma max = -\sigma min$)

σ_{min} = Esfuerzo mínimo ($\sigma max = -\sigma min$)

σ_a = Amplitud del esfuerzo

Las dimensiones de las probetas utilizadas son mostradas en la figura 6.8 y éstas van de acuerdo a [15].

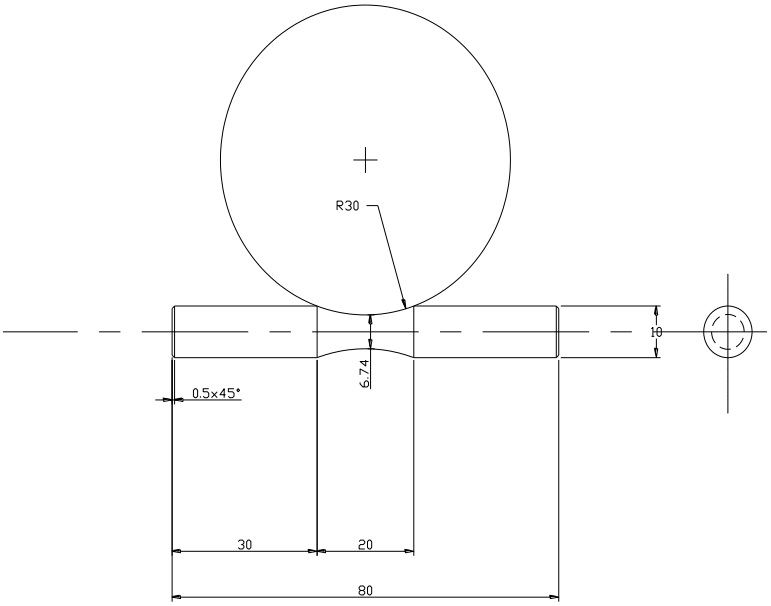


Figura 6.8 Probetas utilizadas en los ensayos de fatiga de ciclos altos, las dimensiones están en mm.

6.5.1 Resultados de las pruebas de fatiga de ciclos altos

Las pruebas de fatiga de ciclos altos revelaron que el limite de fatiga bajo esfuerzo completamente invertido (R = -1) para el grupo G1 fue de 820 MPa y para el grupo G2 de 920 MPa. Lo anterior confirmó que un aumento de una décima de milímetro en el espesor de la capa endurecida generó un aumento en el limite de fatiga de 100 MPa. La figura 6.9 muestra las curvas S-N para cada grupo, el ajuste de las curvas está basado en el diagrama de Wholer explicado mas a detalle en el apéndice E. Los puntos indicados con flechas indican que los ensayos fueron detenidos debido a que no existió la falla después de aplicar 2 millones de ciclos de carga.

La figura 6.10 muestra una fotografía de un espécimen de prueba fracturado. La figura 6.11 muestra la superficie de fractura del mismo espécimen la cual revelo una zona de fractura final en el centro de la sección. Este tipo de superficie de fractura es típica de los ensayos de fatiga por flexión rotatoria cuando se utilizan probetas con sección entallada y cargas altas [3].

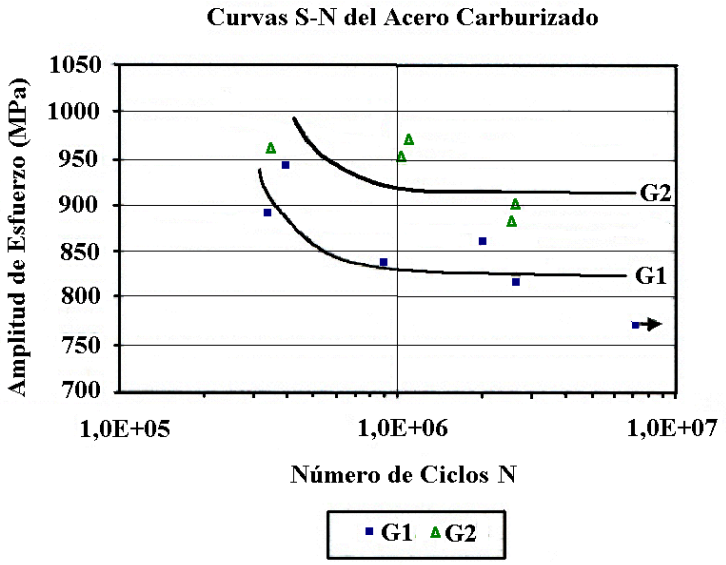


Figura 6.9 Gráfico de los ensayos de fatiga de ciclos altos

Figura 6.10 Espécimen de prueba fracturado

Figura 6.11 Superficie de fractura de un espécimen de prueba indicando la zona de fractura súbita final.

6.6 Ensayo de fatiga de ciclos bajos

El procedimiento de prueba para estos ensayos fue de acuerdo al procedimiento incluido en el apéndice F. Los ensayos de fatiga de ciclos bajos se realizan bajo condiciones de deformación controlada con la ayuda de un extensómetro axial. En esta prueba los especímenes son sujetos a amplitudes de deformación axial constante a lo largo del ensayo. La máquina utilizada para llevar acabo estos ensayos es mostrada en la figura 6.14 y el extensómetro utilizado se muestra en la figura 6.13. Las características de la máquina y extensómetro son iguales a las mencionadas en la sección 6.4 de este capítulo.

Las dimensiones de los especimenes utilizados son mostrados en la figura 6.12. Estos especimenes son los recomendados por [16], fueron utilizados con finales roscados para tener un mejor agarre y evitar el posible deslizamiento producido con las mordazas.

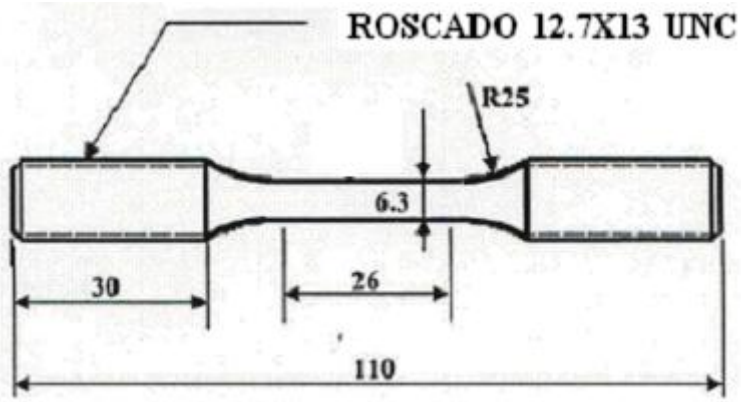


Figura 6.12 Especímenes utilizados en los ensayos de fatiga de ciclos bajos y los ensayos de tensión uniaxial, las dimensiones están en mm.

Figura 6.13 Extensómetro utilizado en los ensayos de fatiga de ciclos bajos

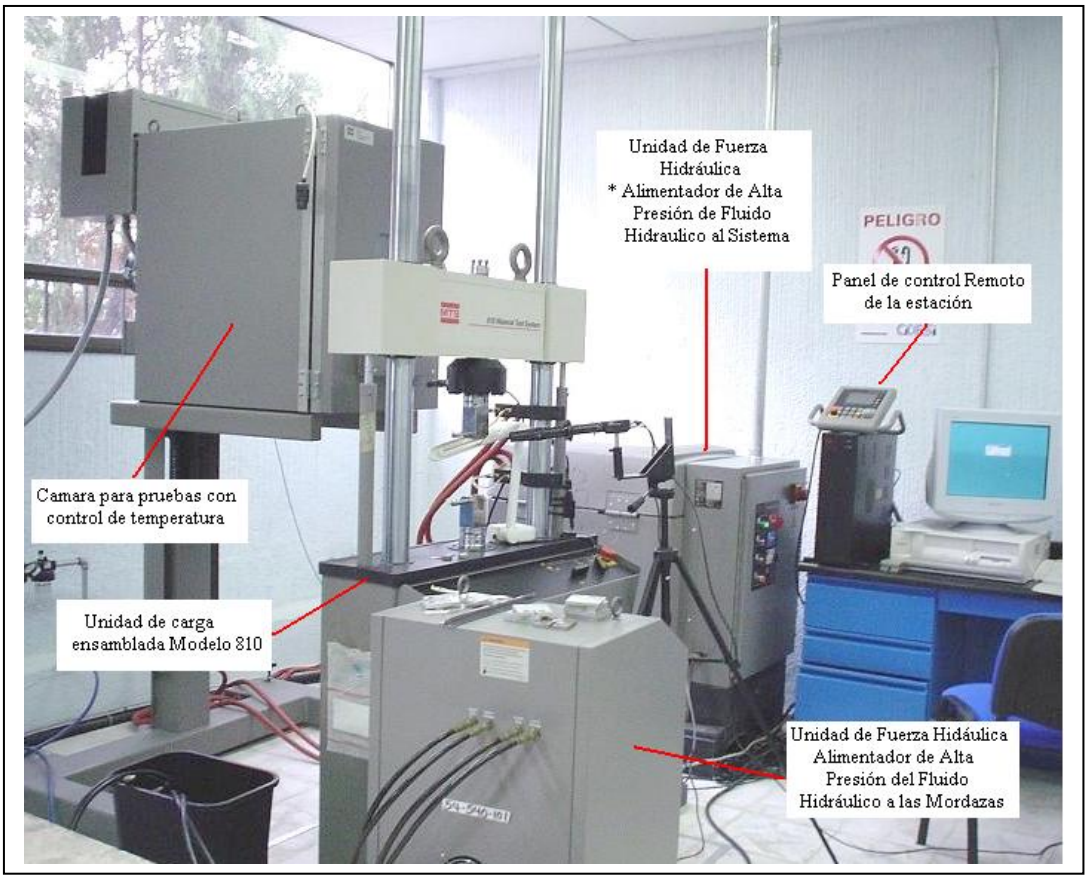

Unidad de Fuerza Hidráulica * Alimentador de Alta Presión de Fluido Hidraulico al Sistema
PELIGRO
Panel de control Remoto de la estación
Camara para pruebas con control de temperatura
Unidad de carga ensamblada Modelo 810
Unidad de Fuerza Hidáulica Alimentador de Alta Presión del Fluido Hidráulico a las Mordazas

Figura 6.14 Máquina universal de pruebas mecánicas MTS-810 empleada en los ensayos de tensión uniaxial y fatiga de ciclos bajos.

6.6.1 Resultados de los ensayos de fatiga de ciclos bajos

Los ensayos de fatiga de ciclos bajos arrojaron las curvas ε-N mostradas en la figura 6.15. El modelo aplicado para ajustar las curvas ε-N fue el modelo de Coffin–Manson, ecuación 3.4, cuyos parámetros de cada grupo corresponden a los mostrados en la tabla 6.4. El ajuste de los datos experimentales de deformación, tanto elástica como plástica, con numero de ciclos al inicio de la grieta, se realizó con rectas de mínimos cuadrados, donde se obtuvieron los siguientes valores de R^2: para el grupo G1 el R^2 fue igual a 0.92 y para el grupo G2 el R^2 fuel igual a 0.99.

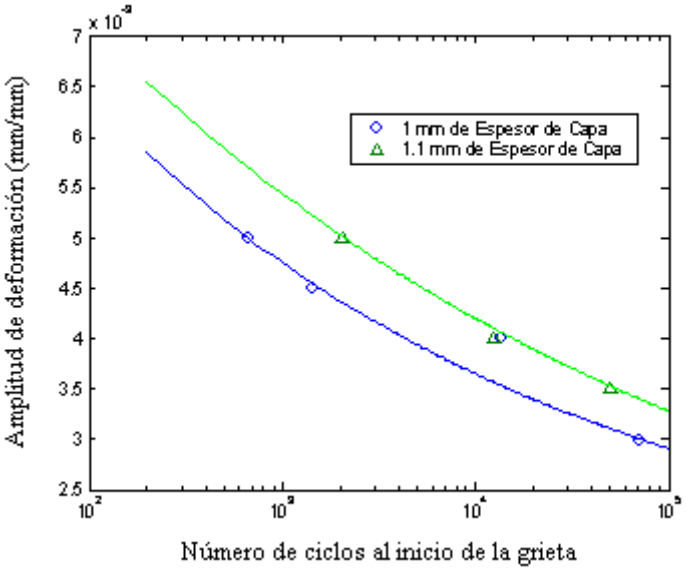


Figura 6.15 Curvas ε – N para el acero carburizado AISI 8620

Tabla 6.4 Parámetros de la relación de Coffin – Manson para la curva ε – N.

Propiedad	G1	G2
σ'_f	853	1182
b	-0.052	-0.076

c	-0.229	-0.175
ε'_f	0.010	0.008

Los parámetros de la curva γ - N necesarios para la aplicación del modelo de Fatemi-Socie fueron estimados de los parámetros de la curva ε-N conforme a la tabla 4.1. Los valores de estos parámetros son mostrados en la tabla 6.5.

Tabla 6.5 Parámetros de la relación de Coffin – Manson para la curva γ – N.

Propiedad	G1	G2
τ'_f	492	682
$b\gamma$	-0.052	-0.076
$c\gamma$	-0.229	-0.175
γ'_f	0.018	0.013

Los criterios de Fatemi-Socie y Wang-Brown necesitan un parámetro dependiente del material el cual representa la influencia de la deformación normal, para el caso del criterio de Wang-Brown, o del esfuerzo normal, para el caso del criterio de Fatemi-Socie, sobre el crecimiento de la grieta. Para el criterio de Wang-Brown este parámetro esta definido como S y para el criterio de Fatemi-Socie se define como k. Ambos parámetros, k y S, no son constantes, las figuras 6.16 y 6.17 muestran la variación de estos con el numero de ciclos al inicio de la grieta. Ambas figuras fueron obtenidas utilizando las ecuaciones 4.27 y 4.29, para lo cual los valores de las tablas 6.4 y 6.5 fueron empleados para un rango de ciclos de 0 a 10^7.

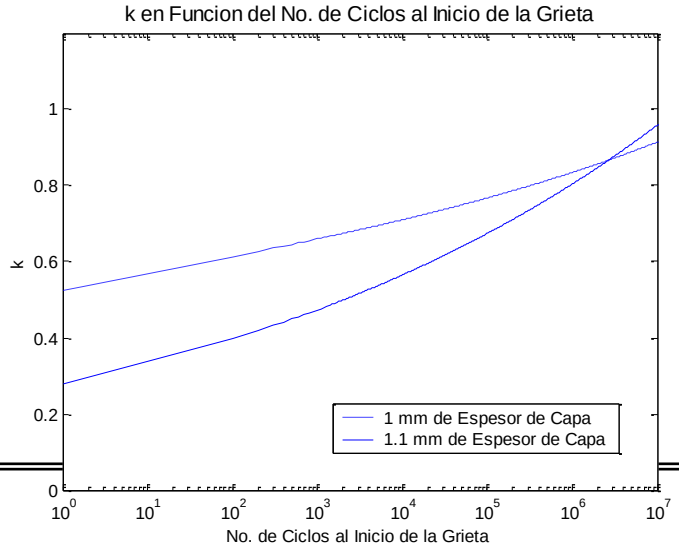


Figura 6.16 Variación del factor k en función del número de ciclos al inicio de la grieta.

