

CENTRO DE INGENIERÍA Y DESARROLLO INDUSTRIAL

Análisis del comportamiento de la
convergencia en la optimización del cálculo
del desplazamiento subpixelico.

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO ACADÉMICO DE:

MAESTRO EN CIENCIA Y TECNOLOGÍA CON ESPECIALIDAD EN
METROLOGÍA

PRESENTA:

Ing. Deyanira Flores Padilla.

ASESORES

MC. Jaqueline Reynosa Guerrero

Dr. Hugo Jiménez Hernández



Director de Posgrado
PICYT – CIDESI
Querétaro

Los abajo firmantes, miembros del Comité Tutorial de la alumna **Deyanira Flores Padilla**, una vez leída y revisada la Tesis titulada “**Análisis del comportamiento de la convergencia en la optimización del cálculo del desplazamiento subpixelico**”, aceptamos que la referida tesis revisada y corregida sea presentada por la alumna para aspirar al grado de **Maestría en Ciencia y Tecnología** en la opción terminal de Metrología durante el Examen de Grado correspondiente.

Y para que así conste firmo la presente a los 27 días del mes de Marzo del año dos mil diecisiete.

M.C. Jaqueline Reynosa Guerrero



Director de Posgrado
PICYT – CIDESI
Querétaro

Los abajo firmantes, miembros del Jurado del Examen de Grado de la alumna **Deyanira Flores Padilla**, una vez leída y revisada la Tesis titulada “ **Análisis del comportamiento de la convergencia en la optimización del cálculo del desplazamiento subpixelico**”, aceptamos que la referida tesis revisada y corregida sea presentada por la alumna para aspirar al grado de **Maestría en Ciencia y Tecnología** en la opción terminal de Metrología durante el Examen de Grado correspondiente.

Y para que así conste firmamos la presente a los 27 días del mes de Marzo del año dos mil diecisiete.

Dr. Leonardo Aurelio Baldenegro Pérez
Presidente

Dra. Diana Margarita Córdova Esparza
Secretario

M.C. Jaqueline Reynosa Guerrero
Vocal

Resumen

En el campo de visión por computadora, la estimación de mediciones de objetos y sus aplicaciones en la industria, medicina e investigación, han sido estudiados y existen numerosos trabajos que abordan este tema. Sin embargo, la precisión o exactitud con la que estas estimaciones se realizan es un tema que demanda atención para su estudio cuando se busca estimar una medición física mediante el uso de visión por computadora, es importante saber que obtendremos resultados en píxeles y que las magnitudes físicas no necesariamente se verán representadas por píxeles enteros, en estos casos obtener desplazamientos subpíxelicos representará una mejor aproximación al valor real de la medición. La interpolación de una muestra de datos es necesaria en muchos métodos de procesamiento de imágenes; en la estimación de desplazamiento que son menores a un píxel. En el caso de desplazamiento en una secuencia de imágenes utilizando el método numérico Newton-Rapson es común utilizar un interpolador lineal debido a su simplicidad y velocidad. Este método genera funciones discontinuas. Por lo tanto, teóricamente no debería utilizarse en combinación con Newton-Rapson debido al uso de la derivada en el método. Este trabajo muestra un análisis comparativo de diferentes interpoladores, y su comparación entre los desplazamientos en el mundo real y los desplazamientos de pares de imágenes y su relación. Con el fin de identificar cuál de los interpoladores ofrece la aproximación más exacta en la estimación del cálculo del desplazamiento.

Abstract

Interpolating for data sample is required in many image processing methods. For example, in the estimation of displacement which are smaller than one pixel. In the case of displacement calculation in an image sequence using the numerical method, Newton-Rapson is very common to use a linear interpolator due to its simplicity and speed. However this method generates discontinuous functions. Therefore, theoretically it should not be used in combination with Newton-Rapson due to the use of the derivative in the numerical method. This work shows a comparative analysis of different interpolators, along with a comparison between real world.^and image displacements and their relationship. All of this with the purpose of identifying which interpolator offers the most exact approximation in the estimation of displacement calculation.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Objetivos	4
1.2. Hipótesis	4
1.3. Planteamiento del problema	4
1.4. Justificación	5
2. Estado del Arte	6
2.1. Trabajos en cálculo de desplazamiento	6
3. Fundamento teórico	9
3.1. Interpolador Lineal	10
3.2. Interpolador polinomio de Lagrange	10
3.3. Interpolador SPlines-Cúbicas	11
3.4. Calibración de Cámara	13
3.5. Detección de características	16
3.5.1. Definición	16
3.5.2. Bordes	16
3.5.3. Esquinas	19
3.6. Métodos de estimación de movimiento en 2D	20
3.6.1. Flujo Óptico	21
3.6.1.1. Métodos basados en el gradiente	23
3.6.1.2. Métodos basados en correlación	25

3.6.1.3. Métodos basados en frecuencia	26
3.6.2. Basados en correspondencias.	26
3.6.3. Métodos diferenciales.	26
3.7. Trazabilidad	28
4. Experimentación	30
4.1. Metodología	31
4.1.1. Preparación de la escena	31
4.1.2. Calibración de cámara.	32
4.1.3. Adquisición de imágenes antes y después del desplazamiento.	33
4.1.4. Trazabilidad del movimiento	34
4.1.5. Estimación del desplazamiento subpixelico con el uso de interpoladores.	35
4.1.6. Diseño de experimento	36
5. Análisis estadístico y resultados	39
6. Conclusiones.	46
7. Apendice Tablas de Resultados.	49
7.1. Medias de desplazamiento	49
7.2. Varianza de desplazamientos	50
7.3. Error del desplazamiento	50

Índice de figuras

3.1. Interpolador lineal para curvas y superficies	10
3.2. InterpoladorLagrange para curvas y superficies	11
3.3. Interpolador spline para curvas y superficies	12
3.4. Ejemplo de un patrón de calibración para cámaras.	16
3.5. Tomas de diferentes orientaciones del patrón.	16
3.6. Detección de esquinas en las imágenes.	17
3.7. Dirección de vectores entre a)bordes y b)esquinas.	18
3.8. Izq. Imagen original. Der. Imagen con filtro de Prewitt.	19
3.9. Izq. Imagen con filtro de Roberts. Der. Imagen con filtro de Sobel.	19
3.10. Diagrama de clasificación de técnicas para estimación del movimiento	21
4.1. Diagrama de metodología empleada.	31
4.2. Preparación de la escena.	32
4.3. a) Imagen de objeto antes del desplazamiento. b) Imagen de objeto después de desplazamiento.	33
4.4. Diagrama de trazabilidad para los desplazamientos.	34
4.5. Diseño de experimentos factorial 2^3	37
5.1. Vectores de desplazamiento de imagen 1 a imagen 2 con los tres interpoladores	40
5.2. Gráfica de distribución del estadístico t	42
5.3. Gráficas de normalidad para interpolador lineal con 10 iteraciones	43
5.4. Gráficas de normalidad para interpolador de Lagrange con 10 iteraciones	43

5.5. Gráficas de normalidad para interpolador Spline con 10 iteraciones	43
5.6. ANOVA de las medias del error	44
5.7. Comportamiento del error	44
5.8. ANOVA de las medias de la Varianza	45
5.9. Comportamiento de Varianza	45

Índice de cuadros

3.1. Tabla de restricciones para los polinomios de aproximación Spline.	12
3.2. Tabla comparativa de interpoladores.	13
4.1. ANOVA del Diseño factorial	38
5.1. Resultados de la prueba SVD.	41

Capítulo 1

Introducción

El desarrollo de algoritmos eficientes para la estimación de movimiento en secuencias de imágenes es un área de la visión artificial que ha tenido avances significativos en las últimas décadas. Dentro de sus aplicaciones pueden mencionarse la localización de objetos detección y predicción de trayectorias, el control de calidad y el análisis de imágenes médicas por mencionar algunas . El movimiento de un objeto en un par de imágenes se describe por un vector desplazamiento, que parte desde un punto de la primera imagen a algún punto de la imagen siguiente. Los métodos para estimar desplazamiento se agrupan en; (a) los paramétricos, y (b) los no paramétricos [1]. Este trabajo está basado en el segundo grupo, porque se basa en la aproximación de la correspondencia de una característica en la imagen siguiente, y así determinar el desplazamiento por medio de una aproximación numérica. El método tiene sus propios parámetros como tamaño de la ventana. Para este caso se han propuesto distintos algoritmos y modificaciones, donde cada uno supone mejoras o nuevas formas de realizar el proceso[2][3][4]. Uno de los más usados es el que consiste en determinar los cambios (gradientes) espaciales y temporales y a partir de ellos obtener el flujo óptico. El método se basa en el hecho de que la información del movimiento de los objetos está contenida en los cambios de intensidad de la imagen. Para determinar el vector de desplazamiento se emplean diferentes métodos, entre ellos los de gradientes planteados por Horn y Schunck [2], Lucas y Kanade [4]. Se basan en determinar los gradientes, y luego tomar una serie de

puntos de la imagen y calcular un espacio métrico del error. Por el uso de gradientes y la función de minimización del error necesitan cálculo de derivadas parciales, por lo que resulta necesario el uso de un interpolador para estimar los valores en posiciones subpixelicas. Si tomamos en cuenta que las funciones utilizadas en estos métodos incluyen alguna derivada, el uso del interpolador lineal, no es conveniente, porque no genera una función suave, y por lo tanto no continua y no calculable, es decir una función no diferenciable. Por esta situación el trabajo busca evaluar el uso de dos interpoladores más aparte del lineal, de forma que estos construyan una superficie del error diferenciable y analizar los efectos en la convergencia de la estimación del desplazamiento para un par de imágenes.

En primer lugar se presenta una introducción al método empleado en esta tesis. En el primer capítulo también se presentan los objetivos, justificación, hipótesis y planteamiento del problema.

En el capítulo de Estado del arte se presenta un resumen histórico en lo respecta a desplazamiento con imágenes y las diferentes técnicas empleadas para estimación de desplazamiento.

En el capítulo Fundamento teórico se describen el método de calibración de cámara, la técnica de desplazamiento con imágenes digitales y el análisis estadístico utilizados.

Después en el capítulo Desarrollo del proyecto, se presenta el modelo del diseño de experimento, pruebas de obtención de imágenes, y pruebas para el cálculo del desplazamiento.

En el capítulo de Resultados, se presenta análisis de datos, prueba de normalidad, y de ANOVA.

Finalmente en el último capítulo se muestran las conclusiones del trabajo realizado.

1.1. Objetivos

El objetivo general de esta tesis es comparar la precisión y exactitud con que distintos interpoladores en los métodos de registro de imágenes estiman desplazamiento de un objeto sólido.

Los objetivos específicos incluyen:

- Determinar la lista de métodos de registro de imágenes a utilizar.
- Construir una lista de los parámetros que gobierna cada método.
- Elaborar el modelo experimental para la validación de resultados.
- Realizar una comparativa de los resultados en el uso de interpoladores.

1.2. Hipótesis

En la estimación del cálculo del desplazamiento en 2 dimensiones, el uso de un interpolador que genere una función continua y diferenciable (calculable) del error, genera mayor precisión en la estimación del desplazamiento a nivel subpixelico.

1.3. Planteamiento del problema

Se utilizan varios métodos para determinar el vector de desplazamiento; uno de los más utilizados consiste en la determinación de los cambios espaciales y temporales (Gradientes). De tal manera que se generan una serie de puntos de la imagen y construyen el espacio métrico del error. Si tomamos en cuenta que las funciones utilizadas en estos métodos incluyen alguna derivada, el uso del interpolador lineal, no es teóricamente conveniente, ya que no genera una función suave, por que genera picos en cada punto; es decir, una función no diferenciable. Por lo tanto este trabajo busca evaluar el uso de dos interpoladores más aparte del lineal para saber si pueden ser más precisos y teóricamente aceptables.

1.4. Justificación

El uso de visión por computadora para la detección y seguimiento de objetos, es actualmente muy solicitado en distintos ámbitos de la vida moderna, y sus aplicaciones en ocasiones necesitan tener cierto grado de exactitud y precisión, para asegurar que la estimación realizada por las técnicas computacionales, son correspondientes en un determinado grado con el movimiento físico real. Estas técnicas pueden o no emplear interpoladores, sin embargo para lograr un resultado mas preciso se necesita un cálculo a nivel subpixelico, que se se puede obtener solo con el uso de interpoladores , y que es, lo que le da al método precisión en sus resultados. [5]

Es por esto que en esta tesis se aborda el tema de métodos de estimación de movimiento en imágenes con el uso de interpoladores; buscando su correspondencia a un desplazamiento físico real, de tal forma que sea posible realizar una comparación de ambos eventos y tratar de estimar un error asociado al desplazamiento entre imágenes.

Capítulo 2

Estado del Arte

Para la estimación del desplazamiento se utilizan diferentes técnicas que sirven para la obtención de un vector que representa una magnitud dimensional de un movimiento o de las dimensiones de objetos.

2.1. Trabajos en cálculo de desplazamiento

Para el análisis del estado del arte se consideran trabajos cuyo objetivos sean calcular desplazamiento, medir dimensiones o el uso de interpoladores en aplicaciones de flujo óptico.

- Un nuevo algoritmo para el cálculo de flujo óptico y su aplicación al registro de imágenes.[5] En este trabajo se usa un algoritmo basado en la diferencia de suma de cuadrado, solo nse ecesita un par de imágenes y se define como robusto al ruido y capaz de resolver grandes desplazamientos. Presenta su aplicación en registro de imágenes cerebrales de resonancia magnética, para realizar segmentación de cerebro–no cerebro de un espécimen dado. Este trabajo deja varios puntos abiertos como por ejemplo, no menciona si obtiene desplazamientos subpixelicos, además de las imágenes con las que se trabaja el texto no proceden del mismo objeto, ya que una pertenece a un cerebro con hidrocefala y la segunda a un cerebro “sano”; de modo que que imposible saber el la inflamación real del objeto. Hace una comparación de sus

resultados con el método de Horn, aunque este no se limita al área desplazada, mientras que las soluciones de este trabajo si están limitadas al cuadro de movimiento y los resultados son muy similares.

- Quantitative evaluation of convolution-based methods for medical image interpolation.[6] En este trabajo presenta una evaluación a los métodos de interpolación basados en convolución y transformaciones geométricas (rotación y traslación) a las imágenes médicas de diferentes modalidades. Los resultados muestran que la interpolación spline B-cúbica es preferible a los métodos de interpolación lineal o spline de grado mayor a tres. La precisión de sus datos es evaluada con la desviación estándar; y sugiere un costo computacional relativamente bajo. Por la naturaleza de este trabajo no hace posible realizar una validación de los resultados con el objeto real, la eficacia del método se basa en demostrar la menor desviación de los datos obtenidos.
- Lucas/Kanade Meets Horn/Schunck: Combining Local and Global Optic Flow Methods. [7] En este trabajo los autores sugieren un algoritmo híbrido entre dos métodos conocidos, con el objetivo de proponer y analizar una incorporación de métodos locales en enfoques globales capaz de seguir y dar una estimación de flujo óptico con simple medida de confianza para los métodos que minimizan las funciones de energía. Esto da como resultado una técnica que es robusta bajo ruido y da campos de flujo con densidad. Por lo tanto, no hay necesidad de una etapa de postprocesamiento en la que los datos escasos tienen que ser interpolados. Este trabajo tiene en común con esta tesis el uso de un método local y diferencial para medir el flujo óptico, sin embargo no hace uso de interpoladores para estimaciones subpixelicas .
- Estimación de movimiento en imágenes de resonancia magnética cardiaca.[1] En este trabajo de investigación se realizó la implementación de diferentes métodos de flujo óptico, entre ellos los de gradientes planteados por Horn y Schunck, Lucas y Kanade,

Yammamoto, Proesmans y Nagel para medir parámetros de movimiento cardiaco sobre imágenes de resonancia magnética. La etapa de adquisición de la secuencia de imágenes se satisface mediante el uso de imágenes de resonancia magnética tomadas de una base de datos y algunas secuencias sintéticas desarrolladas para la evaluación del sistema. Con respecto a los resultados; en cuanto a la exactitud, los métodos de Lucas y Kanade así como los de Horn y Schunck presentaron los errores más bajos. La evaluación de los resultados obtenidos en este trabajo se hace cualitativamente, al no existir una técnica que permita evaluar el resultado sobre una imagen real; dado que el movimiento en esta última no es uniforme, no es posible conocer el valor exacto del movimiento en cada punto, para verificar la velocidad determinada por los métodos implementados, lo que representa la mayor duda en los trabajos realizados con imágenes en el área médica.[1]

Aunque existen trabajos relacionados con la estimación de desplazamiento en pares de imágenes, los trabajos que hacen énfasis en el uso de interpoladores no miden desplazamientos sino posiciones de características en la imagen, y los trabajos que tienen como objetivo el cálculo de desplazamiento no especifican el uso de interpoladores. Incluso la validación de los datos se da con los mismos datos y con la interpretación que el usuario haga de ellos; debido a que en ocasiones no es viable su validación.

Capítulo 3

Fundamento teórico

En este capítulo se muestra el marco conceptual los métodos de interpolación utilizados, el método de calibración de cámara, descripción de los algoritmos de reconocimiento de características y cálculo del desplazamiento y las definiciones estadísticas para la evaluación de este trabajo.

La idea de la interpolación es poder estimar las posiciones de las características, y el desplazamiento a nivel subpixelico, a partir de la construcción de una curva o superficie que une los puntos donde se han realizado las mediciones y cuyo valor si se conoce. De esta forma generar una aproximación más precisa de la función del error a nivel subpixelico. Existen una gran variedad de métodos de interpolación, pero para fines de este trabajo se evaluarán 3 de los más conocidos (interpolación lineal, método de polinomios de Lagrange y Spline). Descritos en la siguiente sección.

La interpolación bidimensional es una extensión de las funciones de intrpolación en una dimensión, y sirve para determinar valores intermedios de funciones de dos variables y se busca la forma $Z = f(x_i, y_i)$. Se le llama interpolación bidimensional por que en lugar de interpolar entre dos puntos de una curva, busca un valor entre cuatro puntos de una superficie. En el caso de imágenes, la interpolación bidimensional le otorga una apariencia mas definida a una imagen, o asignar una posición de cierto valor en la imagen.