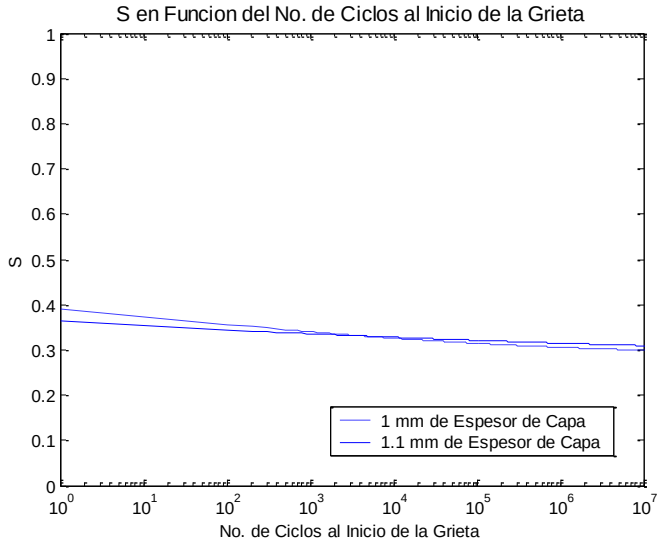


Figura 6.17 Variación del factor S en función del número de ciclos al inicio de la grieta.

La figura 6.18 muestra una fotografía de un espécimen de prueba fracturado en uno de los ensayos realizados.

Figura 6.18 Espécimen de prueba fracturado

La figura 6.19 muestra la superficie de fractura del mismo espécimen de la figura anterior.

Figura 6.19 Superficie de fractura de espécimen fracturado

Una vez obtenidos todos lo parámetros anteriores se cuenta con toda la información y propiedades del material para llevar a cabo el análisis de fatiga multiaxial.

VII ANÁLISIS DE FATIGA MULTIAXIAL EN ENGRANE RECTO DE ACERO CARBURIZADO

Este capítulo presenta una metodología computacional para determinar el número de ciclos de carga al inicio de la grieta en la raíz del diente de un engrane recto de acero carburizado, utilizando los criterios multiaxiales de plano crítico Fatemi-Socie (FS), Wang-Brown (WB), Smith-Watson-Topper (SWT) y el criterio de deformación equivalente Hoffman-Seenger (HS).

7.1 Especificaciones del engrane seleccionado

El engrane utilizado en el análisis es un engrane recto. Para un sistema normalizado de 20º de ángulo de presión, el numero mínimo de dientes para que no exista socavamiento es de 18. Para el estudio se considero un engrane con socavamiento ya que sus dientes presentan niveles de esfuerzo mas altos en la raíz. Las especificaciones del engrane seleccionado son las mostradas en la tabla 7.1.

Tabla 7.1 Parámetros geométricos del engrane seleccionado.

Parámetro	Valor
Número de dientes	15
Módulo	5 (mm)
Angulo de presión	20º
Diámetro de paso	75 (mm)
Diámetro del círculo base	70.47 (mm)
Adendo	5 (mm)
Dedendo	6.25 (mm)
Profundidad de trabajo	10 (mm)
Profundidad total	11.25 (mm)
Espesor del diente circular	7.85 (mm)
Radio del filete	2 (mm)
Holgura básica mínima	1.25 (mm)
Ancho mínimo de tope	1.25 (mm)
Ancho de cara	60 (mm)

Nota: El ancho de cara fue establecido bajo el criterio recomendado en [10] entre 3 y 5 veces el paso circular.

El perfil del engrane fue creado con un programa realizado en Matlab®, el cual puede ser consultado en el anexo B. Este programa proporciona las coordenadas de cada punto del perfil mismas que fueron utilizadas para realizar el modelo del engrane en el software de análisis por elementos finitos, ANSYS®. La figura 7.1 muestra el perfil del engrane.

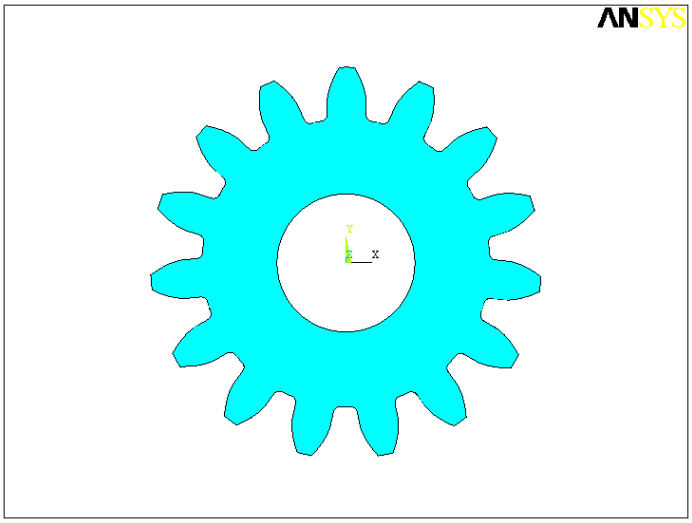


Figura 7.1 Perfil del engrane recto generado en el software ANSYS®.

7.2 Determinación de la posición crítica de la carga.

Se realizó un análisis bidimensional de Elemento Finito de un par de engranes rectos en contacto con el objetivo de visualizar la posición de los engranes que genera el mayor daño en la raíz del diente. El criterio para este análisis consistió en encontrar la posición de contacto que origina el mayor valor del esfuerzo principal máximo en la raíz del diente del engrane [2].

Se crearon dos modelos de dos engranes en contacto, el primero de ellos posiciona los engranes de forma tal que toda la carga esta siendo soportada por un sólo par de dientes, justo antes que un segundo par entre en contacto (figura 7.3). El segundo modelo posiciona los engranes un instante después, de tal manera que dos pares de dientes comienzan a compartir la carga (figura 7.4). Ambos modelos fueron creados tomando como base la figura 5.4. Cada modelo incluyó 13750 elementos PLANE183 bajo condiciones de

deformación plana, 252 elementos de contacto TARGET169 y 250 elementos CONTA172 ubicados en las superficies de contacto. Se utilizaron nodos piloto en los centros de los engranes para establecer las condiciones de frontera así como refinamientos de malla en la zona de la raíz del diente y las zonas de contacto. La figura 7.2 presenta el modelo de elemento finito del par de engranes en contacto, la ubicación de los nodos piloto y el refinamiento de malla utilizado. Las condiciones de frontera y las cargas fueron aplicadas sobre nodos piloto de la siguiente manera: al nodo piloto superior, figura 7.2, se le aplicaron restricciones en el desplazamiento en X y Y, además de restringir la rotación en el eje Z, al nodo piloto inferior, figura, 7.2, se le aplicaron restricciones en el desplazamiento en X y Y, además de un momento en el eje Z con un valor de –16.75 Nm.

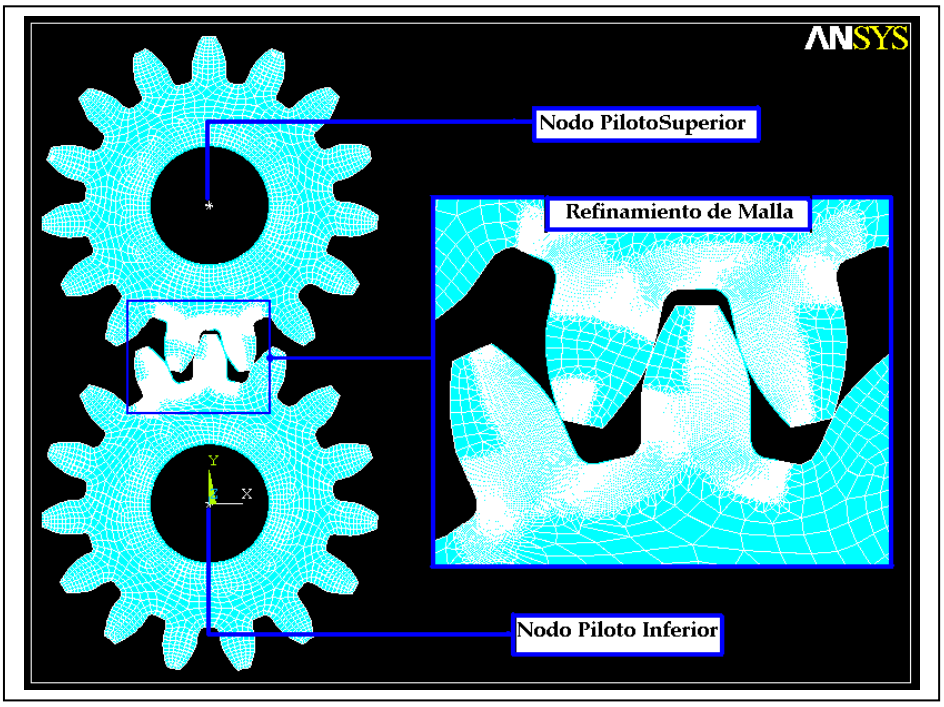
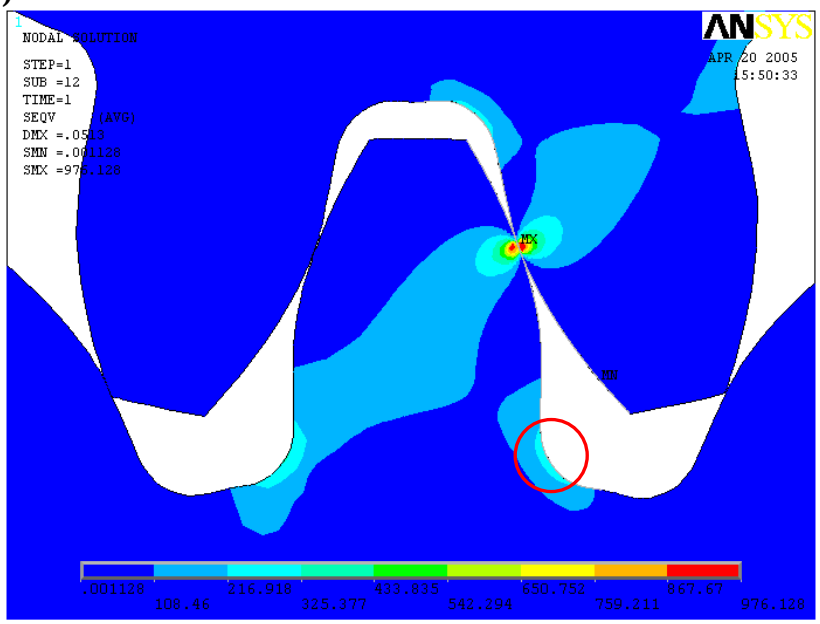


Figura 7.2 Modelo de elemento finito de engranes en contacto, nodos piloto y refinamiento de malla

La figura 7.3 a) muestra los resultados nodales de von Mises del par de engranes. La figura 7.3 b) muestra los resultados nodales del esfuerzo principal máximo. En ambos casos el contacto es justo antes de que un segundo par de dientes entre en contacto. Esta posición es la mas crítica y se ve reflejada en el valor del esfuerzo principal máximo en la raíz del diente (figura 7.3 b).

a)



b)

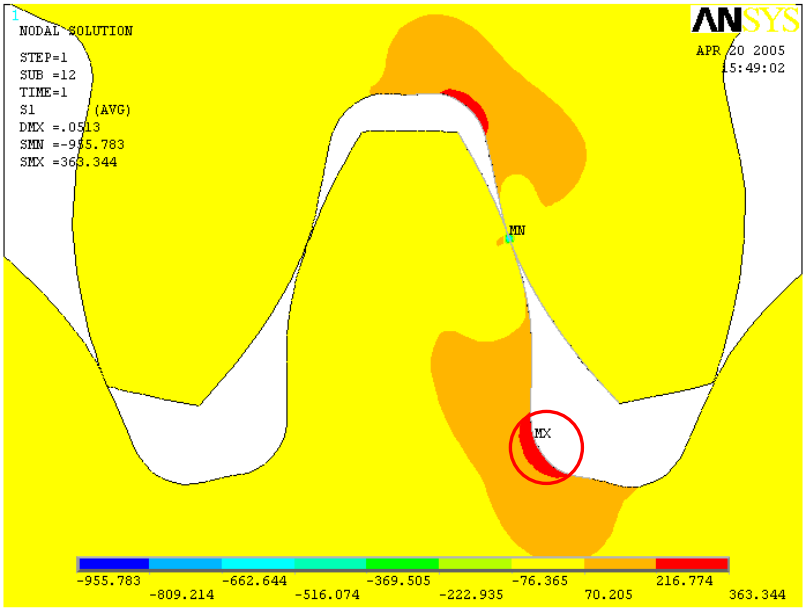
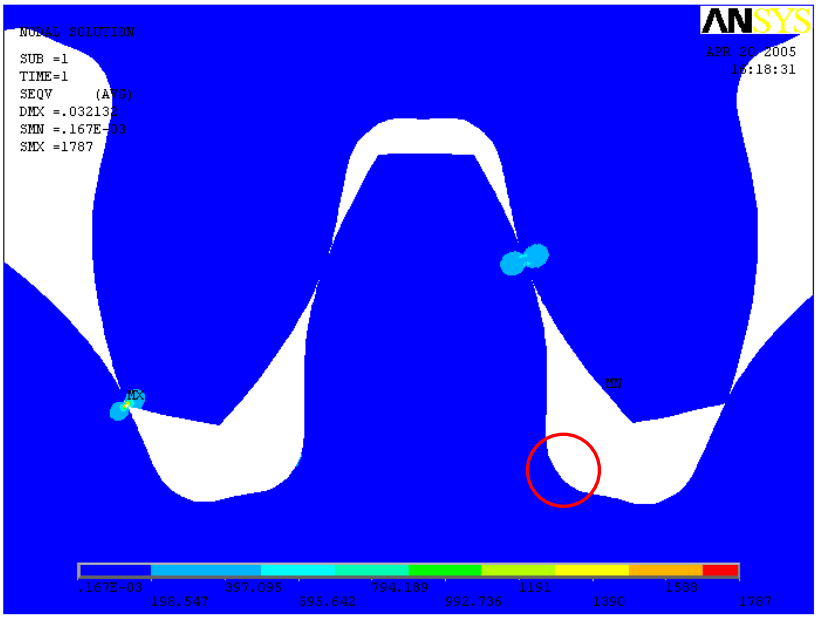


Figura 7.3 a) Resultados de esfuerzos equivalentes de von Mises, b) Resultados de esfuerzo principal máximo. En ambos casos justo antes de que un segundo par de dientes entre en contacto.

La figura 7.4 (a) muestra los resultados nodales de von Mises del par de engranes, la figura 7.4 (b) muestra los resultados nodales del esfuerzo principal máximo, en ambos casos justo después de que un segundo par de dientes entre en contacto. Se observa que al compartir

carga dos pares de dientes disminuye el esfuerzo en la raíz considerablemente, como se muestra en los resultados de esfuerzo de von Mises y esfuerzo principal máximo ubicados en la raíz del diente de la tabla 7.2.

a)



b)

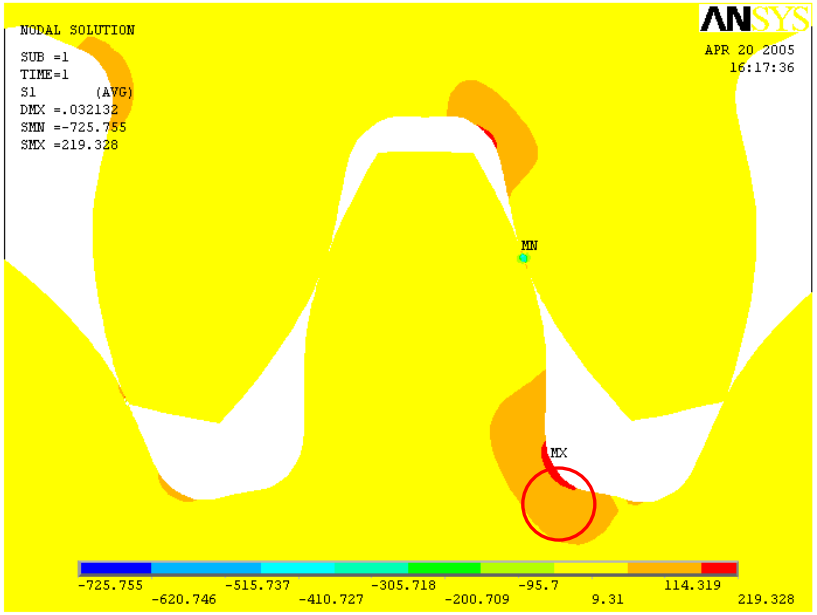


Figura 7.4 a) Resultados de esfuerzos equivalentes de von Mises, b) Resultados de esfuerzo principal máximo. En ambos casos justo después de que un segundo par de dientes entre en contacto

Tabla 7.2 Resultados de esfuerzo de von Mises y esfuerzo principal máximo en la raíz del diente para las posiciones de la figuras 7.3 y 7.4.

Casos	Esfuerzo principal máx.	Esfuerzo de von Mises
Un par de dientes en contacto	363.5 MPa	319.7 MPa
Dos pares de dientes en contacto	219.3 MPa	193.3 MPa

7.3 Análisis de fatiga multiaxial

7.3.1 Modelo utilizado

Para realizar el análisis de fatiga multiaxial se creó un modelo tridimensional de un diente del engrane para obtener la distribución de esfuerzos a lo largo de la superficie de la raíz del diente y utilizarla para llevar acabo el análisis. Cabe señalar que el usar un modelo bidimensional no proporcionaría estos resultados dado que no existirían elementos a lo largo del espesor.

El modelo fué realizado usando el software ANSYS® versión 8.1. Se emplearon 30960 elementos sólidos (solid45) y 7632 elementos shell (shell63), estos últimos para cubrir la periferia del modelo con un espesor de 0.0001 mm. El cubrir el modelo con una capa muy delgada de elementos shell nos brinda la información de la distribución de esfuerzos en la superficie reduciendo el error que se generaría al utilizar los resultados de los elementos sólidos. Recordando que las grietas por fatiga generalmente inician en la superficie y es aquí donde se requiere la información del estado de esfuerzos. La figura 7.5 muestra la geometría del modelo utilizado así como la zona critica de análisis (raíz del diente sometida a esfuerzo de tensión) [9].

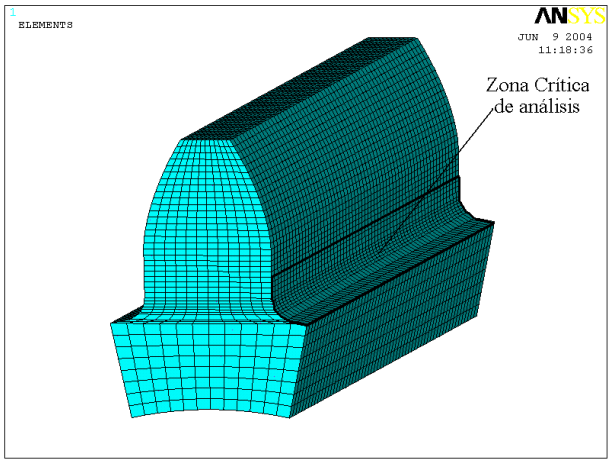


Figura 7.5 Modelo tridimensional de un diente del engrane seleccionado.

7.3.2 Condiciones de carga

Se utilizo el enfoque de la AGMA para obtener la magnitud de la fuerza aplicada en el perfil del diente justo antes de que un segundo par de dientes entre en contacto, dado que es ésta la condición de carga crítica. Además se consideró que las cargas aplicadas por debajo de este punto no generan daño alguno en la raíz y por lo tanto no son tomadas en cuenta en el análisis. Los diferentes valores de carga recomendados por la AGMA para obtener diferentes números de ciclos a la falla son mostrados en la tabla 7.3. Para la obtención de estas cargas se utilizó el enfoque de la AGMA en el diseño de engranes para resistir fallas a flexión (ver sección 5.4).

Algunas consideraciones necesarias para la obtención de estas cargas fueron las siguientes:

- El material del engrane es acero carburizado y tiene una dureza en la superficie de 60 HRC, con una resistencia a la flexión (S_t) de 400 MPa.
- El número de revoluciones por minuto (n) a las que trabaja el engrane es de 1500 rpm.
- El índice de nivel de exactitud en la transmisión (Q_v) es de 11, considerado como de calidad de precisión según la AGMA.

Tabla 7.3 Valores de carga recomendados por la AGMA para obtener diferentes números de ciclos a la falla del engrane seleccionado.

Carga aplicada [N/mm]	No. de ciclos esperados según AGMA
1737	1000
1434	5000
1320	10000
1089	50000
1003	100000
828	500000
762	1000000
629	5000000
579	10000000

Los valores de los factores utilizados en el análisis AGMA son mostrados en la tabla 7.4, donde el valor del factor geométrico (J) fue calculado utilizando el programa de optimización de engranes diseng® desarrollado por CIATEQ.

Tabla 7.4 Valores de los factores utilizados en el análisis AGMA.

Factor	Valor
Factor de aplicación	1.000
Factor de tamaño	1.000
Factor de distribución de carga	1.235
Factor dinámico	1.080
Ancho de cara (mm)	60.000
Módulo (mm)	5.000
Factor geométrico	0.332
Resistencia a la flexión según la AGMA(MPa)	400
Factor de duración	0.978 - 2.7
Factor de temperatura	1.000
Factor de confiabilidad	1.000

Nota: Los valores del factor de duración variaron de 0.978 a 2.7 dependiendo del número de ciclos a la falla esperados y fueron obtenidos de la figura 5.6.

Las fuerzas mostradas en la tabla 7.3 fueron aplicadas al modelo tridimensional a lo largo del ancho de cara del diente, de aquí las unidades N/mm para la carga. La figura 7.6

muestra la vista frontal del diente con la carga aplicada, las restricciones nodales aplicadas al modelo y la representación de un ciclo de carga.

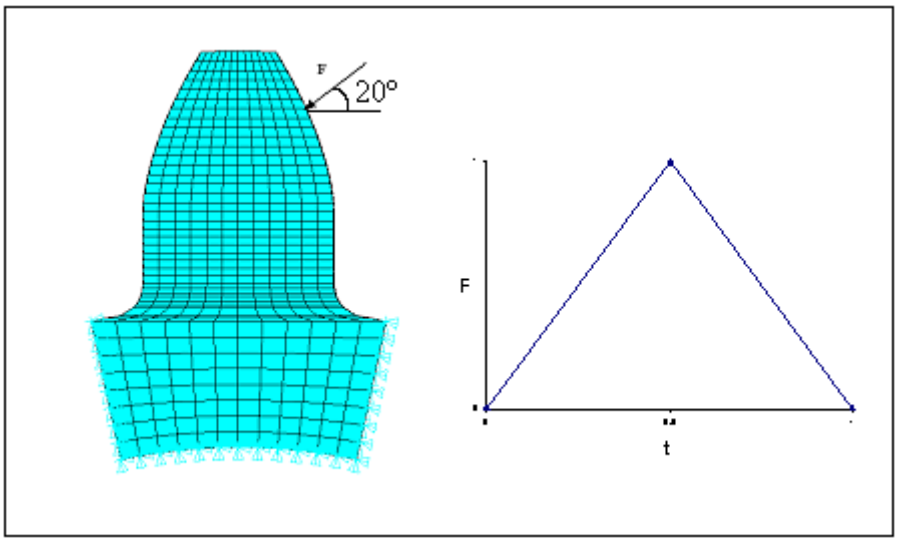


Figura 7.6 Vista frontal del diente con la carga aplicada, restricciones nodales aplicadas y la representación de un ciclo de carga.

La zona de análisis es la zona critica del engrane bajo flexión, correspondiente a la raíz del diente. La figura 7.5 muestra esta zona. Una vez realizado el análisis por elemento finito, los resultados elementales correspondientes a la zona de análisis fueron exportados al paquete Fe-Fatigue, del cual se habla más a detalle en el apéndice A. La figura 7.7 muestra los elementos cuyos resultados fueron exportados. Este tipo de exportación permitió que el tiempo de cálculo disminuyera y que el análisis se centrara en la zona con el mayor daño.

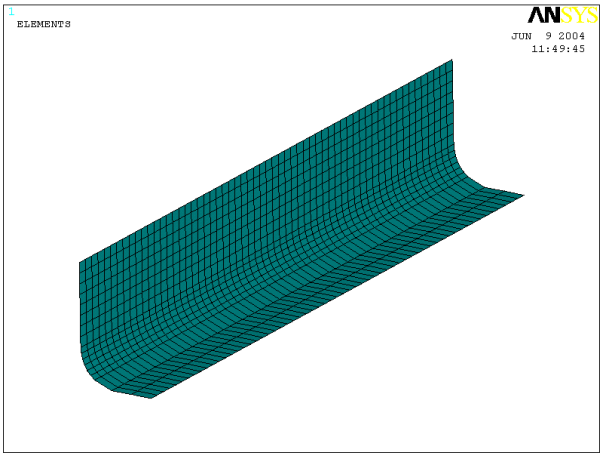


Figura 7.7 Elementos cuyos resultados fueron exportados al programa Fe-Fatigue para el análisis de fatiga multiaxial.

Posterior a la exportación de resultados elementales a FE-Fatigue se crearon dos bases de datos con las propiedades obtenidas experimentalmente mostradas en el capitulo anterior. Estas bases de datos de propiedades de fatiga fueron dadas de alta en FE-Fatigue como B1 para el acero carburizado con 1 mm de capa endurecida y como B2 para el acero carburizado con 1.1 mm de capa endurecida. De esta manera las propiedades obtenidas experimentalmente fueron utilizadas para realizar el análisis de fatiga. Cada base de datos contiene la información mostrada en la tabla 7.5.

Tabla 7.5 Propiedades a al fatiga contenidas en las bases de datos

Propiedad	B1	B2
Resistencia a la fluencia (MPa)	978	1035.5
Resistencia última a la tensión (MPa)	1055	1133
Módulo elástico (MPa)	200000	200000
Exp. de endurecimiento por def.	0.2932	0.2491
Coef. de endurecimiento por def. (MPa)	6050	4869.8
Relación elástica de Poisson	0.3	0.3
Relación plástica de Poisson	0.5	0.5
Coef. de resistencia a la fatiga axial (MPa)	853	1182
Exp. de resistencia a la fatiga axial	-0.0523	-0.07603
Exp. de ductilidad a la fatiga axial	-0.229	-0.175
Coef. de ductilidad a la fatiga axial	0.0107	0.008
Coef. de resistencia a la fatiga torsional (MPa)	492	682
Exp. de resistencia a la fatiga torsional	-0.0523	-0.07603
Exp. de ductilidad a la fatiga torsional	-0.229	-0.175
Coef. de Ductilidad a la fatiga torsional	0.0185	0.0138
Exp. de endurecimiento por def. cíclica	0.2932	0.2491
Coef. de endurecimiento por def. cíclica (MPa)	6050	4869.8
Factor S	0.33	0.32
Factor k	(0.51, 0.66 y 0.75)	(0.45, 0.62 y 0.8)

Nota: Se incluyeron tres valores del factor k debido a la variación de éste con respecto al número de ciclos a la falla (figura 6.18). De esta manera se tomó en cuenta el efecto de este factor en vidas cortas, vidas medias y vidas largas, respectivamente.

7.4 Resultados obtenidos y discusión

Se realizó una evaluación de la multiaxialidad en la zona crítica de análisis, utilizando el elemento mas dañado del modelo. La relación de biaxialidad está definida como la relación

entre el esfuerzo principal mínimo y el esfuerzo principal máximo, ambos contenidos en el plano de la superficie del modelo. La relación de biaxialidad toma valores de –1 a 1, donde cero indica una condición uniaxial. La figura 7.8 muestra la relación de biaxialidad contra el esfuerzo principal máximo para el elemento con mayor daño del modelo. Los valores de la relación de biaxialidad fueron calculados conforme fue aplicada la carga. En esta figura se observa que la relación de biaxialidad tiene un valor aproximado de 0.3 y permanece casi constante lo cual indica que existe un estado de esfuerzos biaxial proporcional en la superficie de análisis.

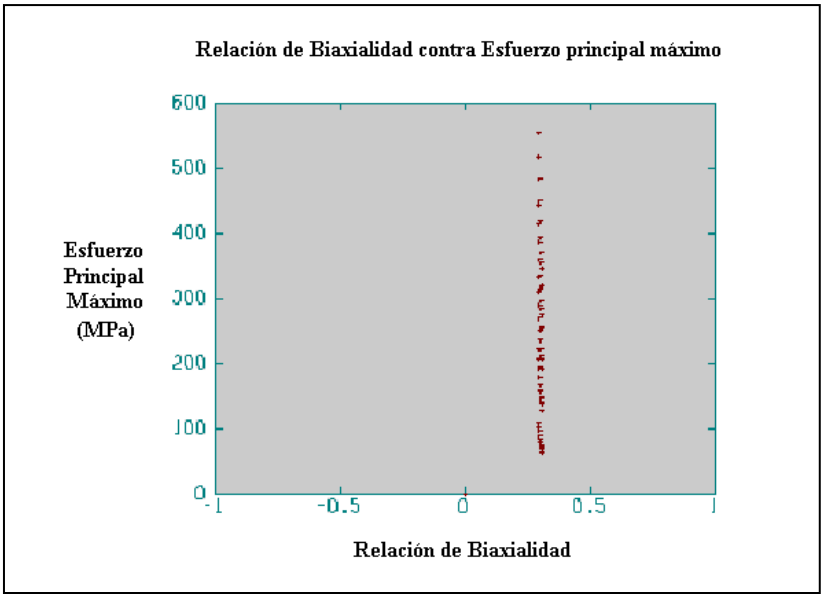


Figura 7.8. Relación de biaxialidad contra esfuerzo principal máximo

Se obtuvieron resultados para los criterios de fatiga de Fatemi-Socie (FS), Wang-Brown (WB), Smith-Watson-Topper (SWT) y Hoffmann-Seeger (HS), bajo las condiciones de carga mostradas en la tabla 7.3. La tabla 7.6 muestra la carga aplicada y el número de ciclos al inicio de la grieta pronosticado por cada criterio para un espesor de capa endurecida de 1 mm. La tabla 7.7 muestra la misma información pero para un espesor de capa de 1.1 mm. Puede observarse que los resultados obtenidos por los criterios de WB, SWT y HS arrojan resultados similares para las mismas condiciones de carga no ocurriendo lo mismo con el criterio FS, el cual pronostica, en general, vidas más largas.

Tabla 7.6 Número de ciclos al inicio de la grieta pronosticado por cada uno de los criterios, para un espesor de capa endurecida de 1 mm.

Carga Aplicada [N/mm]	FS No. De Ciclos	WB No. De Ciclos	SWT No. De Ciclos	HS No. De Ciclos
1737	35,664	2,332	4,975	3,227
1434	362,760	15,003	32,976	22,932
1320	1,080,000	37,196	80,313	60,049
1089	13,289,000	429,900	751,900	887,500
1003	46,802,000	1,315,200	2,109,000	2,612,000
828	Mas de 10 E20	29,267,000	29,189,000	69,304,000
762	Mas de 10 E20	Mas de 10 E20	98,000,000	Mas de 10 E20
629	Mas de 10 E20	Mas de 10 E20	Mas de 10 E20	Mas de 10 E20
579	Mas de 10 E20	Mas de 10 E20	Mas de 10 E20	Mas de 10 E20

Tabla 7.7 Número de ciclos al inicio de la grieta pronosticado por cada uno de los criterios, para un espesor de capa endurecida de 1.1 mm.