3.1. Interpolador Lineal

La interpolación lineal es hoy el método más simple en uso. La idea básica es conectar los 2 puntos dados en x_i , es decir (X_0, Y_0) y (X_1, Y_1) . La función interpolante es una línea recta entre los dos puntos. Para cualquier punto entre los dos valores de y se debe seguir la ecuación Interpolación Lineal. Sin embargo este tipo de interpolación generaría vértices entre los puntos a interpolar, por lo cual la función no podría ser diferenciable. La función de interpolación correspondiente a dos puntos: $a; f(a)$ y $b; f(b)$ será:

$$g(x) = \frac{b - x}{b - a} f(a) + \frac{x - a}{x - b} f(b) \tag{3.1}$$

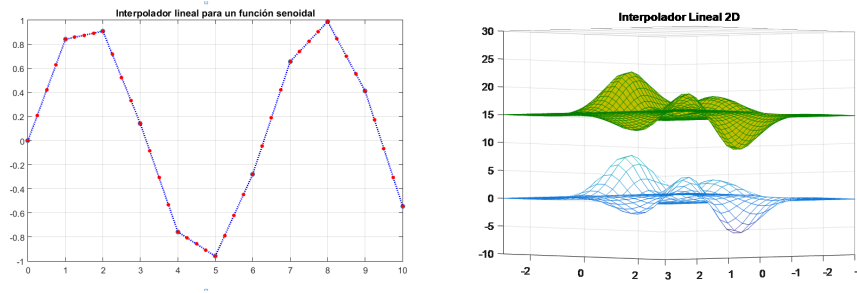


Figura 3.1: Interpolador lineal para curvas y superficies

3.2. Interpolador polinomio de Lagrange

El objetivo de usar una interpolación polinomial tipo Lagrange, es que el interpolador genere una curva suavizada que pueda ser diferenciable en los puntos conocidos para poder usar el método de Newton-Raphson, el cual requiere el uso de derivadas. La interpolación mediante un polinomio de tipo Lagrange se basa en la idea de que existe un único polinomio de orden N que pasa a través de $N + 1$ puntos.

$$g(x) = \sum_{i=0}^N a_i x^i \tag{3.2}$$

Donde a_i son coeficientes. Se puede construir un sistema de ecuaciones para estimar cada a_i como sigue:

$$f_N = a_0 + a_1x_N + a_2x_N^2 + a_Nx_N^N \quad (3.3)$$

Supóngase el producto de los factores y su división entre $V_0(X_0)$, generalizando se obtiene:

$$V_0(X) = \frac{(X - X_1)(X - X_2)\dots(X - X_N)}{(X_i - X_1)(X_i - X_2)\dots(X_i - X_N)} \quad (3.4)$$

donde del denominador y el numerador no se incluye $(X - X_i)$. Al multiplicar cada V_i por f_i se obtiene la expresión del polinomio tipo Lagrange donde $g(x)$ es un polinomio que pasa por un conjunto de puntos dados.

$$g(x) = \sum_{i=0}^N \frac{(X - X_1)(X - X_2)\dots(X - X_N)}{(X_i - X_1)(X_i - X_2)\dots(X_i - X_N)} f_i \quad (3.5)$$

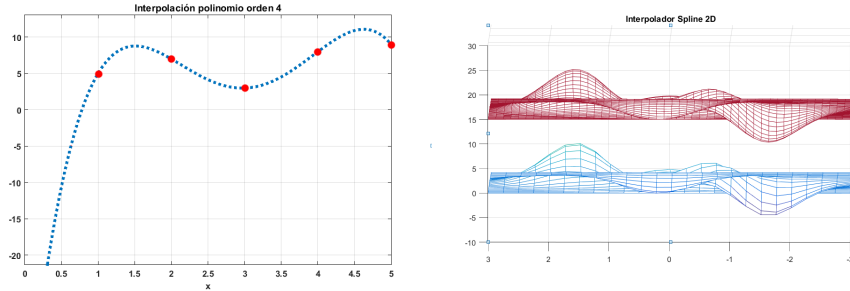


Figura 3.2: InterpoladorLagrange para curvas y superficies

3.3. Interpolador SPlines-Cúbicas

En aplicaciones particulares, se puede necesitar usar métodos de interpolación más suaves, que permiten el cálculo de derivadas de orden superior del interpolador. En este apartado se describe una clase de interpolador por funciones polinómicas a trozos suaves, conocidos como Spline, en este caso un Spline cúbico. La idea general de la interpolación por spline consiste, dada una tabla de datos de una función, en utilizar polinomios de grado reducido para

interpolador a trozos, imponiendo además condiciones sobre las derivadas de dichos polinomios en los nodos o puntos de la tabla. En el caso de los splines cúbicos se trata de encontrar polinomios de grado tres que interpolen entre dos puntos de la tabla con la condición de continuidad en la primera y segunda derivadas, en cada nodo para encontrar solamente un polinomio que satisfaga estas limitaciones. Sea $P_i(X)$ el polinomio de aproximación de la relación $f(x)$ en el intervalo $(X_i, Y_i) \approx (X_{i+1}, Y_{i+1})$; son algunas restricciones:

Restricciones	
Fórmula	Condición
$P_i(X_{i+1}) = P_{i+1}(X_{i+1})$	Polinomios unidos en un nodo
$P'_i(X_{i+1}) = P'_{i+1}(X_{i+1})$	Misma pendiente en la unión
$P''_i(X_{i+1}) = P''_{i+1}(X_{i+1})$	Misma concavidad en la unión

Cuadro 3.1: Tabla de restricciones para los polinomios de aproximación Spline.

Los polinomios tienen la siguiente forma:

$$P_i(X) = a_i(X - X_i)^3 + b_i(X - X_i)^2 + c_i(X - X_i) + d_i \tag{3.6}$$

$$X_i \leq X \leq X_{i+1}; i=1,2,3\dots N-1$$

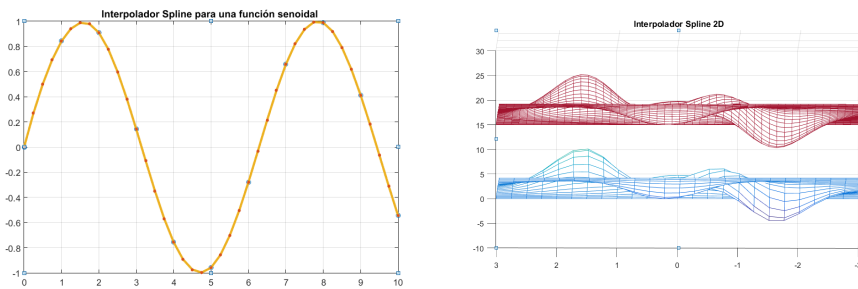


Figura 3.3: Interpolador spline para curvas y superficies

Para tener un comparativa de costo computacional vs. precisión de los interpoladores anteriormente descritos, ver la siguiente tabla.

Interpolador	Costo computacional	Precisión	Datos
Lineal	Bajo	Baja	X_i dentro del dominio de la función
Lagrange	Alto	Alto	X_i dentro del dominio de la función
Spline	Bajo	Media	X_i puede quedar fuera del dominio de la función

Cuadro 3.2: Tabla comparativa de interpoladores.

3.4. Calibración de Cámara

El concepto de “calibración de cámara” es un concepto muy utilizado en el campo de la visión por computadora. Calibrar una cámara se refiere a obtener los parámetros intrínsecos y extrínsecos de una cámara para poder posteriormente determinar la geometría de los objetos observados por la cámara. Se llaman parámetros intrínsecos a los referentes a la propia cámara como distancia focal, formato, punto principal y distorsión de los lentes. Por otro lado los parámetros extrínsecos, denotan la matriz de transformación del sistema de coordenadas del mundo (metros, centímetros, etc.) al de la cámara (pixel). Esta se representa por una matriz de transformación que mapea los puntos 3D del mundo a los 2D de la cámara. Existen diversas técnicas de calibración de cámara. De acuerdo a la literatura estas pueden ser clasificadas en dos grandes categorías: Calibración fotogramétrica y autocalibración.

- Autocalibración. Este método se basa en realizar la calibración de una cámara en movimiento con la información de una imagen estática.
- Calibración fotogramétrica. Se realiza mediante la observación de patrones que suelen ser un tablero de ajedrez para facilitar la búsqueda de puntos significativos y cuyas dimensiones en el mundo real son conocidas con un buen nivel de precisión. Este tipo de calibración se realiza con el sensor de forma estática ya que el movimiento se realiza en la imagen, requiere una configuración elaborada, pero sus resultados son eficientes. Y su variante basado en homografía o matriz de proyección , una variante que consiste en utilizar patrones que descansan en un único plano, es la utilizada or el toolbox de Matlab, que se emplea en este trabajo. [?]

Zhang [?] presenta un algoritmo para estimación de pose basado en homografía o matriz de proyección. Este algoritmo requiere a lo menos 4 puntos coplanares correspondientes. Brevemente se describe el algoritmo. El modelo de cámara pinhole describe las relaciones entre un punto 3D, coordenadas globales $M = [X, Y, Z, 1]^T$ y su proyección en el plano imagen $m = [u, v, 1]^T$ como:

$$sm = A[RT]M$$

donde s es el factor de escala desconocido, R la matriz de rotación, T es el vector de translacion de escala desconocido y A es la matriz de la cámara o de parámetros intrínsecos, los cuales estan en funcion del centro de la imagen (u_0, v_0) , α y β se derivan de la distancia focal y γ del tamaño del pixel y la asimetría. Así la matriz de la camara es de la forma:

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & \gamma & u_0 \\ 0 & \beta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

Cuando todos los puntos 3D son coplanares en el modelo, se selecciona el sistema de coordenadas globales tal que en el modelo el plano Z es cero. Por tanto la ecuación el factor esca puede ser re-escrita como:

$$sm = A[r_1 r_2 T][XY1]^T \quad (3.8)$$

Se considera $M' = [XY1]^T$ como un punto en el plano imagen, luego m y M' pueden relacionarse por una matriz de homografía H :

$$sm = HM'; H = A[r_1 r_2 T] \quad (3.9)$$

Si se definen a lo menos 4 puntos no-colineales en el modelo, la homografía H puede ser determinada hasta un factor de escala. Se puede escribir:

$$H = [h_1 h_2 h_3] = \gamma A[r_1 r_2 T] \quad (3.10)$$

Una vez que B se estima, podemos calcular todos los parámetros intrínsecos. La matriz B es estimada a partir de un factor de escala $B = \lambda A^{-T}$ con γ de escala arbitraria. De esta forma se pueden obtener los parámetros intrínsecos dada la matriz B .

$$B = A^{-T} A^{-1} = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{21} & B_{31} \\ B_{12} & B_{22} & B_{32} \\ B_{13} & B_{23} & B_{33} \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

$$B = \begin{pmatrix} \frac{1}{\alpha^2} & -\frac{\gamma}{\alpha^2\beta} & \frac{v_0\gamma - u_0\beta}{\alpha^2\beta} \\ -\frac{\gamma}{\alpha^2\beta} & \frac{\gamma^2}{\alpha^2\beta} + \frac{1}{\beta^2} & -\frac{\gamma(v_0 - u_0\beta)}{\alpha^2\beta^2} - \frac{v_0}{\beta^2} \\ \frac{v_0\gamma - u_0\beta}{\alpha^2\beta} & -\frac{\gamma(v_0\gamma - u_0\beta)}{\alpha^2\beta^2} - \frac{v_0}{\beta^2} & \frac{(v_0 - u_0\beta)^2}{\alpha^2\beta^2} + \frac{v_0^2}{\beta^2} + 1 \end{pmatrix}$$

Y los parámetros intrínsecos se dan por: $V_0 = (B_{12}B_{13} - B_{11}B_{23})/(B_{11}B_{22} - B_{12}^2)$ $\lambda = B_{33} - [B_{13}^2 + V_0(B_{12}B_{13} - B_{11}B_{23})]/B_{11}$ $\alpha = \sqrt{\lambda/B_{11}}$ $\beta = \sqrt{\lambda B_{11}/(B_{11}B_{22} - B_{12}^2)}$ $\gamma = -B_{12}\alpha^2\beta/\lambda$ $u_0 = \gamma v_0/\alpha - B_{13}\alpha_{13}\alpha^2/\lambda$

Y los parámetros extrínsecos están dados por la matriz de rotación $R = [r_1 r_2 r_3]$ y el parámetro de traslación $t = \lambda A^{-1}h_3$: $r_1 = \lambda A^{-1}h_1$ $r_2 = \lambda A^{-1}h_2$ $r_3 = r_1 \times r_2$

donde $\lambda = 1/||A^{-1}h_1 = 1||/a^{-1}h_2$

Y por último Refinar todos los parámetros, incluyendo la distorsión de los lentes, lo cual se obtiene minimizando:

$$\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m = ||m_{ij} - \hat{m}(A, R_i, t_i, M_j)|| \quad (3.12)$$

Para poder realizar calibración por este método, se siguen los siguientes pasos:

1. Obtener un patrón de cuadrículas claramente diferenciables sobre una superficie plana.
2. Tomar distintas imágenes del modelo de patrón en diferentes orientaciones.
3. Detectar las posibles esquinas en las imágenes.
4. Estimación de los parámetros intrínsecos y extrínsecos usando la descripción anterior.
5. Minimización de la ecuación 2.12

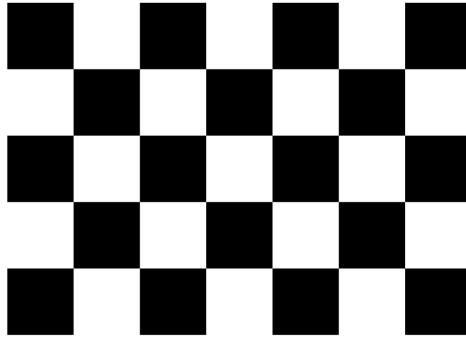


Figura 3.4: Ejemplo de un patrón de calibración para cámaras.

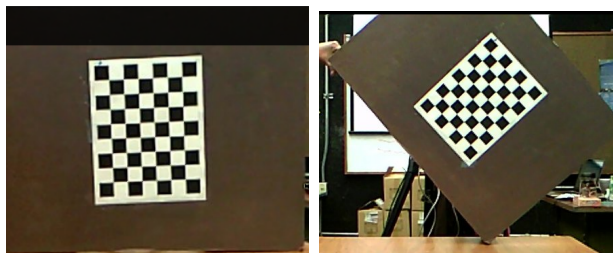


Figura 3.5: Tomas de diferentes orientaciones del patrón.

3.5. Detección de características

3.5.1. Definición

En términos de visión por computadora, se definen las características de una imagen como puntos de importancia con propiedades especiales, que son detectables y se puede saber su localización en la imagen.

3.5.2. Bordes

Los bordes de una imagen digital se pueden definir como transiciones entre dos regiones de niveles de gris significativamente distintos. Suministran una valiosa información sobre las fronteras de los objetos y puede ser utilizada para segmentar la imagen, reconocer objetos, etc. Tiene como objetivo la identificación de puntos en una imagen digital en la que el brillo de la imagen cambia drásticamente en una determinada dirección.

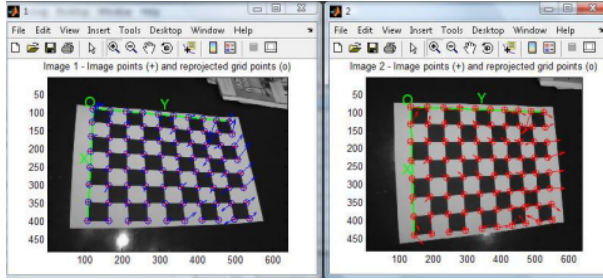


Figura 3.6: Detección de esquinas en las imágenes.

La mayoría de las técnicas para detectar bordes emplean operadores locales basados en distintas aproximaciones discretas de la primera y segunda derivada de los niveles de grises de la imagen. La derivada de una señal continua proporciona las variaciones locales con respecto a la variable, de forma que el valor de la derivada es mayor cuanto más rápidas son estas variaciones. En el caso de funciones bidimensionales $f(x, y)$, la derivada es un vector que apunta en la dirección de la máxima variación de $f(x, y)$ y cuyo módulo es proporcional a dicha variación. Este vector se denomina gradiente y se define:

$$\nabla f(x, y) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \\ \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

$$Mag[\nabla f(x, y)] = \sqrt{\left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial y}\right)^2} \quad (3.14)$$

$$\Theta = \arctan\left(\frac{\frac{\partial f(x, y)}{\partial x}}{\frac{\partial f(x, y)}{\partial y}}\right) \quad (3.15)$$

El problema con los bordes al momento de detectar movimiento entre pares de imágenes, es que solo es posible calcular la componente del flujo óptico que está en la dirección del gradiente de la intensidad. No es posible medir la componente tangencial a dicho gradiente. Para la detección de bordes se utilizan varios métodos de los cuales a partir de ellos se derivan varias técnicas como la del operador gradiente; a partir de esta técnica se constituyen los métodos con más proliferación dentro de la comunidad del análisis de imagen y la visión computacional. Las técnicas basadas en dicho método son: .

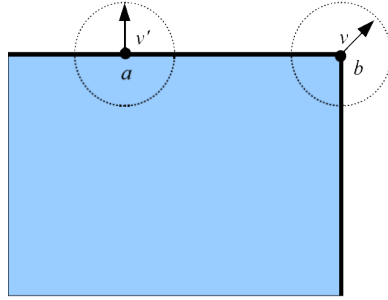


Figura 3.7: Dirección de vectores entre a) bordes y b) esquinas.

- Roberts. El filtro es extremadamente pequeño utilizando una matriz de coeficientes de 2×2 , para determinar el gradiente en sus dos diferentes direcciones a lo largo de sus diagonales. Obtiene buena respuesta ante bordes diagonales. Ofrece buenas prestaciones en cuanto a localización. El gran inconveniente de este operador es su extremada sensibilidad al ruido y por tanto tiene pobres cualidades de detección.

$$H_x^R = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad H_y^R = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Sobel. Se supone que es más sensible a los bordes diagonales que el de Prewitt aunque en la práctica hay poca diferencia entre ellos.

$$H_x^S = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad H_y^S = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

- Prewitt. Tiene buena respuesta en los bordes horizontales y verticales, es poco sensible al ruido, proporciona la magnitud y dirección del borde, por otro lado tiene desventajas como mala respuesta en los bordes diagonales, lentitud del cálculo y anchura del borde en varios píxeles.[8] La ventana Prewitt tiene la siguiente estructura:

$$H_x^P = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad H_y^P = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Para ejemplificar la función de dichos filtros se muestran las siguientes imágenes:

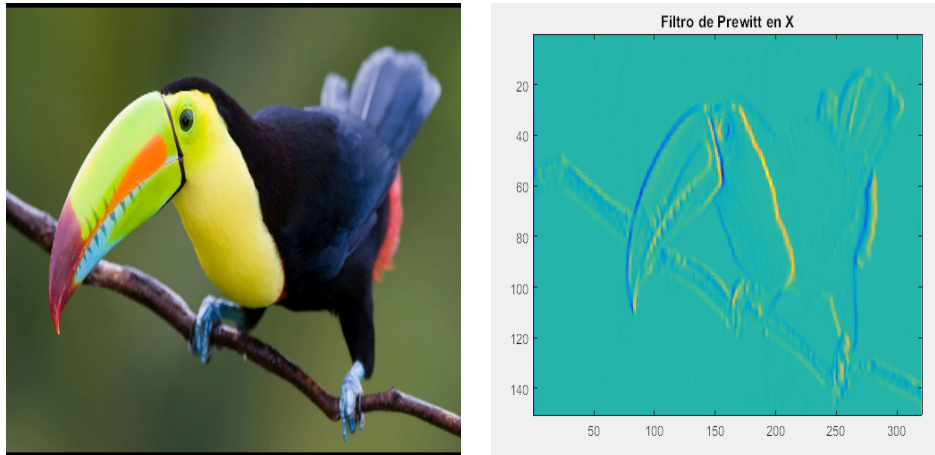


Figura 3.8: Izq. Imagen original. Der. Imagen con filtro de Prewitt.