Carga Aplicada [N/mm]	FS No. De Ciclos	WB No. De Ciclos	SWT No. De Ciclos	HS No. De Ciclos
1737	165,900	22,897	21,003	34,665
1434	1,291,800	182,380	129,200	296,980
1320	3,206,000	530,570	289,300	742,450
1089	27,256,000	3,922,700	1,955,000	7,100,600
1003	67,925,000	9,972,000	4,469,400	19,380,000
828	Mas de 10 E20	98,684,000	32,394,000	Mas de 10 E20
762	Mas de 10 E20	Mas de 10 E20	Mas de 10 E20	Mas de 10 E20
629	Mas de 10 E20	Mas de 10 E20	Mas de 10 E20	Mas de 10 E20
579	Mas de 10 E20	Mas de 10 E20	Mas de 10 E20	Mas de 10 E20

La tabla 7.6 muestra que para el material con un milímetro de espesor de capa endurecida una carga aplicada en el diente de 762 N/mm, ó menos, no generará daño en la raíz, para el caso de 1.1 mm de espesor de capa endurecida el valor de esta carga será de 825 N/mm (tabla 7.7). Estos valores de carga pueden ser considerados en el diseño de engranes como

los valores de carga máxima que se deberán aplicar en el diente para diseñarlos bajo el concepto de vida infinita.

Las figuras 7.9 y 7.10 muestran las curvas de vida obtenidas por los diferentes criterios de fatiga multiaxial utilizados y la curva de la predicción AGMA para los espesores de capa endurecida de 1 mm y 1.1 mm respectivamente. Estos gráficos sólo incluyen puntos para los cuales la vida estimada es no infinita. En ellas los criterios WB, HS y SWT concuerdan en resultados numéricos, ya que las curvas de estos criterios se encuentran muy próximas entre si. El criterio FS difiere en resultados drásticamente con los criterios WB, SWT y HS, para ambos espesores de capa endurecida. Esto puede observarse en la tendencia diferente que toma el criterio de FS con respecto a las curvas de los otros criterios. Este comportamiento es atribuido a que los parámetros de la curva γ-N de la tabla 6.5, necesarios para aplicar este criterio, fueron obtenidos de una aproximación, la cual puede resultar no universal para todos los tipos de materiales.

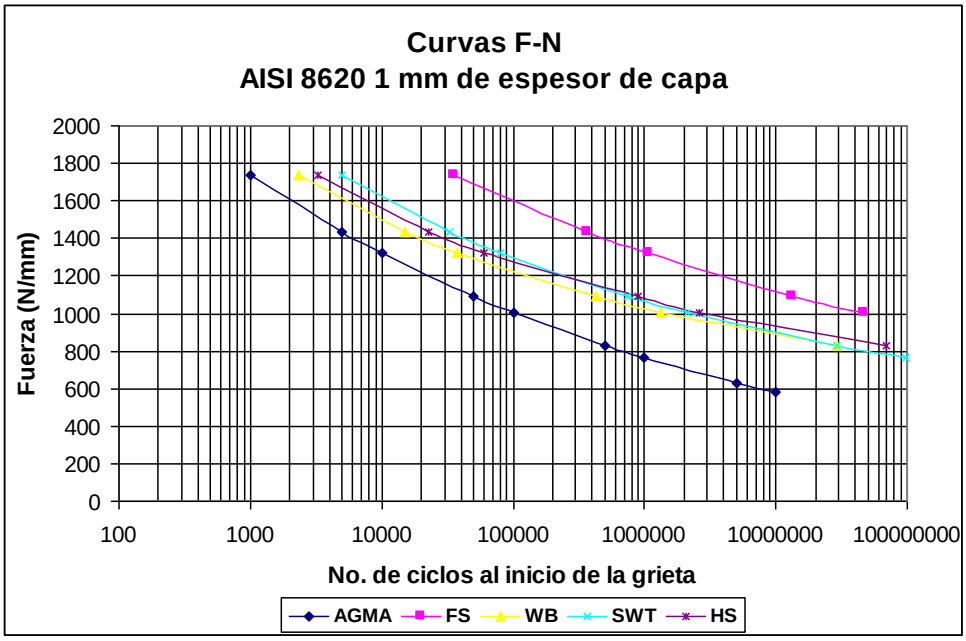


Figura 7.9 Comparación de las predicciones obtenidas por los diferentes criterios y las propuestas por AGMA, para un espesor de capa endurecida de 1 mm.

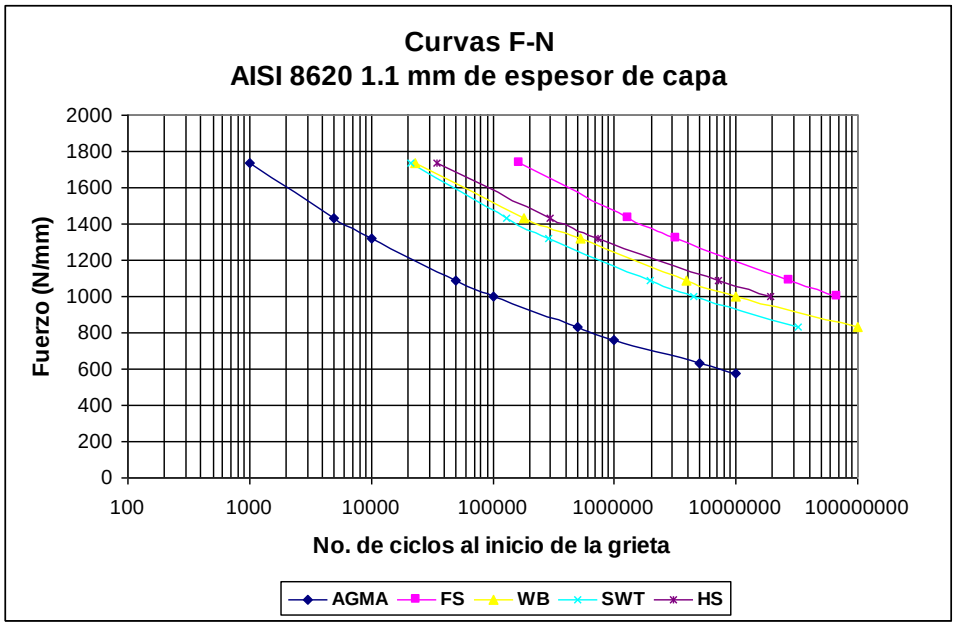


Figura 7.10 Comparación de las predicciones obtenidas por los diferentes criterios y las propuestas por AGMA, para un espesor de capa endurecida de 1.1 mm.

La semejanza entre los resultados obtenidos por los criterios de plano crítico WB y SWT, aun con las diferencias existentes en el mecanismo de falla cortante y tensión dominante, respectivamente, puede ser atribuido a la relativamente baja relación de multiaxialidad existente en la zona de análisis (figura 7.8) la cual provoca que la grieta generada en la superficie tenga un crecimiento combinado entre el caso A y caso B (figura 4.3).

De los cuatro modelos utilizados el modelo HS, el cual utiliza la regla de Neuber y cantidades equivalentes, es el mas sencillo de aplicar y como puede observarse en las figuras 7.9 y 7.10 muestra concordancia con los criterios de WB y SWT, lo cual lo coloca en ventaja con respecto a los criterios de plano crítico. Aunque estos últimos son mas robustos también requieren mayor información para ser aplicados y su tiempo de computo es mayor.

La predicción de AGMA no toma en cuenta el espesor de capa endurecida y por lo tanto sólo se cuenta con una curva para realizar la comparación con los resultados numéricos obtenidos. Las figuras 7.9 y 7.10 muestran que la predicción de AGMA es mucho más

conservadora que las predicciones de los modelos de WB, SWT y HS, para ambos espesores de capa, lo cual es razonable, debido a cuestiones de seguridad en el diseño tomadas en cuenta por la AGMA.

La figura 7.11 muestra la comparación de las curvas de vida de los criterios de WB, SWT y HS para ambos espesores de capa endurecida. Se observa que con un espesor de capa endurecida de 1.1 mm se obtendrán vidas más largas que las obtenidas con un espesor de capa de 1 mm, bajo las mismas condiciones de carga. Lo anterior refleja que el espesor de capa endurecida en el acero carburizado es un factor de influencia en la vida a la fatiga del engrane.

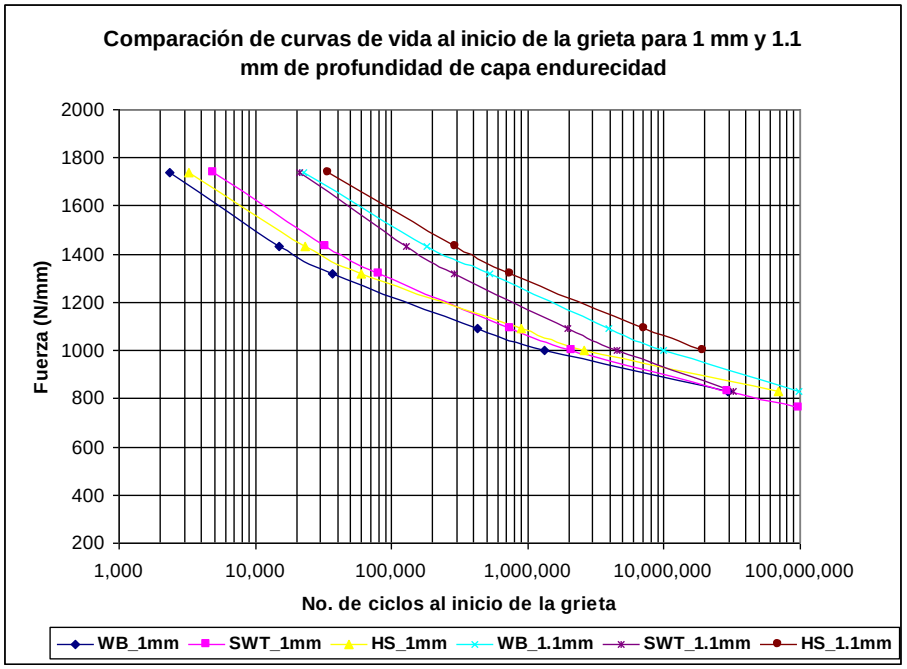


Figura 7.11 Comparación de las vidas obtenidas por los criterios de WB, SWT y HS para ambos espesores de capa endurecida.

VIII RESUMEN Y CONCLUSIONES

En este capitulo se presenta un resumen del trabajo y se enlistan las conclusiones a las que se llegó con los resultados obtenidos del análisis de fatiga multiaxial, aplicado en la raíz del diente de un engrane recto de acero carburizado con espesores de capa endurecida de 1 mm y 1.1mm.

8.1 Resumen.

- Se realizó un análisis de elemento finito bajo condiciones de deformación plana de un par de engranes rectos en contacto en dos posiciones diferentes. Con lo anterior se determinó que la posición de los engranes donde se genera el mayor daño es en la raíz del diente y se utilizó ésta como base del análisis de fatiga multiaxial.

- Se realizó un análisis de fatiga multiaxial basado en deformación (ε-N) en la raíz del diente de un engrane recto de acero carburizado AISI 8620 empleando los criterios de plano crítico Fatemi-Socie, Wang-Brown, SWT y el criterio de deformación equivalente Hoffmann-Seeger.

- Las propiedades mecánicas y de fatiga requeridas por los diferentes criterios utilizados fueron obtenidas experimentalmente para dos espesores de capa endurecida, 1 mm y 1.1 mm. Los ensayos realizados incluyeron pruebas de fatiga en ciclos altos, ciclos bajos con control de deformación, pruebas de microdureza y pruebas de tensión uniaxial. Los parámetros de la curva γ-N utilizados por el criterio de Fatemi-Socie fueron aproximados de los parámetros experimentales de la curva ε-N conforme a la referencia [7].

8.2 Conclusiones

- Los resultados numéricos del análisis en ANSYS® un conjunto con FE-Fatigue® muestran cambios en el número de ciclos al inicio de la grieta para ambos espesores de capa endurecida cuando las mismas condiciones de carga son aplicadas. Se ha encontrado que el espesor de capa de 1.1 mm permite obtener vidas más largas que un espesor de capa de 1 mm, lo cual refleja que el espesor de capa endurecida en el acero carburizado es un factor de influencia en la vida a la fatiga del engrane.

- Los criterios WB, SWT y HS pronostican vidas similares para iguales condiciones de carga e igual espesor de capa endurecida. Lo anterior se ve reflejado en la curvas de vida correspondientes a estos criterios mostradas en las figuras 7.9 y 7.10.

- El criterio de Fatemi-Socie difiere drásticamente en resultados con los criterios WB, SWT y HS, para ambos espesores de capa endurecida, lo cual se puede observar en las figuras 7.8 y 7.10. Este comportamiento es atribuido a que los parámetros de la curva γ-N de la tabla 6.5, necesarios para aplicar este criterio, fueron obtenidos de una aproximación, la cual puede resultar no universal para todos los tipos de materiales.

- De los cuatro modelos utilizados el modelo HS, el cual utiliza la regla de Neuber y cantidades equivalentes, es el mas sencillo de aplicar y como puede observarse en las figuras 7.9 y 7.10 muestra concordancia con los criterios de WB y SWT. Lo anterior coloca en ventaja al modelo HS con respecto a los criterios de plano crítico los cuales requieren mayor información para ser aplicados y su tiempo de computo es mayor.

- Los resultados numéricos de los criterios utilizados fueron comparados con las predicciones obtenidas con el enfoque de AGMA, el cual no toma en cuenta el espesor de capa endurecida obtenida después del carburizado. Se observó que las predicciones obtenidas por el enfoque AGMA son más conservadoras que los resultados numéricos obtenidos para ambos casos de profundidad de capa endurecida.

- Los criterios de plano crítico WB y SWT difieren en el mecanismo de falla, cortante dominante y tensión dominante respectivamente, sin embargo los resultados numéricos obtenidos por ambos criterios reflejan buena concordancia para las condiciones de carga establecidas en el modelo del diente del engrane.

8.3 Trabajo futuro

- Llevar a cabo la validación experimental de los resultados numéricos presentados en este trabajo realizando pruebas físicas a dientes de engranes bajo las mismas condiciones de carga aquí expuestas.
- Extender la aplicación de los modelos de fatiga multiaxial presentados en este trabajo al diseño de engranes helicoidales y engranes cónicos.
- Extender la aplicación de los modelos de fatiga multiaxial presentados en este trabajo al diseño de elementos de transmisión tales como ejes o cualquier elemento mecánico cuyo material utilizado para su construcción sea acero carburizado.

REFERENCIAS

[1]. Joseph E. Shigley Larry D. Mitchell. Diseño en ingeniería mecánica, Mc. Graw Hill, 3ra ed en español, México, 1985.

[2]. S. Glodez, M Sraml, J. Kramberger. A computational model for determination of service life of gears. Int. Journal of Fatigue 2002 .

[3]. Norman E. Dowling. Mechanical Behavior of materials. Prentice Hall, 2da ed. USA. 1998.

[4]. Jayanta Das and Srinivasan M. Sivakumar. (1999) Multiaxial fatigue of high temperature steam turbine rotor using a critical plane approach. Engineering Failure Analisis 7 (2000) 347 - 358.

[5]. C. Han, X. Chen y K.S. Kim. (2001) Evaluation of multiaxial fatigue criteria under irregular loading. International Journal of fatigue 24 (2002) 913 - 922.

[6]. J.L. Woods, S.R. Daniewicz, R. Nellums. Increasing The Bending fatigue strength of carburized spur gear teeth by presetting. Int. Journal of Fatigue 21 (1999) 549 - 556.