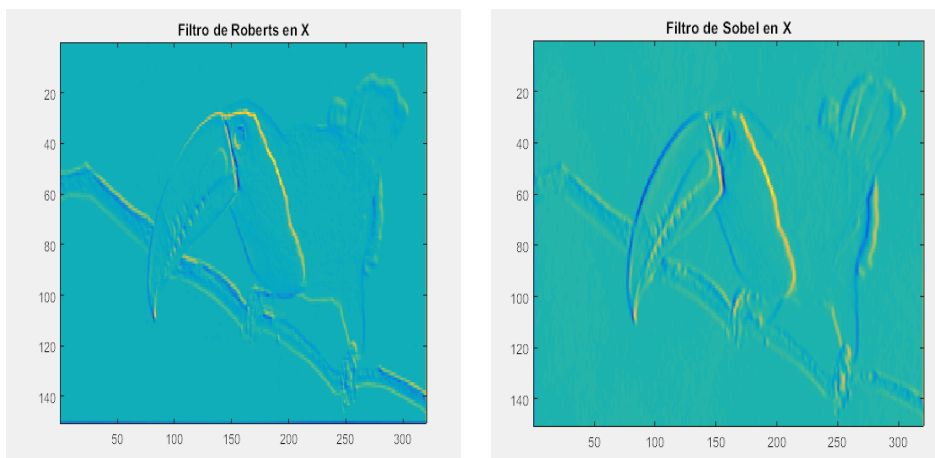


Figura 3.9: Izq. Imagen con filtro de Roberts. Der. Imagen con filtro de Sobel.

3.5.3. Esquinas

Las esquinas pueden ser utilizadas en una amplia gama de aplicaciones tales como el seguimiento de un objeto a través de una trayectoria, en secuencia de video, para ordenar las estructuras de objetos en visión estereoscópica, como puntos de referencia en la medición de características geométricas de objetos o bien en la calibración de cámaras para sistemas de visión. Algunas de las ventajas de las esquinas sobre otras características

obtenidas de una imagen son la robustez al cambio de perspectiva así como su confiabilidad en su localización ante diferentes condiciones de luz. Una esquina se caracteriza por ser una región de la imagen con cambios de intensidad en diferentes direcciones. Éste será el principio básico de búsqueda de puntos de Harris. El descriptor de Harris [9] para detección de puntos (esquinas) se basa en el cálculo de la matriz $C(x, y)$ sobre una ventana de tamaño $n \times n$ para cada punto de interés en la posición (x, y) .

$$C(x, y) = \begin{bmatrix} \sum I_x^2 & \sum I_x I_y \\ \sum I_x I_y & \sum I_y^2 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Este método es empleado para la detección de esquinas con respecto a la dirección de cambio en el plano (x, y) y se caracteriza por la variación de intensidades en sus direcciones donde $I_x I_y$ representan los gradientes horizontal y vertical de la imagen. El tensor $C(x, y)$ tiene a $\lambda_1 \lambda_2$ como los los valores propios de la matriz. Filtrando la imagen con una ventana móvil en ocho direcciones, se obtienen tres tipos de región.

- Plana. Si los eigenvalores de la matriz de tensores $\lambda_1 \lambda_2$ son pequeños; entonces la ventana de la imagen tiene una intensidad aproximadamente constante.
- Borde. Si los eigenvalores de la matriz de tensores $\lambda_1 \lambda_2$ una es pequeña y la otra es alta, entonces se define una función con variación de intensidad en una sola dirección.
- Esquina. Si los eigenvalores de la matriz de tensores $\lambda_1 \lambda_2$ ambos son altos; entonces la variación de intensidad se da en ambas direcciones.

Estas esquinas son invariantes ante cambios de escala, rotación e iluminación.

3.6. Métodos de estimación de movimiento en 2D

En visión por computadora la estimación de movimiento en el mundo se puede percibir mediante un sensor o cámara, y su estimación en el plano 2D depende de los cálculos operacionales basados en un método de estimación. Estos métodos se pueden clasificar de la siguiente manera:

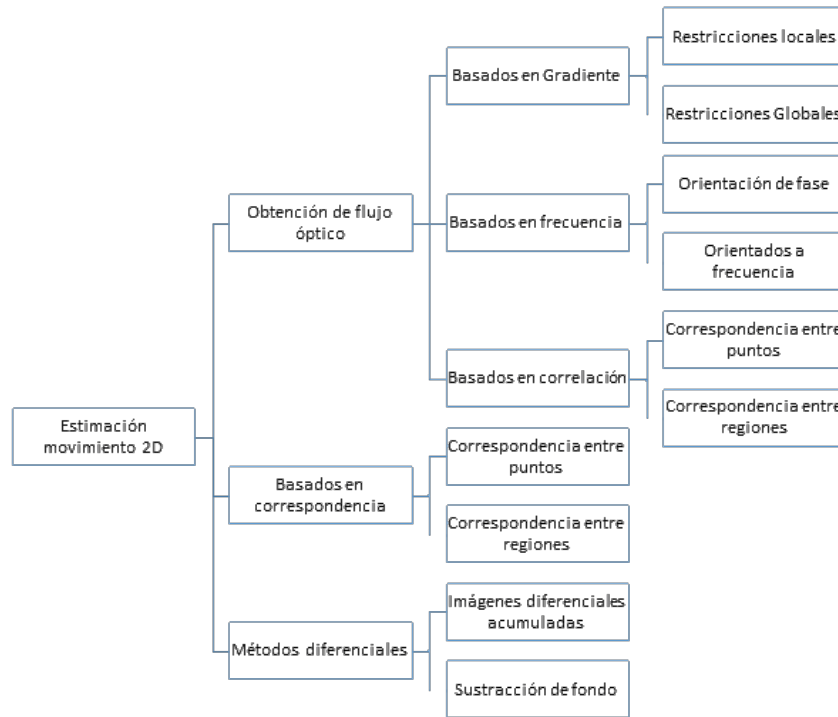


Figura 3.10: Diagrama de clasificación de técnicas para estimación del movimiento

3.6.1. Flujo Óptico

Cuando estamos trabajando con imágenes, la intensidad de pixel (nivel de gris) se utiliza para encontrar los rasgos característicos de una imagen; si esperamos que una misma característica conserve su intensidad de color a lo largo de su movimiento. De esta manera, la estimación de la proyección del campo de movimiento, se traduce en encontrar el campo vectorial que describe la forma como se mueven las intensidades en dos o más imágenes, esto es, el flujo óptico. Es importante notar la diferencia entre flujo óptico y campo de movimiento, que por definición no son lo mismo.

Existen distintas técnicas para calcular el flujo óptico y éstas se diferencian unas de otras por el tipo de restricción que utilicen para el cálculo. De manera general todos estos métodos requieren un pequeño intervalo temporal entre imágenes consecutivas. La intención es evitar que ocurran grandes cambios entre dos imágenes consecutivas. La obtención del flujo óptico tiene la finalidad de determinar la dirección y velocidad del movimiento de los puntos de la imagen. El objetivo inmediato del análisis de imágenes basado en el flujo óptico es determinar

el campo del movimiento.

Existen retos que se presentan al intentar encontrar una solución al flujo óptico; resolverlos es una tarea difícil, debido a diferentes factores, estos factores de forma general son:

- Oclusiones. Son elementos en la escena que aparecen en una de las vistas y que no se perciben en las otras, puede deberse a la forma del objeto o a la presencia de otro.
- Cambios en las características del elemento entre las diferentes vistas de la misma escena que se deben a alteraciones en la iluminación, ruido y errores de muestreo.
- Correspondencias falsas que se producen cuando existen elementos muy similares alrededor del verdadero correspondiente.

Para aminorar los efectos de los factores antes mencionados se requiere el uso de restricciones adicionales y supuestos. Siendo de las más comunes:[10]

- Restricción epipolar: esta restricción permite reducir el espacio de búsqueda de dos dimensiones a una dimensión.
- Restricción de continuidad: En este caso se suponen superficies suaves. Haciendo posible descartar disparidades que no sean similares a disparidades vecinas.
- Restricción de oclusión: Es fácil detectar y eliminar oclusiones, comparando la vista 1 con la vista 2 y viceversa, la vista 2 con la vista 1. De esta manera, es posible descartar aquellos elementos que no tengan correspondencia o no tengan posibilidad de ser correlacionados.

Uno de los trabajos iniciales para el cálculo del flujo óptico, fue realizada por Horn y Schunck en 1981 [2]. En dicho trabajo suponen que la intensidad de la imagen en un punto dado se conserva en el tiempo y asume que las variaciones de intensidad de la imagen se deben únicamente a los desplazamientos de los objetos, sin tener en cuenta los cambios de iluminación. Entonces para dos imágenes consecutivas separadas por un tiempo δt si

$I(x, y, t)$ es la intensidad de la imagen en el punto (x, y) y en el instante t , ha de cumplirse que:

$$I(x, y, t) = I(x + u\delta t, y + v\delta t, t + \delta t) \quad (3.17)$$

donde (u, v) es el vector de flujo óptico del pixel desconocido. El vector de flujo óptico depende de cada pixel considerado, siendo $u(x, y)$ la componente sobre el eje x y $v(x, y)$ la componente sobre el eje y . Considerando que la intensidad luminosa varía de forma suave respecto de x, y, t y desarrollando por series de Taylor se tiene:

$$\frac{\partial I}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial I}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial I}{\partial t} = 0 \quad (3.18)$$

que puede ser representada, de forma más compacta, como:

$$I_x u + I_y v + I_t = 0 \quad (3.19)$$

donde I_x, I_y, I_t son las derivadas parciales de la imagen con respecto a x, y, t , respectivamente, y $v = (u, v)$ representa el vector de flujo óptico en cada punto a determinar. Esta expresión es conocida como la “Ecuación de restricción de Flujo Óptico” (ERFO)

3.6.1.1. Métodos basados en el gradiente

Utilizan los criterios basados en el gradiente espacio temporal, también llamados diferenciales, empleando de forma explícita la ERFO, ecuación anterior. Dentro de estos métodos existen distintas clases de algoritmos en función del tipo de restricción que utilizan. Entre las distintas clases de este método basado en el gradiente, están aquellos que utilizan restricciones globales y aquellos que utilizan restricciones locales.

- Métodos con restricciones globales. Se caracterizan por que consideran toda la imagen en el cálculo. Estos utilizan normalmente un término de regularización de suavizado, como restricción adicional, para calcular un flujo óptico más denso en regiones más grandes de la imagen.
- Métodos con restricciones locales. Son aquellos que sólo consideran una zona de la imagen. En ellas se utiliza la información de la velocidad normal en vecindades, para

realizar una minimización por mínimos cuadrados que conduzca a la mejor elección del valor del flujo. El presente trabajo esta basado en esta técnica, y se implementa según el artículo Good features to track [3]; el cual usa la disimilitud para eficientar la selección de características durante la estimación del fujo óptico. Cuantificando el cambio que tiene una característica de una imagen a otra. Propone una manera eficiente y numericamente segura de determinar cambios afines através de un proceso de minimización por Newton Raphson. [3]. Según este trabajo se describe el movimiento entre imágenes como:

$$I(x, y, t + v) = I(x - \epsilon(x, y, t, v), y - \eta(x, y, t, v)) \quad (3.20)$$

Donde la segunda imagen ocurre en el tiempo $t + v$ y el movimiento está dado por $\delta = (\epsilon, v)$, que corresponde al desplazamiento dado en el punto $x = (x, y)$. Como existe mas de un desplazamiento en la misma ventana; un campo de movimiento afín es una mejor descripción, y queda definido por:

$$\delta = Dx + d \quad (3.21)$$

Donde $D = \begin{bmatrix} dx_x & dx_y \\ dx_y & dy_y \end{bmatrix}$ es la matriz de tensores conocido también como $[G^T, G]$; y d Es la traslación de la cacterística en el centro de la imagen. Dadas dos imágenes I y J el tracking consiste en determinar los parámetros que aparecen en la deformación del tensor, y el desplazamiento del vector \hat{d} , la calidad de esta estimación depende del tamaño de la ventana, la textura de la imagen y la magnitud del movimiento entre frames. De esta maera el modelo de traslación puro se da por $\delta = d$ si la deformación de la matriz de tensores se asume como 0. El problema consiste en encontrar una A y d ; es decir un desplazamiento que minimize el residuo o error.

$$\sum_W [J(Ax + d) - I(x)]^2 \quad (3.22)$$

Donde W es una ventana de la imagen centrada en el punto para el cual deseamos calcular el flujo óptico y linializar el resultado del sistema mediante una expansión de las series de Taylor para encontrar

$$Z = \begin{bmatrix} g_x^2 & g_x g_y \\ g_x g_y & g_y^2 \end{bmatrix}$$

Sin embargo el cambio afín para encontrar el vector de desplazamiento $\hat{d} = G^{-1}e$; por consecuencia el error esta dado por la siguiente ecuación y se encuentra iterativamente por minimización mediante Newton Raphson.

$$e = G\hat{d} \tag{3.23}$$

Esta técnica utiliza la información de la matriz $[G^T G]$, conocida también como tensor de estructura para detreminar los mejores puntos para realizar seguimiento. Entonces λ_1 y λ_2 son los eigen valores de $[G^T G]$ y se considera que un punto es candidato a representar una característica para seguimiento si $\min[\lambda_1 \text{ y } \lambda_2] > \lambda_\epsilon$, donde λ_ϵ es un umbral, de acuerdo con esto, las esquinas de los objetos en movimiento son buenos puntos para realizar seguimiento.

3.6.1.2. Métodos basados en correlación

Utilizan el criterio de seleccionar una serie de características de la imagen que posteriormente serán buscadas y emparejadas en imágenes consecutivas, para finalmente encontrar el flujo óptico. Una ventaja de este grupo de métodos es que son más eficientes, respecto a los métodos basados en el gradiente, cuando se dispone de muy pocos cuadros o cuando la relación señal-ruido de la imagen es demasiado pobre. Por otro lado, el campo de desplazamiento obtenido es menos denso que el que pudiésemos obtener utilizando el método del gradiente. Otro punto a considerar es su costo computacional, dado que requieren ejecutar algoritmos de selección de las características y su posterior detección de correspondencia. Se clasifican en:

- Correspondencia entre puntos.
- Correspondencia entre regiones.

3.6.1.3. Métodos basados en frecuencia

Estos métodos consideran que de una secuencia de imágenes es posible analizar el movimiento en el dominio de las frecuencias espacio temporal (dominio de Fourier). De tal manera que estos métodos se caracterizan por utilizar filtros espaciotemporales. En base a la interpretación temporal del movimiento, analizan el espectro frecuencial considerando diversas orientaciones según las velocidades y orientaciones del movimiento. Dado que estos métodos requieren un soporte temporal considerable para un correcto funcionamiento dificultan a priori su empleo en aplicaciones que requieren ejecutarse en tiempo real. Se clasifican en:

- Orientación de fase.
- Orientación de frecuencia.

3.6.2. Basados en correspondencias.

La detección del movimiento basado en la correspondencia o en la correlación funciona muy bien aún para intervalos de muestreo relativamente altos o para grandes desplazamientos entre dos imágenes, algo que no sucede con el método de flujo óptico. La razón es que al emplear el método del flujo óptico existe la restricción de que solo se puede utilizar si la diferencia entre las dos imágenes consecutivas es pequeña. Estos métodos se basan en la búsqueda de los vectores de desplazamiento entre la imagen de referencia y la imagen actual, bajo un criterio de similitud. Se clasifican en:

- Correspondencia entre puntos.
- Correspondencia entre regiones.

3.6.3. Métodos diferenciales.

Estos métodos se basan en encontrar la diferencia en una región (píxeles), en instantes distintos (t_1, t_2) . Se clasifican en:

- Imágenes diferenciales acumuladas.
- Sustracción de fondo.

3.7. Trazabilidad

La trazabilidad como parte de la calidad de los productos y procesos es requerida en distintas normas internacionales de Gestión, como por ejemplo ISO9001:2015; TS16949, AS9100, incluso en las directrices de gestión ambiental (ISO1400). Sin embargo, el manejo de este término está dado en función de la capacidad que tiene un proceso de demostrar un bien o servicio que tiene materiales subprocesos rastreables a través del tiempo y del flujo del proceso. Pero este no es el concepto de trazabilidad metrológica. La trazabilidad metrológica como tal, es requerida en la norma ISO17025, en su apartado 5.6 Trazabilidad de las mediciones. El concepto de trazabilidad metrológica está dado en el Vocabulario Internacional Metrología conceptos fundamentales y generales (VIM), que la define como:

propiedad del resultado de una medición o del valor de un patrón, por la cual este resultado o valor puede ser relacionado a referencias determinadas, generalmente patrones nacionales o internacionales, por medio de una cadena ininterrumpida de comparaciones, teniendo todas ellas incertidumbres determinadas.

La trazabilidad metrológica garantiza que los resultados de medida sean comparables entre sí, independientemente del lugar y tiempo en que se hayan realizado facilitando el que puedan ser universalmente aceptados. Y consiste en una cadena ininterrumpida y documentada de calibraciones hasta una referencia por ejemplo: patrón de medida, realización práctica de la definición de una unidad de medida o un procedimiento de medida; mediante procedimientos de medición documentados, que permiten relacionar los resultados de medida a unidades del Sistema Internacional (SI), con una incertidumbre de medida conocida y documentada. Para que este proceso sea confiable y válido el certificado debe demostrar que la calibración se hizo por personal calificado, se hizo de acuerdo a un procedimiento establecido, validado y documentado; también demostrar que la calibración se realizó con equipo y patrones en buen estado, calibrados con trazabilidad a patrones nacionales y con una evaluación de la incertidumbre de medida asociada al mensurando y magnitud objeto de la calibración; y bajo condiciones físicas establecidas. Así debe entenderse que la trazabilidad metrológica

no es un documento; sino una una propiedad cuantitativamente que se puede comprobar mediante comparaciones que confirman o no la compatibilidad con el patrón nacional ó la unidad SI. Sin embargo; cuando la trazabilidad de una medición no puede darse a unidades del SI; se puede dar mediante su referencia con materiales ó equipos que esten certificados ó calibrados con métodos aprobados.

Capítulo 4

Experimentación

Este trabajo consiste de las siguientes etapas:

1. Preparación de la escena, consiste en la descripción de la instrumentación utilizada.
2. Calibración de cámara, con el objetivo de poder establecer una relación entre el desplazamiento en medidas físicas y pixeles.
3. Adquisición de imagen antes y después del desplazamiento del objetivo, el cual es controlado físicamente.
4. Estimación del desplazamiento, mediante una aproximación numérica; se presentan los antecedentes de los modelos en los cuales se basa este trabajo y su implementación.
5. Diseño del experimento para el análisis estadístico; Se definen los parámetros sobre los cuales se realizará el análisis.