[7]. Darrell. F Socie and Gary B. Marquis. Multiaxial Fatigue. SAE International, 1ra ed, USA 2000.

[8]. Robert L. Norton Diseño de Maquinaria, Mc. Graw Hill, 2da ed en español, México, 2000.

[9]. Darle W. Dudley. Practical Gear Desing, CRC Press, 1a ed, U.S. 1994

[10]. Joseph E. Shigley, Charles R. Mischke. Diseño en ingeniería mecánica, Mc. Graw Hill, 4a ed en español, México, 1998.

[11]. ASTM E 384 Test Method for Microhardness of Materials.

[12]. ASTM E 8 Test Method for Tension Testing of Metallic Materials.

[13]. ASTM E 646 Test Method for Tensile Strain-Hardening Exponents (n-Values).

[14]. DIN 50100 Ensayo de vibración continua.

[15]. DIN 50113 Ensayo de barras redondas por flexión rotatoria.

[16]. ASTM E 606 Practice for Strain-Controlled Fatigue Testing.

[17]. Das and S.M. Sivakumar (1999) An evaluation of multiaxial fatigue life assessment methods for engineering components. International Journal of Pressure Vessels and Piping 76 (1999) 741 - 746.

[18]. Ioannis V. Papadopoulos. (2001) Long life fatigue under multiaxial loading. International Journal of fatigue 23 (2001) 839 - 849.

[19]. F. Morel. (1999) A critical plane approach for life prediction of high cycle fatigue under multiaxial variable amplitude loading. . International Journal of fatigue 22 (2000) 101 - 119.

[20]. Steven M. Tipton and Drew V. Nelson. (1996) Advances in multiaxial fatigue life prediction for components with stress concentrations. Int. J. Fatigue Vol 19, No 6 503 - 515 1997.

[21]. Wen – Fung, Chao _ Yu Hung, Lieh – Lin Chen. Fatigue life estimation under multiaxial loadings. Int. Journal of Fatigue 21 (1999) 3 - 10.

[22]. S. Farfán, C. Rubio-González, T. Cervantes-Hernández, G. Mesmacque. (2003) High cycle fatigue, low cycle fatigue and failure modes of a carburized steel. International Journal of fatigue 26 (2004) 673 – 678.

[23]. M. F. Spotts y T. E. Shoup. Elementos de máquinas. Prentice Hall, 7ma ed. Mexico 1998

[24]. Farfan Reyes Salvador (2004). Análisis de Fatiga y Fractura de Componentes Carburizados Usados en Transmisiones Automotrices (Tesis de Mestria). Instituto tecnológico de Morelia, CIDESI.

[25] Joseph E Shigley and Charles R. Mischke(comps). *Standard Hanbook of Machine Desings*, McGrawhill, New York, 1986

[26] JIS-0557 Methods of Measuring Case Depth for Steel

APENDICE A

USO DEL SOFTWARE FE - FATIGUE

FE-Fatigue es un Software desarrollado para realizar análisis de fatiga utilizando los resultados de esfuerzo obtenidos por un paquete de elemento finito; en nuestro caso ANSYS es el paquete de elemento finito que utilizamos como base para llevar a cabo el análisis de esfuerzos, sin embargo pueden ser usados otros paquetes tales como NASTRAN, FATIMAS ó HYPERMESH. En este capitulo describiremos de manera rápida el alcance del Software FE-Fatigue, nos enfocaremos en la información necesaria para realizar un análisis y la manera de llevarlo a cabo explicando las diferentes opciones de análisis que ofrece este Software.

A.1 Descripción general de FE-Fatigue

FE-Fatigue toma los resultados de esfuerzos o deformaciones de un análisis desarrollado previamente en un paquete de elemento finito, combina esta información con detalles como la variación de la carga en el tiempo y propiedades cíclicas de los materiales, después utiliza esta información para estimar el daño por fatiga para cada nodo o elemento provisto.

El diagrama de flujo de la figura A.1 muestra de manera resumida lo necesario para realizar un análisis de fatiga en FE-Fatigue, si el programa de elemento finito utilizado es ANSYS:mediante la aplicación de un criterio de fatiga.

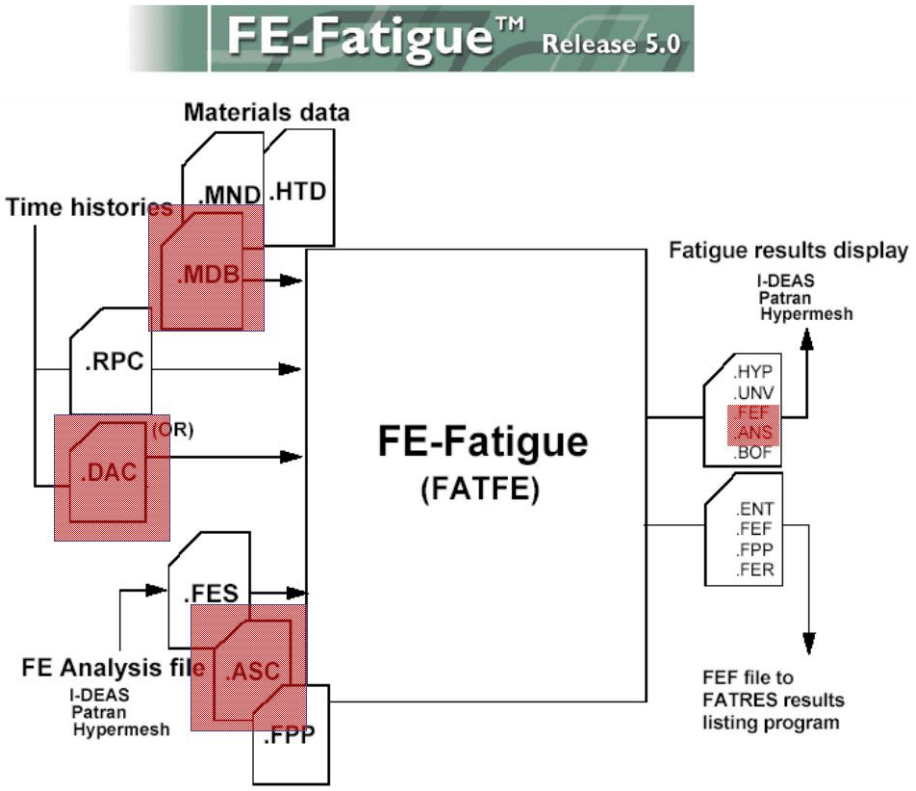


Figura A.1 Esquema simplificado de un análisis de fatiga utilizado FE-Fatigue.

Como se muestra en la figura A.1 para llevar a cabo un análisis de fatiga, es necesario tener disponible la información requerida. En la figura, las casillas encerradas en un cuadro son la información necesaria para desarrollar un análisis de fatiga si la plataforma que se esta utilizando es ANSYS. De izquierda a derecha conforme al flujo, la información de entrada para realizar el análisis esta dividida en tres partes:

- Datos correspondientes a las propiedades materiales.
- Historias de variación de la carga
- Resultados obtenidos por FEM.

Si alguno de estos requisitos no esta disponible, el análisis no podrá realizarse. Una vez completa la información necesaria, el software la utiliza para combinarla y obtener aproximaciones de vida en número de ciclos.

A.2 Capacidad del software.

Tipos de análisis disponibles:

- Análisis de fatiga uniaxial basada en esfuerzo ó deformación
- Análisis de fatiga multiaxial basada en deformación.
- Análisis de fatiga multiaxial con factor de seguridad.
- Análisis de fatiga en uniones soldadas
- Análisis de fatiga con corrección por temperatura
- Análisis de fatiga por vibración.

A.3 Interfaz de FE-Fatigue en el programa ANSYS

FE-Fatigue trabaja ligado con ANSYS por medio de una interfaz y es por esta que se puede exportar e importar información. La figura A.2 muestra la ubicación de la interfase de FE-Fatigue dentro del menú principal de ANSYS.

Como se muestra en la figura A.2, la interfaz de FE-Fatigue esta ubicada dentro del menú principal de ANSYS en el Nivel *General Postproc* y en el menú desplegable *Fatigue* con el nombre *nCode Fatigue.* Las opciones disponibles de esta interfase son: Exportar e importar datos, graficar resultados, listar resultados crear o borrar botones, inicializar resultados, ayuda y comenzar FE-Fatigue. Esta última opción da comienzo a las especificaciones del tipo de análisis que se va realizar y será explicado a continuación.

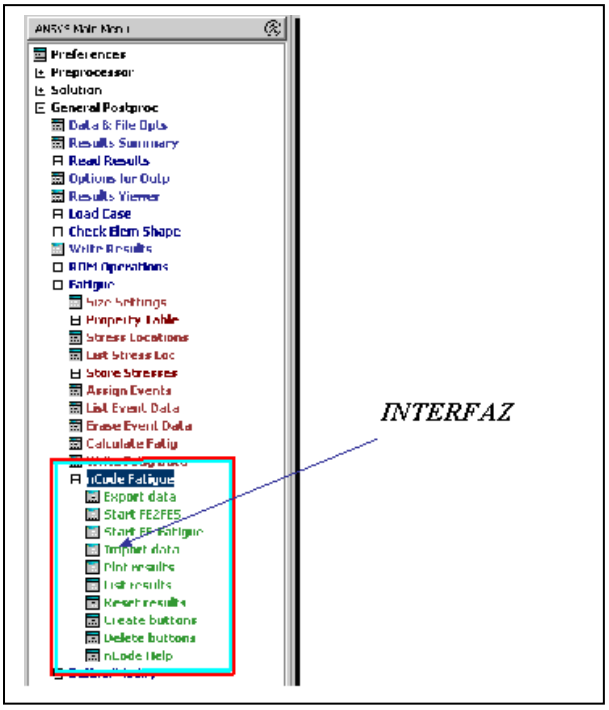


figura A.2 Ubicación de la interfaz de FE – Fatigue dentro del menú principal de ANSYS

A.4 Uso del software

Una vez que se tienen las propiedades materiales necesarias para el análisis, la variación de las cargas a través del tiempo y los resultados de un análisis de elemento finito, es posible realizar un análisis de fatiga. La manera de ingresar a FE-Fatigue desde ANSYS es entrar a la interfase por medio de la ventana mostrada en la figura A.2 y seleccionar la opción *Start FE-Fatigue*. Una vez realizado esto se habrá ingresado al programa y se desplegará la figura A.3.

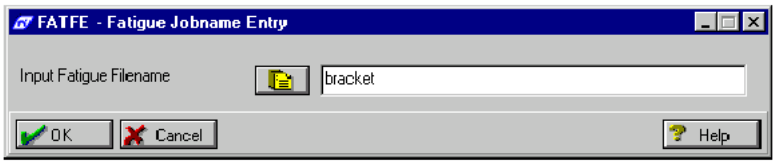


Figura A.3 Ventana de inicio de FE- Fatigue para el ingreso del archivo de trabajo.

En la ventana de la figura A.3 se debe ingresar el nombre del archivo que contenga los resultados de esfuerzo de elemento finito los cuales serán utilizados para realizar el análisis de fatiga. La extensión de este archivo es *.asc*. La creación de este archivo se realiza exportando los resultados elementales ó nodales del modelo de elemento finito a FE-Fatigue por medio de la interfaz mostrada en la figura A.2 con la opción *export data*.

Lo que suceda después depende de si los archivos de resultados existen para el trabajo que se ha seleccionado. El diagrama de flujo de la figura A.4 resume el procedimiento de análisis.

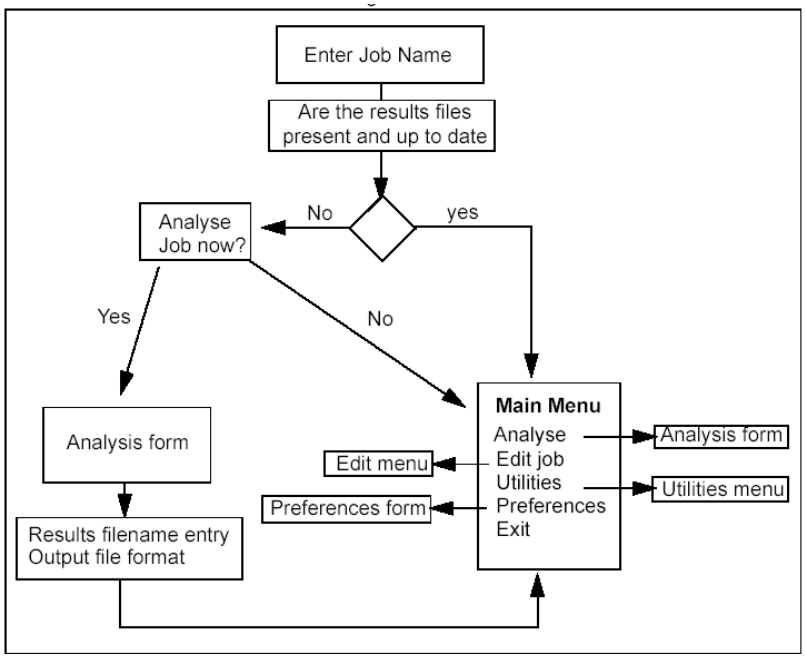


Figura A.4 Diagrama de flujo de procedimiento de análisis en FE -Fatigue.

A continuación se muestra la ventana de menú principal de FE-Fatigue presentado en el diagrama de flujo anterior (figura A.5) y se describen cada una de las opciones disponibles de este.

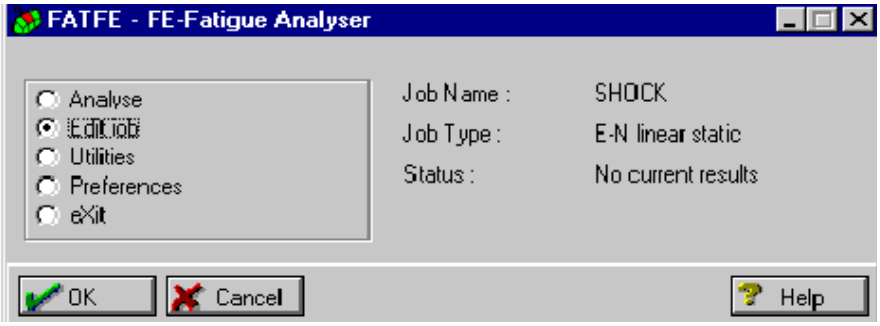


Figura A.5 Ventana de menú principal

A.4.1 Analyse form

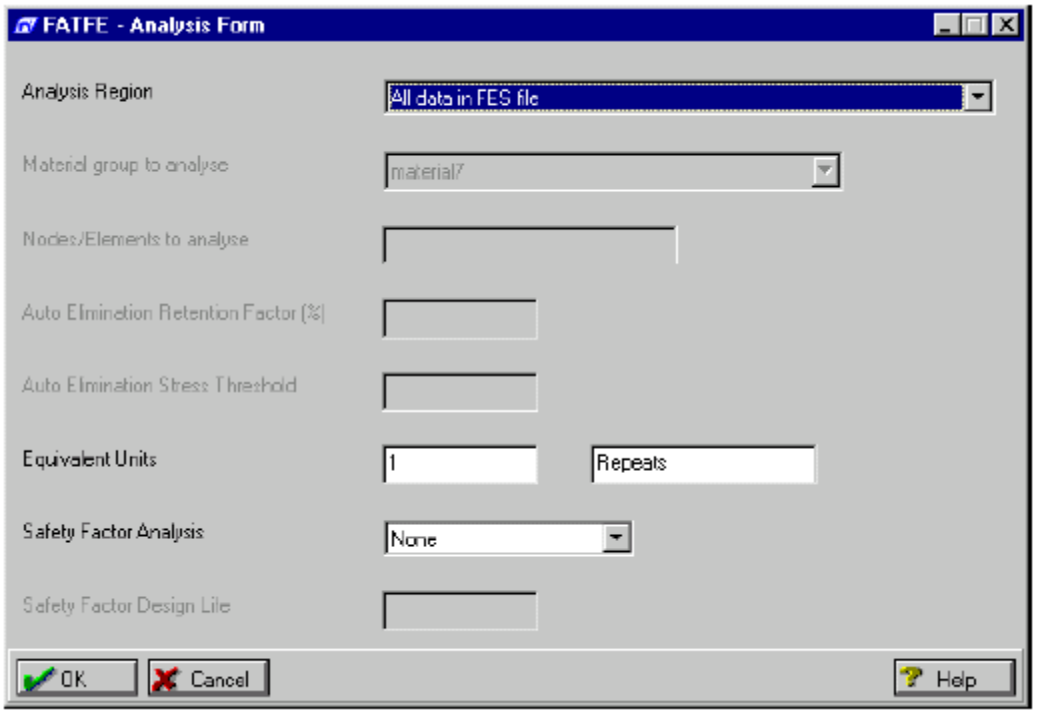


Figura A.6 Ventana de analisis form

La ventana *Analyse Form* de la figura A.6 puede ser desplegada escogiendo la opción *analyse* de la ventana del menú principal. La siguiente es la descripción de cada casilla presente en esta ventana:

Analyse region:

Especifica que tanto del modelo se analizará y las opciones disponibles son las siguientes:

- *Full Model*, esta opción analizará todos los datos del archivo de trabajo.
- *By group*, Permite la selección de un grupo de un archivo de trabajo multigrupal.
- *By node/element*, con esta opción la región de análisis es especificada por un grupo de nodos ó elementos.
- *Auto-elimination method*, esta opción descarta áreas de bajo esfuerzo.