La evaluación de los métodos donde se presentan los resultados obtenidos por los distintos interpoladores y las pruebas de hipótesis se muestran en el siguiente capítulo.

4.1. Metodología

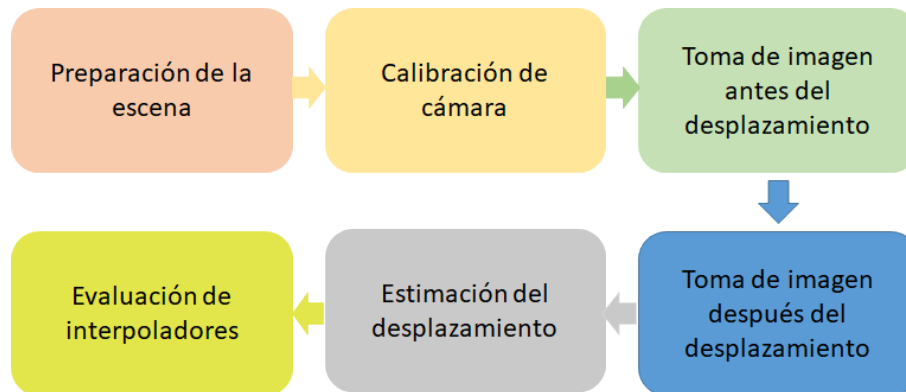


Figura 4.1: Diagrama de metodología empleada.

4.1.1. Preparación de la escena

Para llevar a cabo el muestreo mediante la toma de imágenes, es necesario definir los instrumentos con los cuales vamos a trabajar; y diseñar el método que se va a utilizar en la adquisición de imágenes. En nuestro caso se crea una escena, en la cual se utiliza una mesa micrométrica que sostiene al objetivo, que debe ser una imagen que provea textura para la detección de características de seguimiento. La adquisición se llevará a cabo con una cámara CCD monocromática Prosilica GC650 sin aumento. El objeto es iluminado con fibra óptica para marcar mejor la textura. En la siguiente figura se muestra un esquemático del experimento.

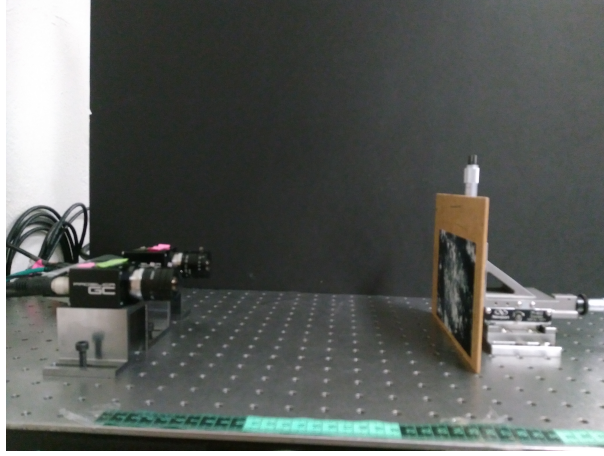


Figura 4.2: Preparación de la escena.

4.1.2. Calibración de cámara.

Para poder establecer una relación de error de método-interpolador; es necesario saber cual es el desplazamiento originado en pixeles; por tal motivo se realiza una calibración de cámara, y se busca la relación que existe entre el desplazamiento medido en mm, y el desplazamiento estimado en pixeles. En este trabajo se utilizó el tool box de Matlab, el cual está basado en el método de calibración de Zhang. [?]. El modelo que se muestra es el que indica que los puntos en la imagen digital es el resultado de la relación que existe entre los parámetros intrínsecos, extrínsecos, y los puntos en el mundo.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & \gamma & u_0 \\ 0 & \beta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_{11} & B_{21} & B_{31} \\ B_{12} & B_{22} & B_{32} \\ B_{13} & B_{23} & B_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

Generando los siguientes resultados:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1685,72 & ,97 & 325,99 \\ 0 & 688,80 & 264,93 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,99 & 0,02 & -0,04 \\ -0,01 & 0,99 & 0,03 \\ ,04 & -0,03 & B0,99 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -51,21 \\ -59,16 \\ 418,59 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

Estos datos nos permiten determinar la relación pixeles - mm para esta experimentación. (1 pixel equivale a 0.24mm)

4.1.3. Adquisición de imágenes antes y después del desplazamiento.

La adquisición de la imagen es en dos etapas:

1. En la primera se realiza el enfoque del objetivo.
2. Se adquieren las imágenes a analizar.

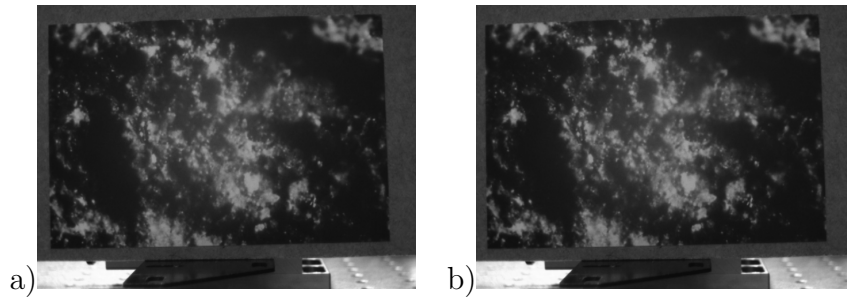


Figura 4.3: a) Imagen de objeto antes del desplazamiento. b) Imagen de objeto después de desplazamiento.

Con la cámara fija a una mesa rectificadora, se realiza el desplazamiento del objeto de forma manual, mediante un tornillo micrométrico, el cual ha sido calibrado, adaptado a la base sujetadora del objeto. Este desplazamiento es constante en cada par de imagen y corresponde a 0.5mm. En la segunda etapa, se adquiere la segunda imagen después del desplazamiento. De esta manera obtenemos pares de imágenes con un desplazamiento constante. Esto es lo que forma las muestras.

4.1.4. Trazabilidad del movimiento

El SI no determina una magnitud de trazabilidad para mediciones realizadas por medio de algoritmos de visión artificial; pero para fines de este trabajo, la trazabilidad se da a través del movimiento físico realizado en la mesa rectificadora, la cual ha sido previamente calibrada (ver anexos). Y se da según el siguiente diagrama.

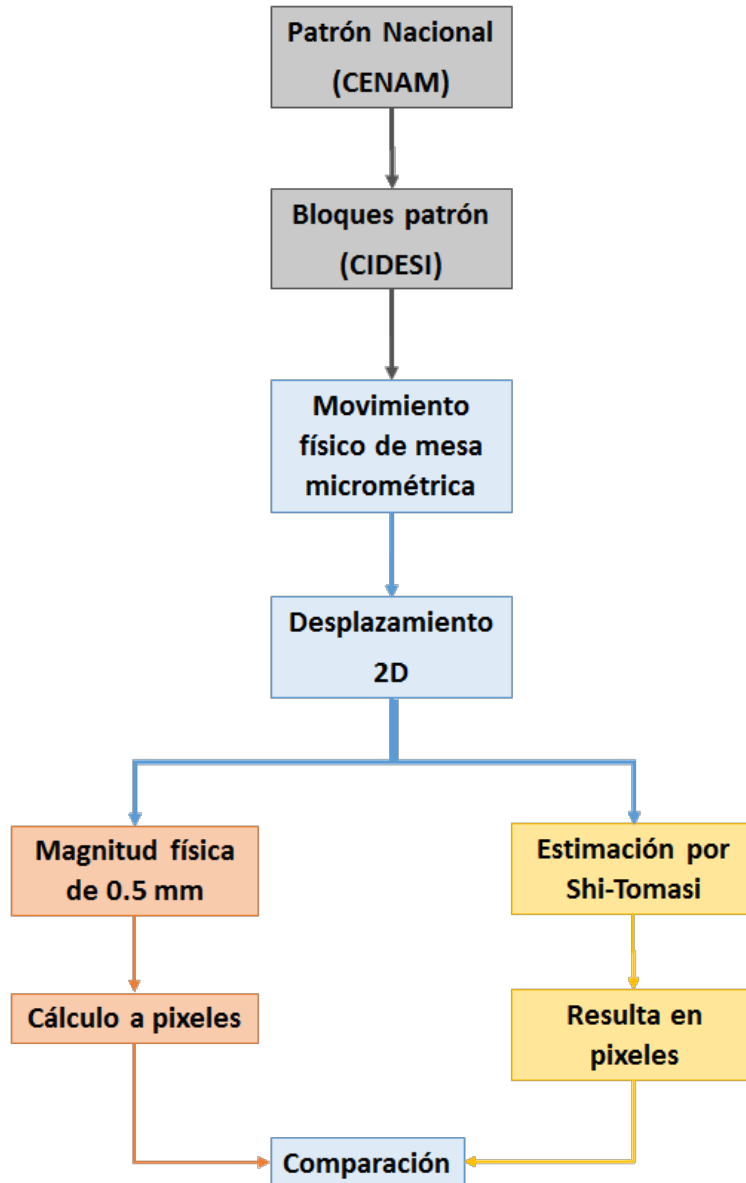


Figura 4.4: Diagrama de trazabilidad para los desplazamientos.

4.1.5. Estimación del desplazamiento subpixelico con el uso de interpoladores.

En cuanto al procesamiento de imágenes se tienen subprocesos como la adquisición, transmisión, procesamiento y representación de las imágenes. Las técnicas de morfología se utilizan para mejorar las características de la imagen, y lograr mejores resultados de detección de características. En este trabajo la estimación del desplazamiento se da básicamente en dos fases, la primera es la detección de los puntos de interés y la segunda es el seguimiento de estos puntos en dos imágenes distintas. Para la primera etapa. Una vez adquiridas las imágenes el algoritmo sigue la siguiente secuencia.