Material group to analyse:

Esta opción selecciona un grupo de elementos por medio de una etiqueta grupal. Cuando se cuenta con múltiples grupos, un simple grupo puede ser seleccionado para el análisis.

Nodes/Elements to analyse:

La selección de esta opción requiere el ingreso de identificación de nodos ó elementos que forman una parte del modelo, el máximo número de elementos que pueden ser especificados es de 50000.

Auto elimination retention factor:

Esta es una opción para un análisis rápido, en función de uno de los siguientes porcentajes:

- % de Esfuerzo Máximo: Elimina los nodos o elementos que tienen un esfuerzo calculado menor a un porcentaje “n” del máximo esfuerzo del modelo.
- % del Modelo a retener: Selecciona solamente el porcentaje n de nodos o elementos mas dañados para el análisis. Los nodos que son eliminados no tendrán resultados.
- % a retener por Grupo: La auto eliminación sobre un grupo base retiene el n porciento de nodos o elementos de cada grupo material definido en el archivo FES.

Auto elimination stress threshold:

Especifica el esfuerzo mínimo tal que si el esfuerzo de von Mises en un nodo o elemento es menor a este valor ese nodo no será analizado.

Equivalent unit:

Los resultados de los análisis de fatiga son normalmente reportados como daño o vida en repeticiones de la historia de carga. Si la historia de carga tiene un significado físico, por ejemplo, tres vueltas de un circuito de prueba, entonces el número de unidades equivalentes puede ser colocada en 3 vueltas y la vida puede ser reportada en vueltas así como en repeticiones.

Safety factor analysis:

Las opciones son: none, Life Based ó Stress Based. Si la opción de factor de seguridad es seleccionada, FATFE preguntará también por el factor de seguridad de vida de diseño.

Safety factor desing life:

Especifica un tipo de análisis de factor de seguridad para aplicarlo en adición al cálculo de vida regular.

A.4.2. Analysis/Results filename entry form

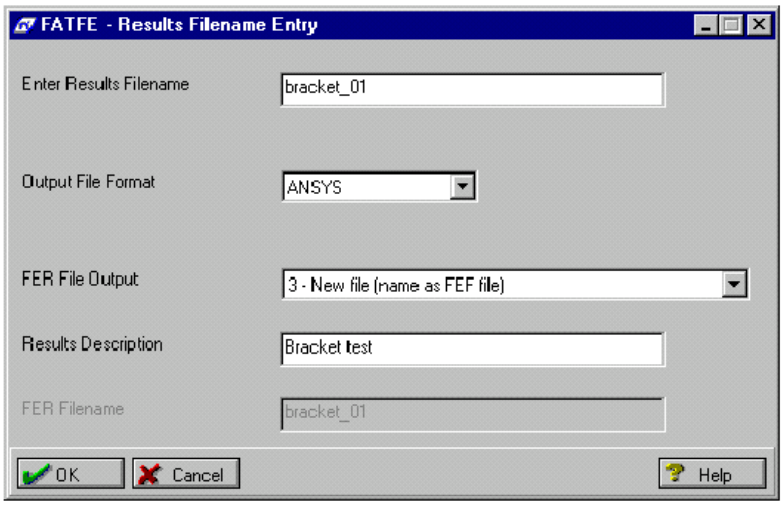


Figura A.7 Ventana de results filename entry form

Una vez ingresada la información correcta en la ventana de *Analyse form*, el programa preguntará por un nombre genérico para los archivos de salida como se muestra en la figura A.7.

Enter results rilename:

Especifica el nombre genérico de los archivos de resultados los cuales serán creados durante el análisis.

Output file format:

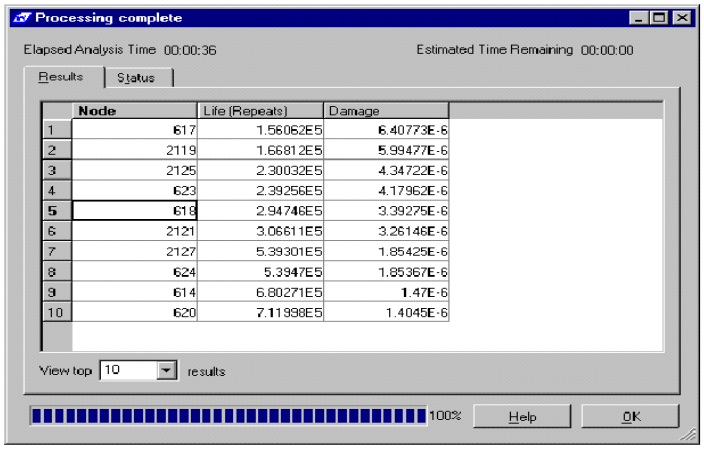
Este campo permite escoger un formato de salida diferente que el default.

Fer file output

Despliega una lista de opciones disponibles para escribir los resultados del análisis.

A.4.3 Results monitor

Una vez que el análisis ha comenzado será desplegada una lista de tres columnas en donde se especifica el numero de nodo ó elemento, la vida en repeticiones y el daño para ese nodo o elemento como se muestra en la figura A.8.



	Node	Life (Repeats)	Damage
1	617	1.56062E5	6.40773E-6
2	2119	1.66812E5	5.99477E-6
3	2125	2.30032E5	4.34722E-6
4	623	2.39256E5	4.17962E-6
5	618	2.94746E5	3.39275E-6
6	2121	3.06611E5	3.26146E-6
7	2127	5.39301E5	1.85425E-6
8	624	5.3947E5	1.85367E-6
9	614	6.80271E5	1.47E-6
10	620	7.11998E5	1.4045E-6

Figura A.8 ventana de results monitor

A.4.4 Edit job menu

Si el archivo del trabajo ingresado no esta completo ó desea editar una parte de este, entonces el menú de la figura A.9 le permite completar los parámetros de trabajo requeridos para un análisis completo. La información editada será almacenada en el archivo de trabajo para el uso futuro.

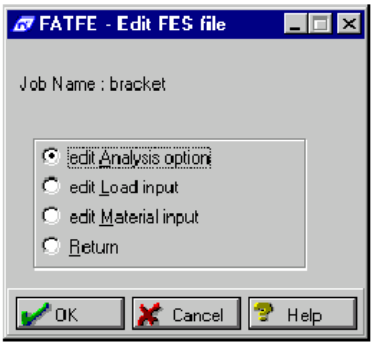


Figura A.9 Ventana del edit job menu

Cada una de las opciones de la figura A.9 despliega diferentes ventanas de submenús. A continuación se detallará cada uno de ellas.

A.4.5. Edit analysis option

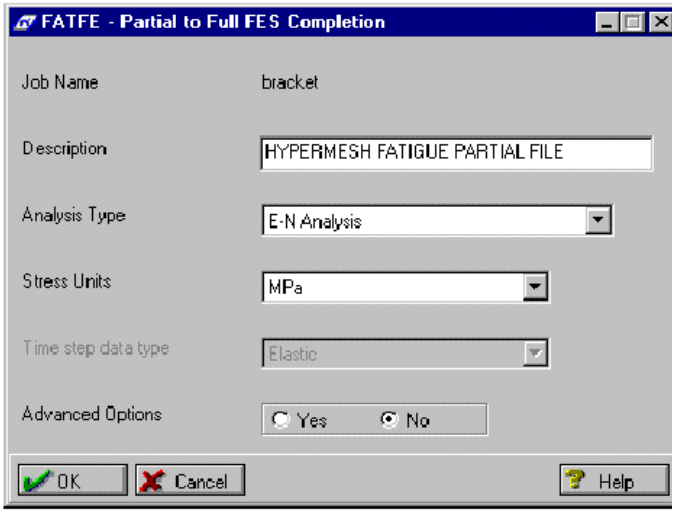


Figura A.10 Ventana del edit analysis option

La pantalla de la figura A.10 especifica información general y opciones de análisis para el trabajo.

Descripción:

Ingresa una secuencia de texto la cual ayudará a identificar el trabajo, éste será tomado como el nombre del trabajo.

Analysis type:

Especifica el tipo de análisis que se llevará a cabo E-N, S-N, Multiaxial E-N u otro. Una de éstas opciones se puede seleccionar activando el menú desplegable de esta casilla.

Stress units:

Las unidades de esfuerzo deben ser especificadas para asegurar la compatibilidad con las unidades de esfuerzo usadas en el análisis de elemento finito. Las opciones disponibles son MPa, Pascales, Psi, Ksi y Kg/m^2. Una de éstas opciones se puede seleccionar activando el menú desplegable de esta casilla.

Time Step data type:

Cuando los datos son deformación y no esfuerzos, esta opción permite al usuario especificar si las deformaciones son el resultado de un análisis elástico ó Elasto-plástico.

Advanced options

El programa esta configurado para dar opciones iniciales, a menos que se especifique otra cosa. Las opciones avanzadas para el análisis de fatiga deberán ser cambiadas solamente si las implicaciones sobre los resultados están completamente entendidos.

A.4.6 Edit/Advanced options form ε-N

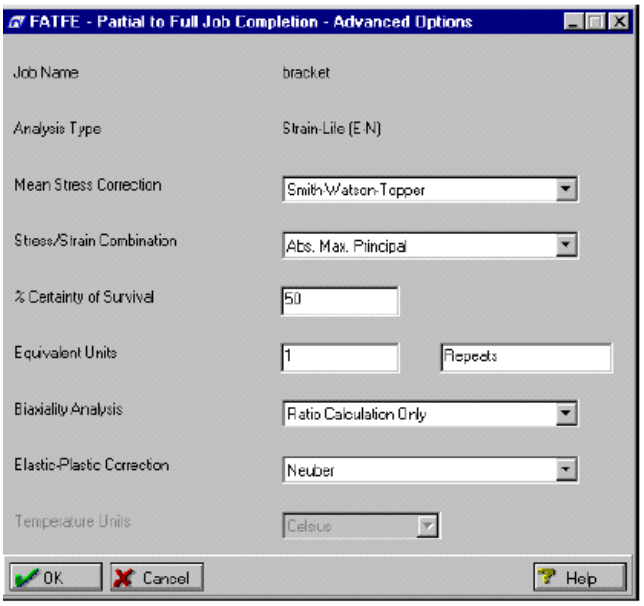


Figura A.11 Ventana de Advanced options form ε-N

Mean stress correction:

Especifica el método de corrección para esfuerzo medio que se aplicará en el análisis. Las opciones disponibles son Morrow, SWT ó sin corrección. Una de éstas opciones se puede seleccionar activando el menú desplegable de esta casilla.

Stress/Strain combination:

El archivo de resultados de elemento finito contiene datos de esfuerzo ó deformación en forma de componentes. Para un análisis de fatiga uniaxial es necesario seleccionar un método que combine los valores de las componentes en una forma equivalente. Algunas de las opciones disponibles son los criterios de esfuerzo principal máximo, de esfuerzo principal mínimo, de la componente de esfuerzo en X, de la componente de esfuerzo en Y y de la componente de esfuerzo en Z. Una de éstas opciones se puede seleccionar activando el menú desplegable de esta casilla.

% Certainty of survival:

Si los datos de los materiales contienen información de dispersión de un análisis de regresión, esta opción permite que un nivel de confianza sea fijado, el cual toma en cuenta la dispersión en los datos. El valor por default es de 50, recomendado cuando no se cuenta con esta información.

Equivalent unit

Los resultados de los análisis de fatiga son normalmente reportados como daño y vida en repeticiones de la historia de carga (Inverso del daño). Si la historia de carga tiene un significado físico, por ejemplo, tres vueltas de un circuito de prueba, entonces el número de unidades equivalentes puede ser colocada en 3 vueltas y la vida puede ser reportada en vueltas así como en repeticiones.

Biaxiality analysis:

Esta opción selecciona el método para corregir la aproximación ε-N cuando se utiliza la transformación elasto-plástica de Neuber aunada con biaxialidad. Las opciones disponibles son: no corrección, parámetro de modificación y Hoffmann-Seenger. Una de éstas opciones se puede seleccionar activando el menú desplegable de esta casilla.

A.4.7 Edit/Multiaxial advanced options

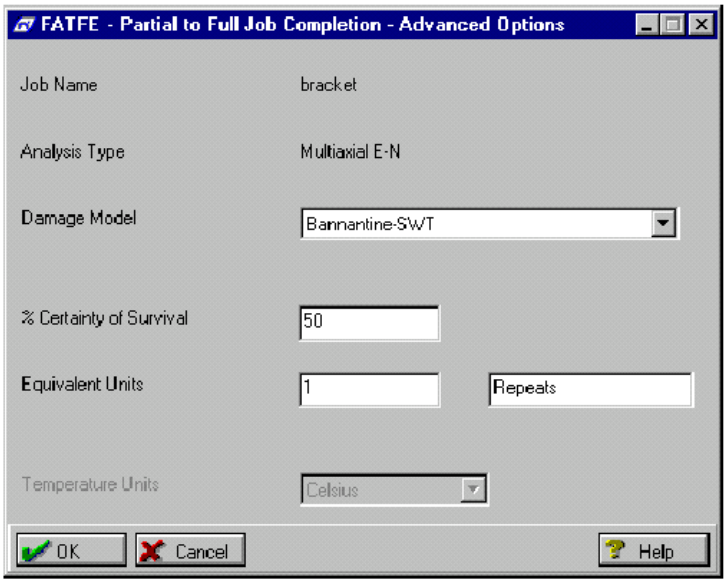


Figura A.12 Ventana de multiaxial advanced options

Damage model:

Especifica el modelo de daño a ser utilizado. Los modelos disponibles son SWT, WB y FS.

% Certainty of survival

Si los datos de los materiales contienen información de dispersión de un análisis de regresión, esta opción permite que un nivel de confianza sea fijado para que se tome en cuenta la dispersión en los datos. El valor por default es de 50.

Temperature units:

Esta opción es disponible solo si los datos de temperatura están disponibles.

A.4.8. Edit/Loading input form

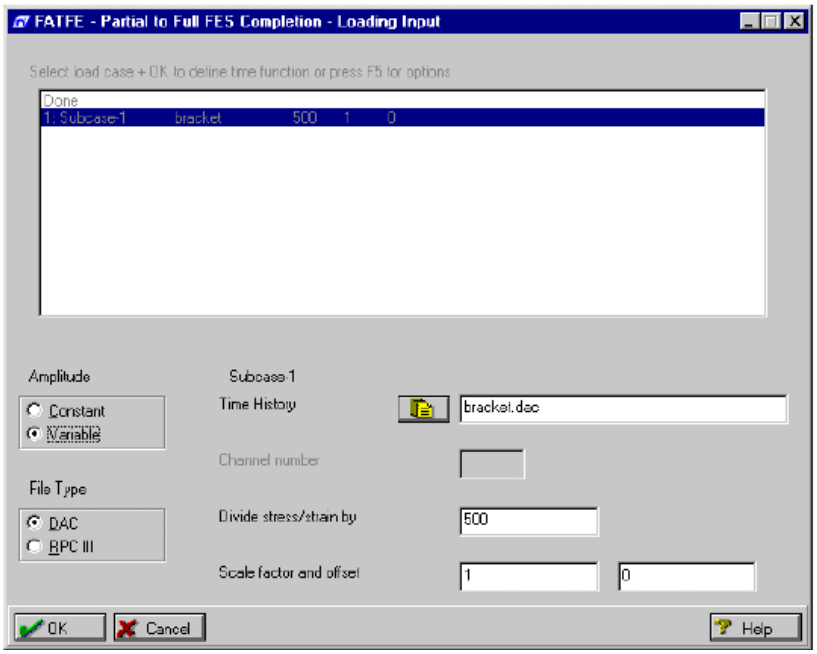


Figura A.13 Ventana loading form

El *Loading input form* es usado para definir o editar la información asociada con cada caso de carga. El caso de carga es un archivo de una historia de carga y puede estar en formato .DAC ó RCP.

La historia de carga puede ser seleccionada de un directorio utilizando el campo *subcase time history* de la figura A.13. La carga aplicada en el modelo de elemento finito es

ingresado en el campo "*divide stress/strain by*". Esta entrada es usada para normalizar el esfuerzo en el modelo de elemento finito, antes de aplicar la historia de carga.

Amplitude:

Especifica si la historia de carga adherida al caso de carga seleccionado tiene amplitud constante o variable. Para amplitud constante, es necesario especificar el máximo y mínimo valores de la carga cíclica. La amplitud constante es aplicable solo para análisis de casos de carga unitario.

Scaling (Solo para el criterio de amplitud constante):

Especifica la escala de los datos de carga con amplitud constante a ser aplicados.

- *Zero-peak*: Implica carga positiva, que va de cero a la carga aplicada en el Modelo de elemento finito.
- *Peak-Peak*: Implica carga de cero a la carga aplicada en el modelo de elemento finito y después al valor negativo de la carga del modelo de elemento finito y de vuelta a cero.
- *Scaled*: Esta opción permite colocar el máximo y el mínimo factor de carga, para la secuencia de amplitud constante.

Min value/Max value (Solo para el criterio de amplitud constante):

Especifica el mínimo y máximo valor para la amplitud constante.

Time history (Para Criterio de amplitud variable):

Esta opción selecciona una historia en el tiempo con la que el caso de carga estará unido. Para múltiples casos de carga, las historias en el tiempo deben tener la misma longitud y la misma taza de muestreo. El archivo debe ser un . DAC ó RPC.

Chanel number:

Los archivos RCP III (No los DAC) requieren un numero de canal. Ingresa el número de canal para este caso de carga.

Divide stress/strain by:

Esta opción normaliza el esfuerzo a la unidad.

Scale factor and offset:

Ingresa el factor de escala a ser aplicado para ese caso de carga y el valor offset.

Selecting load cases:

Cuando se trabaja con análisis de elemento finito lineales elásticos, cada caso de carga debe tener una historia en el tiempo adherida. Esta historia en el tiempo puede ser de amplitud variable o constante y debe describir la variación del paso de carga en el tiempo.

A.4.9. Material input form

FE-Fatigue tiene la capacidad de partir al modelo en varios grupos cuyas propiedades de durabilidad son diferentes, por ejemplo diferentes materiales, notando que las propiedades materiales para el modelo de elemento finito y para el análisis de fatiga no son las mismas, La figura A.14 muestra un análisis con dos grupos materiales.

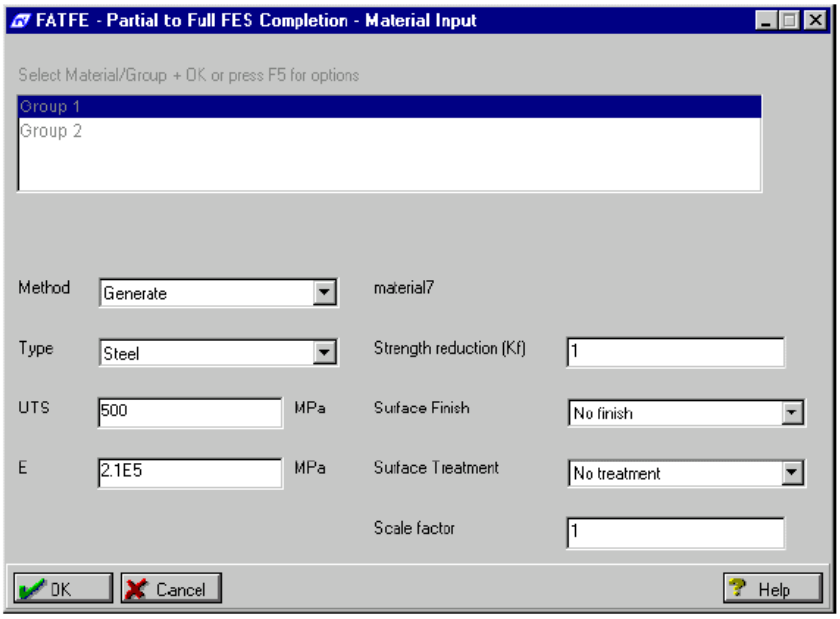


Figura A.14 Ventana de material input form

Method:

Las dos principales opciones para especificar el tipo de material con el que se va a trabajar son: seleccionar un material asociado con las propiedades de la lista de materiales disponibles ó generar las propiedades del material por medio del usuario. Para la opción Select se proporciona una lista de materiales disponible. Para editar ó añadir un material presione F5 para acceder a las opciones de menú.

Strength reduction (kf):

En FE – Fatigue, kf es aplicado como un factor de reducción de resistencia a la fatiga para los análisis S-N y E-N. Este reduce el límite de fatiga para valores de kf mayores que 1 e incrementa este para valores menores de uno.

Surface finish:

El acabado superficial puede tener un efecto significante sobre la vida de fatiga, especialmente en materiales de mas alta resistencia. La entrada inicial asignada es

“Polished” como la de un espécimen de laboratorio, pero un amplio rango de acabados predefinidos están disponibles.

Surface treatment:

Tratamientos que introducen esfuerzos, usualmente compresivos, sobre la superficie de un componente tiene un efecto significante sobre la vida de fatiga. Factores de corrección para un rango de tratamientos superficiales son disponibles.

Scale factor:

El factor de escala es una cantidad por la cual el valor de la amplitud será multiplicada. Por ejemplo si la amplitud es de 10, entonces la aplicación de un factor de escala de 3 producirá una amplitud de 30. No pueden ser ingresados múltiples factores de escala.

A.5 Ejemplo de análisis de fatiga multiaxial

Para realizar un análisis de fatiga multiaxial basado en deformación es necesario tener un archivo de resultados de elemento finito. Si el paquete de elemento finito utilizado es ANSYS la extensión del archivo de resultados será *.rst*.

El primer paso del análisis es exportar los resultados de ANSYS a FE-Fatigue, la exportación se lleva acabo con la siguiente ruta.

• *General postprocessing > fatigue > nCode fatigue >export data*

Observe la figura A.2 para verificar la ruta. Una vez realizado esto aparecerá la ventana mostrada en la figura A15, de esta manera la interfase de FE-Fatigue exportará los datos de la selección actual en ANSYS, es por ello que debe asegurarse que esta selección contenga los elementos requeridos.

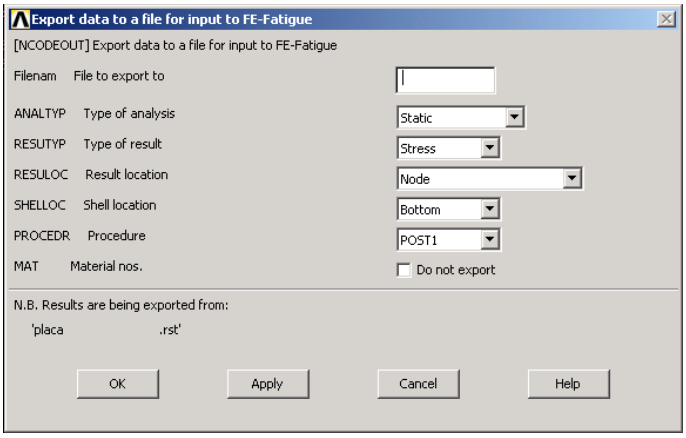


Figura A.15 Ventana de exportación de resultados

De la figura A.15 debe seleccionar la siguiente información:

Filename: prueba_1 (Nombre deseado para el análisis)

• ANALTYP: *Static*

• RESUTYP: *Stress*

• RESULOC: *Botttom*

• ELEMTYP: *Shell*

• SHELLOC: *Bottom*

• PROCEDR: *POST 1*

• MAT: *Do not export*

• OK

En este punto la interfase escribirá un archivo con extensión *.asc*, lo cual que tomará algunos minutos.

Comenzando FE-Fatigue

Seleccione *Start FE-Fatigue* de la interfase en ANSYS y OK al mensaje para correr FATFE. En este punto aparecerá la ventana de la figura A.3, escriba *Prueba_1* como nombre de trabajo. En la siguiente ventana, figura A.10, seleccione lo siguiente:

• Analysis type: *Multiaxial E-N*

• Stress units: *Mpa* (Recordando que deben ser congruentes con las unidades utilizadas en el análisis de ANSYS)

• Advanced options: *Yes*

• OK

Ahora aparecerá la pantalla de opciones avanzadas (figura A.12). Esta ventana permite seleccionar el criterio de análisis (SWT, Wang-Bronw o Fatemi-Socie). Seleccione el de su preferencia y presione *ok*.

Configuración de las cargas de fatiga

Una vez seleccionado el criterio que se usará en el análisis aparecerá la figura A.13, verifique que el tipo de archivo esté colocado en *DAC* y la amplitud sea *Variable*, para el caso de tener historias de carga independientes, de no ser así, seleccione una opción de carga con amplitud constante (*Peak-Peak, Zero-Peak ó Scaled).*

Ingreso de la información del material

Para realizar el análisis es necesario contar con las propiedades de fatiga del material utilizado. En el caso de ser requerido un criterio de plano critico, las propiedades necesarias son las de la tabla 7.4. Para dar de alta una base de datos con estas propiedades presione *F5* y seleccione *create<data set 1* e ingrese el nombre de material y las propiedades de este, así el programa creará una base de datos que podrá seleccionar posteriormente para realizar otro análisis.

Correr el análisis de fatiga.

Seleccionar los siguientes parámetros de la ventana *Analisis form*, figura A6.

• Analysis region: All data in FES file

• Equivalent units: 1 repeats

Aceptar los resultados de fault para los resultados de salida:

• Enter results filename: Prueba_1

• Output file format: ANSYS

De esta manera el programa estará calculando el número de ciclos soportado por cada elemento antes de la falla y desplegará una ventana similar a la de la figura A.8.

APENDICE B

PROGRAMA PARA REALIZAR EL PERFIL DE UN ENGRANE RECTO

```
clc
%Este programa grafica un engrane de involuta.
%Parámetros del engrane
n=15;                   %Numero de dientes
pd=5;                   %Módulo
phi_d=20;         %Angulo de presión en grados
% ---------------------------------------------------------------------------
r_fillet=1.5;           %Radio del filete
% ---------------------------------------------------------------------------
%Declaración de variables
xp=zeros(10,1);yp=zeros(10,1);
xo=zeros(10,1);yo=zeros(10,1);
xr=zeros(2,1);yr=zeros(2,1);
xro=zeros(5,1);yro=zeros(5,1);
xf=zeros(5,1);yf=zeros(5,1);
theta=zeros(10,1);
f=zeros(2,32);
M=[];c=[];e=[];g=[];h=[];
% ---------------------------------------------------------------------------
%Cálculo de los parámetros básicos del engrane
d=n*pd                                  %Diámetro de paso
phi=phi_d*pi/180        %Angulo de Presión en radianes
db=d*cos(phi)           %Diámetro del circulo base
do=d+2*pd                       %Diámetro de Adendo
tt=pi/(2/pd)            %Espesor del diente en el circulo de paso
dr=d-2*1.25*pd            % Diámetro de dedendo
% ---------------------------------------------------------------------------
%Calculo de las coordenadas del perfil de involuta
n1=10;
tp=pi*d/(2*n);
for i=1:n1;
        r=do/2-(do-db)*(i-1)/(2*(n1-1));
        pha=acos(db/(2*r));
        t=2*r*(tp/d+(tan(phi)-phi)-(tan(pha)-pha));
```

```
        theta(i)=t/(2*r);
        xp(i)=r*sin(theta(i));          % Cambio de coordenadas polares a coordenadas
cartesianas
        yp(i)=r*cos(theta(i));
end
xp=xp';yp=yp';
% ---------------------------------------------------------------------------
%Cálculo del círculo de adendo
n2=10;
for i=1:n2;
        theta_o=theta(1)*(i-1)/(n2-1);
        xo(i)=(do/2)*sin(theta_o);
        yo(i)=(do/2)*cos(theta_o);
end
xo=xo';yo=yo';
% ---------------------------------------------------------------------------
%Calculo de la porción de curva entre el circulo base y el circulo del dedendo

for i=1:2;
        theta0=asin((xp(1,n1)+r_fillet)/(dr/2));
        xr(i)=xp(1,10);
        yr(i)=yp(1,10)-(yp(1,10)-r_fillet-(dr/2)*cos(theta0))*i/2;
        %yr(2)=(dr/2)*cos(theta0)+r_fillet
end
xr=xr';yr=yr';
% ---------------------------------------------------------------------------
%Cálculo del círculo del dedendo
n3=5;
for i=1:n3;
  thetar=theta0+(pi/n-theta0)*(i-1)/(n3-1);
  xro(i)=dr*sin(thetar)/2;
        yro(i)=dr*cos(thetar)/2;
end
xro=xro';yro=yro';
% ---------------------------------------------------------------------------
%Cálculo del filete
n4=5;
for i=1:n4;
  xf(i)=xro(1)-r_fillet*cos((i-1)*pi/(2*n4-2));
  yf(i)=yro(1)+r_fillet*(1-sin((i-1)*pi/(2*n4-2)));
end
xf=xf';yf=yf';
% ---------------------------------------------------------------------------
%Generar la mitad del diente
c=[c,xo,xp,xr,xf,xro];
e=[e,yo,yp,yr,yf,yro];
g=[c',e'];
```

```
g=g';
% ---------------------------------------------------------------------------
%generar el diente completo
ff=[-1 0;0 1]*g;
n5=n1+n2+n3+n4+2
for i=1:n5;
  f(1,i)=ff(1,n5+1-i);
        f(2,i)=ff(2,n5+1-i);
end
h=[h,f,g];
% ---------------------------------------------------------------------------
%Generar el engrane completo
for i=1:n;
        kk=[cos(2*pi*(i-1)/n) sin(2*pi*(i-1)/n);-sin(2*pi*(i-1)/n) cos(2*pi*(i-1)/n)];


        mm=kk*h;
        M=[M,mm];
end
M=[M,h(:,1)];
% ---------------------------------------------------------------------------
%plot (g(1,:),g(2,:))   %Gráfico de medio diente
%plot (h(1,:),h(2,:))   %Gráfico un diente
plot (M(1,:),M(2,:))   %Gráfico engrane completo
axis('equal')
M=M';
save gear_15_.dat M -ascii
```

APENDICE C

PROCEDIMIENTO DEL ENSAYO DE MICRODUREZA VICKERS

- Encienda el equipo.
- Seleccione el indentador Vickers con el cual se va a realizar la medición y verifique que el equipo se encuentra dentro de los parámetros normales utilizando un bloque patrón.
- Una vez verificado el equipo coloque la muestra en los sujetadores del equipo de modo que esta quede perpendicular al indentador.
- Enfoque la superficie de la muestra en la pantalla.
- Seleccione un área designada para la determinación de la dureza y enfoque nuevamente.
- Seleccione la fuerza a aplicar.
- Aplique la fuerza para que el indentador inicie la penetración.
- Después de que la fuerza haya sido aplicada enfoque nuevamente para que obtenga una máxima resolución en las líneas de medición así como un máximo contraste y brillantez.
- Examine la indentación para ver si esta se encuentra en la posición deseada y si la simetría es la adecuada.
- Si la indentación quedo fuera de la zona deseada, es posible que el equipo se encuentre desalineado. Revise el manual del fabricante para su alineación.
- Si una mitad de cualquier diagonal se encuentra con el 5% más grande que la otra mitad de la diagonal o si no es posible enfocar las cuatro esquinas posiblemente la causa es que la muestra no se encuentra perpendicular al eje del indentador.
- Si la longitud de las diagonales de la indentación se encuentran desiguales, como lo explicado en el punto anterior, gire la muestra 90° y realice otra indentación en una zona limpia, si la asimetría de la indentación a rotado 90° entonces la muestra no se encuentra perpendicular al eje del indentador. Por otro lado si la asimetría

permanece en la misma orientación entonces revise el indentador ya que posiblemente éste se encuentre dañado.

- Mida ambas diagonales de la indentación y realice el promedio. Aplique la ecuación 6.1 para obtener el numero de dureza Vickers.
- Generalmente mas de una indentación es hecha en una muestra, por lo que se debe asegurar que el espacio entre indentaciones es lo suficientemente largo para que la prueba adyacente no interfiera con la otra. El mínimo espacio recomendado entre indentaciones se muestra en la figura C.1.

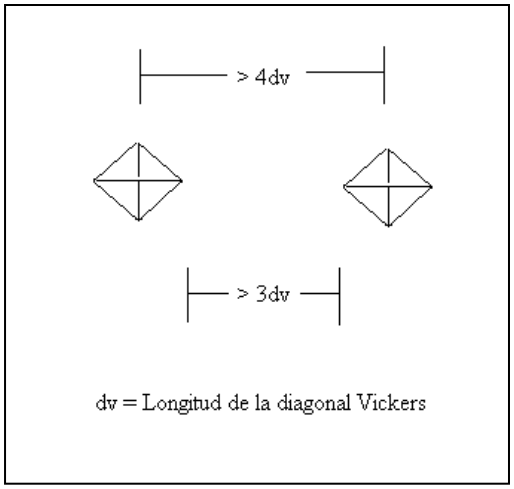


Figura C.1 Mínimo espacio recomendado entre indentaciones.

APENDICE D

PROCEDIMIENTO DEL ENSAYO DE TENSIÓN UNIAXIAL

- Una vez puesto en marcha el equipo se debe esperar 15 minutos para que este alcance su estabilidad.
- Para determinar el área de la sección transversal del espécimen de prueba mida las dimensiones al centro de la sección reducida.
- La sujeción del espécimen se debe realizar en la sección roscada.
- Para minimizar las deformaciones por flexión se deben alinear las mordazas que sujetan al espécimen de tal manera que coincida el eje del espécimen con el eje de aplicación de la carga como se muestra en la figura 6.17.
- Colocar el extensómetro en la zona de trabajo del espécimen.
- Se inicia la prueba después de haber inicializado correctamente el equipo e introducido todos los datos requeridos para la realización de esta y cuidando siempre que todo esté en orden ya que cualquier alteración de alguna de las variables involucradas pudiese ocasionar resultados catastróficos en el equipo de prueba o datos incorrectos en la adquisición.
- Una vez realizada la prueba deberá obtenerse la resistencia a la fluencia por el método del offset. Este método es descrito a continuación: Obténgase una impresión del diagrama Esfuerzo-Deformación del ensayo realizado ó utilice el software del equipo, sobre el diagrama del Esfuerzo-Deformación dibuje una línea *0m* de igual valor al offset especificado, observe figura D.1 posteriormente dibuje una línea *mn* paralela a *0A* y localice r en la intercepción de *mn* con la curva del diagrama Esfuerzo-Deformación, de esta manera el valor de R será el valor de la resistencia a la fluencia. En general puede utilizar un offset de 0.2%.
- Calcule la resistencia a la tensión dividiendo la fuerza máxima alcanzada por el espécimen durante la prueba entre el área de la sección transversal original del

espécimen ó utilice el software del equipo para obtenerlo.

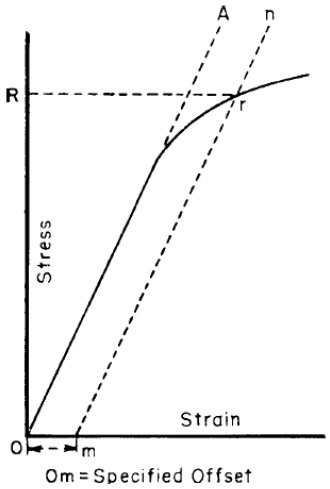


Figura D.1 Obtención del esfuerzo de fluencia por el método del offset

APENDICE E

PROCEDIMIENTO DEL ENSAYO DE FATIGA EN CICLOS ALTOS

- La probeta a ensayar se engrasa ligeramente y se monta en las mordazas buscando la simetría en ambos lados.
- Verificar que la probeta gire correctamente.
- Poner en ceros el contador de número de ciclos.
- El selector de velocidad se coloca en la posición I (7200 rpm).
- Determinar la amplitud de esfuerzo al cual se someterá la probeta, recordando comenzar con las amplitudes mas altas. El primer valor puede ser tomado en base a la resistencia a la tensión del material de ensayo de tensión uniaxial.
- Medir el valor efectivo del diámetro de ensayo de la probeta con ayuda de un micrómetro de tornillo ó vernier.
- Calcular el momento necesario con la ecuación E.1.

$$M = \frac{\sigma_a \pi D_c^3}{32} \qquad \text{(E.1)}$$

Donde:

σ_a = Amplitud de Esfuerzo alternante requerida.

D_c = Diámetro efectivo.

M = Momento requerido para el esfuerzo aplicado.

- Determinar la carga requerida con la ecuación E.2.

$$C_r = \frac{M}{b} \qquad \text{(E.2)}$$

C_r = Carga Requerida.

b = 106 mm.

- Comparar el valor obtenido de la medición de diámetro efectivo de la probeta con 6.74 mm, si ambos son iguales la carga aplicada será de 1 kg/mm^2 por cada centímetro que avanza la pesa (sin tomar en cuenta la carga extra en el lado izquierdo). De no ser iguales estos dos valores se aplicara un factor de corrección, el cual se puede calcular como se muestra a continuación.

- Si el valor efectivo del diámetro de la probeta es mayor a 6.74 mm el factor de corrección deberá ser calculado con la ecuación E.3.

$$F = \frac{D_c - 6.74}{2.3333} + 1 \qquad \text{(E.3)}$$

Donde:

F = Factor de corrección.

D_c = Valor del diámetro efectivo en mm.

- Si el valor efectivo del diámetro de la probeta es menor de 6.74 mm el factor de corrección deberá ser calculado con la ecuación E.4.

$$F = 1 - \frac{6.74 - D_c}{2.295} \qquad \text{(E.4)}$$

Donde:

F = Factor de corrección.

D_c = Valor del diámetro efectivo en mm.

- Una vez que se ha calculado el factor de corrección se calcula la carga corregida que se aplicará. Este cálculo se realiza mediante la ecuación E.5.

$$C_c = (C_r)(F) \qquad \text{(E.5)}$$

Donde:

C_c = Carga corregida

C_r = Carga requerida.

- Determine el desplazamiento de cursor (con carga extra), ecuación E.6, basado en el diagrama de cuerpo libre de la regleta de carga, figura E.1.

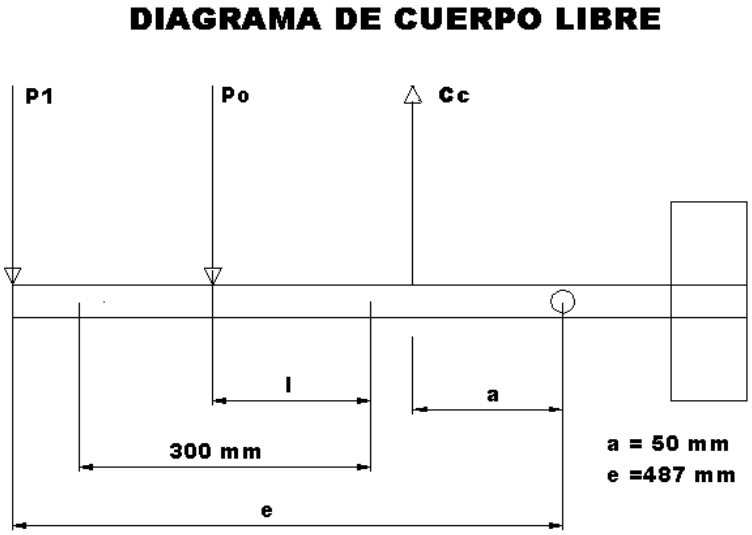


Figura E.1 Diagrama de cuerpo libre de la regleta de carga.

$$l = \frac{(50C_c) - (487P1)}{P_0} \qquad \text{(E.6)}$$

donde :

l = Distancia que se debe desplazar el peso móvil.

C_c = Carga corregida.

P_1= Carga extra.

P_o = Carga móvil (1.5 Kg.)

Nota 1: En caso de que la distancia calculada para desplazar el peso móvil sobrepase los 300 mm. se procederá a aumentar la carga extra y recalcular esta distancia.

Nota 2: Los cálculos anteriores son realizados para cada probeta que va a ser ensayada.

- La máquina es puesta en marcha apretando el botón verde luminiscente mostrado en la figura 6.5.
- A la ruptura de la probeta la máquina se apagara automáticamente.
- Leer el número de ciclos contados y multiplicarlo por 771 para obtener el número de ciclos resistidos por la probeta.
- El selector de velocidades se colocará sobre la posición “ 0 ”.
- Los pedazos de probeta se quitan, desatornillando las mordazas de ajuste con la ayuda de las tuercas.
- Limpiar y engrasar de nuevo.
- Cada probeta se ensayará a cargas diferentes, esto dará como resultado que cada una de ellas tenga un número diferente de ciclos soportados lo cual resultará en pares de datos Amplitud de esfuerzo contra Número de ciclos resistidos. Estos pares de valores deben ser trazados en diagrama con la abcisa dividida logarítmicamente, correspondiente al número de ciclos, y ordenada divida aritméticamente, correspondiente a la amplitud del esfuerzo. Estos puntos trazados configuran la curva de Wohler mostrada en la figura E.2.

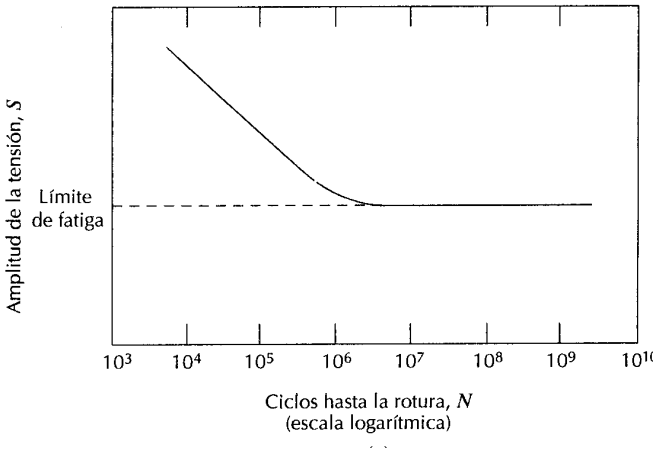


Figura E.2 Diagrama S-N para la obtención del límite de fatiga

Como se observa en la figura E.2 la curva se va haciendo asintótica a medida que disminuye la amplitud del esfuerzo. Cuando se considere que esta es paralela a la abcisa se indicará el valor del esfuerzo, este esfuerzo se denomina límite de resistencia la fatiga.

APENDICE F

PROCEDIMIENTO DEL ENSAYO DE FATIGA EN CICLOS BAJOS

- Cada espécimen de prueba debe ser medido con un micrómetro de precisión en la longitud de trabajo.
- Para minimizar las deformaciones por flexión se deben alinear las mordazas que sujetan al espécimen de tal manera que coincida el eje del espécimen con el eje de aplicación de la carga como se muestra en la figura 6.17.
- El modo de control utilizado en las pruebas de fatiga en ciclos bajos es el control de la amplitud de deformación axial total, por lo que el uso del extensómetro es indispensable para desarrollar la prueba.
- Determinar la amplitud de deformación a la cual se someterá la probeta, recordando comenzar con las amplitudes mas altas. El primer valor puede ser tomado en base a un ensayo de tensión uniaxial.
- La forma de onda de la deformación aplicada es sinusoidal con R =-1, como la mostrada en la figura F.1.

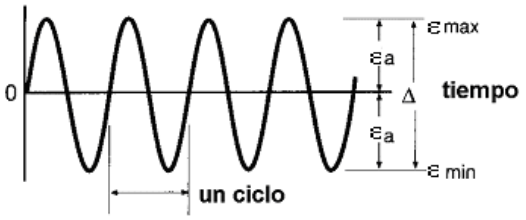


Figura F.1 Ciclos de deformación aplicados durante el ensayo

Donde:

ε_m = Deformación media = 0.

ε_{max} = Deformación máxima ($\varepsilon max = -\varepsilon min$).

ε_{min} = Deformación mínimo ($\varepsilon max = -\varepsilon min$).

ε_a = Amplitud de Deformación.

- El valor de la frecuencia con que se aplique la carga será de 1 Hz.
- Se inicia la prueba después de haber inicializado correctamente el equipo e introducido todos los datos requeridos para la realización de esta y cuidando siempre que todo esté en orden ya que cualquier alteración de alguna de las variables involucradas pudiese ocasionar resultados catastróficos en el equipo de prueba o datos incorrectos en la adquisición.
- El rango de deformación y la frecuencia de los ciclos deberá mantenerse constante durante toda la prueba.
- Se finalizan las pruebas hasta que ocurra la fractura del material. El equipo de prueba almacenará el conteo de los ciclos a la falla del material.
- Una vez ensayados lo especimenes, los pares de datos obtenidos, Amplitud de Deformación y Número de ciclos a la falla, deberán ser utilizados para ajustar el modelo de Coffin-Mason mostrado en la ecuación 3.4. Haciendo esto se obtendrán las constantes de ajuste del modelo.