1. Transformar la imagen a una escala de grises.
2. Se homogenizan los efectos de las ganancias de las intensidades por medio de un filtro morfológico “top hat” para resaltar detalles de la imágenes.
3. Realizar un suavizado de la imagen mediante un filtro gaussiano con parámetros $\mu = 0, \sigma = 0,5, H = 13$ y
4. Detección de puntos de interés a seguir seguimiento, donde para el cálculo de las derivadas parciales se efectúa mediante el operador por conovolución como sigue;

$$\frac{\partial I}{\partial x} = I \otimes (-1, 0, 1); \frac{\partial I}{\partial y} = I \otimes (-1, 0, 1)^T; \quad (4.3)$$

quedando definida la matriz de tensores como:

$$G = \begin{pmatrix} \left(\frac{\partial I}{\partial x}\right)^2 & \left(\frac{\partial I}{\partial x} \frac{\partial I}{\partial y}\right) \\ \left(\frac{\partial I}{\partial x} \frac{\partial I}{\partial y}\right) & \left(\frac{\partial I}{\partial y}\right)^2 \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

5. Encontrar los eigenvalores para la matriz de tensores, para poder detectar esquinas. Los eigenvalores de la matriz de tensores son comparados para identificar si existe un borde, una esquina o si solo es un área plana. Se considera que un punto es candidato a representar un esquina para su seguimiento si $\lambda \approx \lambda_2$. Calcular los máximos regionales de la transformada máxima; un escalar no negativo.

6. Una vez detectadas las características, son utilizadas para detectar el desplazamiento de una imagen g_n a $g_n + 1$. El seguimiento se no se realizará de pixel a pixel; sino de una ventana a otra. En nuestro caso tomaremos una ventana W de tamaño 30. En este trabajo utilizamos un método basado en restricciones locales [3] El vector de desplazamiento d se calcula minimizando el error de disimilitud, definido por la fórmula 4.3, sobre la ventana dada W .

$$\epsilon = \sum_W [J(Ax + d) - I(x)]^2 \quad (4.5)$$

Se asume que A , es la matriz identidad y el desplazamiento \hat{d} , se estima numéricamente, resolviendo la ecuación 4.4 por medio de Newton-Raphson.

$$\hat{d} = G^{-1}e \quad (4.6)$$

El conjunto de características, incluye las posiciones subpixelicas de los máximos de la superficie discreta M , que representa el valor del segundo eigenvalor del tensor estructural G en la posición subpixelica F' sobre una ventana W . Estas características representan las regiones que hacen que la ecuación 4.4 al menos tenga inversa y tenga mayor probabilidad de convergencia. [?]

La idea de la interpolación es poder estimar las posiciones de las características, y el desplazamiento a nivel subpixelico, a partir de la construcción de una curva o superficie que une los puntos donde se han realizado las mediciones y cuyo valor si se conoce. De esta forma generar una aproximación más precisa de la función del error a nivel subpixelico. Existen una gran variedad de métodos de interpolación, pero para fines de este trabajo se evaluarán 3 de los más conocidos (interpolación lineal, método de polinomios de Lagrange y Spline).

4.1.6. Diseño de experimento

La experimentación se realiza con una secuencia de 8 pares de imágenes tomadas en un intervalo de desplazamiento de 0.5mm. El método de seguimiento no solo nos arrojará la

magnitud del desplazamiento, sino también su dirección. Para este trabajo se analizarán los vectores mediante notación rectangular. La evaluación del algoritmo de seguimiento probado con cada uno de los tres interpoladores anteriormente se evaluará mediante un diseño de experimentos factorial, con dos factores: Interpolador e iteraciones; 3 niveles cada factor. Buscamos comprobar que existe una diferencia significativa en la precisión de los resultados dependiendo del interpolador y el número de iteraciones.

		Interpoladores		
Iteraciones		Lineal	Lagrange	Spline
	10	Datos	Datos	Datos
	50	Datos	Datos	Datos
	80	Datos	Datos	Datos

Figura 4.5: Diseño de experimentos factorial 2^3 .

Cuando se desea saber el efecto de varios factores sobre una o varias respuestas como es el caso de esta tesis y se tiene el mismo interés sobre todos los factores se utiliza con en este caso un diseño factorial. Su modelo matemático está dado por:

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij}\epsilon_{ijk}$$

El ANOVA para el diseño factorial esta dado por:

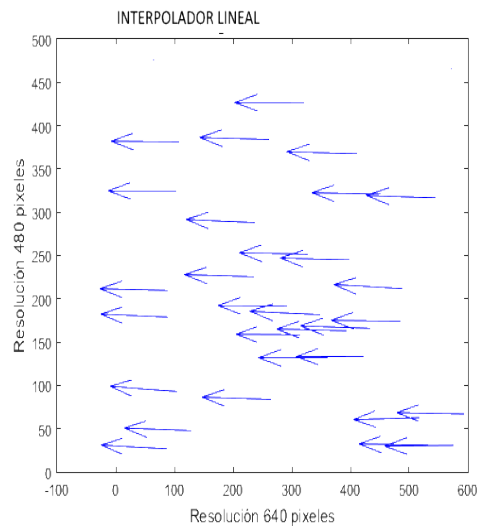
FV	SC	GL	CM	F_0	Valor p
Efecto A	$SC_A = \sum_{i=1}^a \frac{Y_{i..}^2}{bn} - \frac{Y_{...}^2}{N}$	$a - 1$	$CM_A = \frac{SC_A}{GL_A}$	$\frac{CM_A}{CM_E}$	$P(F > F_0^A)$
Efecto B	$SC_B = \sum_{j=1}^b \frac{Y_{.j.}^2}{an} - \frac{Y_{...}^2}{N}$	$b - 1$	$CM_B = \frac{SC_B}{GL_B}$	$\frac{CM_B}{CM_E}$	$P(F > F_0^B)$
Efecto AB	$SC_{AB} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \frac{Y_{ij.}^2}{n} - \frac{Y_{...}^2}{N} - SA_A - SC_B$	$(a - 1)^*$ $(b - 1)$	$CM_{AB} = \frac{SC_{AB}}{GL_{AB}}$	$\frac{CM_{AB}}{CM_E}$	$P(F > F_0^{AB})$
ERROR	$SC_T - SC_A - SC_B - SC_{AB}$	$ab(n-1)$	$CM_e = \frac{SC_{error}}{GL_{error}}$	N/A	N/A
Total	$\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n Y^2_{ijk} - \frac{Y_{...}^2}{N}$	$abn - 1$	N/A	N/A	N/A

Cuadro 4.1: ANOVA del Diseño factorial

Capítulo 5

Análisis estadístico y resultados

Como se ha explicado en el capítulo anterior, el desplazamiento de la experimentación se ha dado solo en un eje, el eje X, por esta razón esperamos que el método de desplazamiento arroje vectores en una sola dirección y con magnitud constante en cada par de imágenes. Como se demuestra en la figura 5.1.



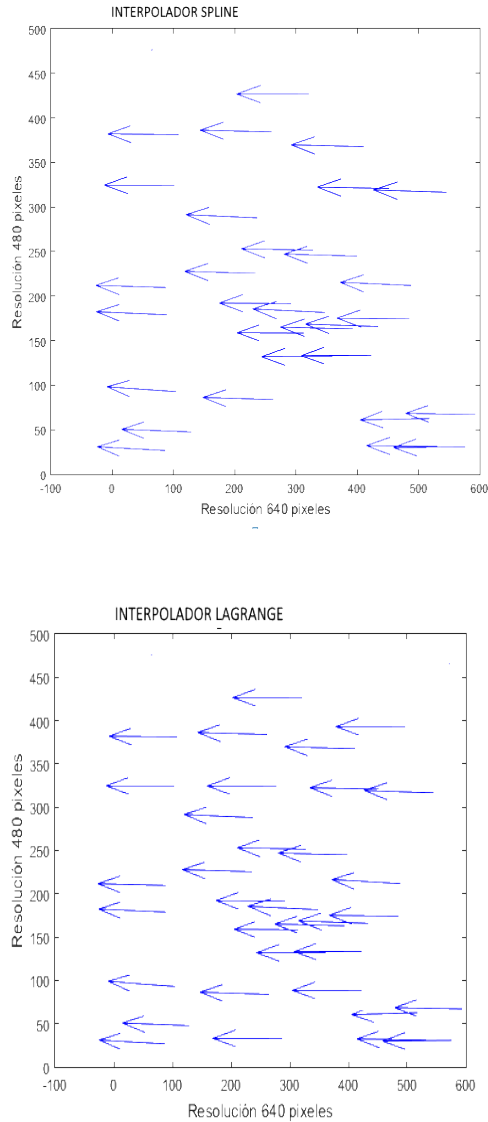


Figura 5.1: Vectores de desplazamiento de imagen 1 a imagen 2 con los tres interpoladores

Como se aprecia en las gráficas de la imagen 5.1. Existen unas ligeras variaciones en algunos de los vectores, estas variaciones son el error correspondiente al algoritmo de desplazamiento empleado y este es el error que se desea cuantificar. Sin embargo para demostrar que la magnitud del vector de desplazamiento está dada por el desplazamiento en el eje x y no se ve influenciada por las mínimas variaciones que el método pudiera detectar como desplazamientos en el eje y. Por esta razón se demuestra con la prueba de análisis de componentes principales (SVD) tal dependencia o independencia dependiendo de la componente de la que se está hablando. Los resultados son los siguientes:

Comparación de Componente X y Y v/s Magnitud	
Componente X	Componente Y
[U,S,V]= svd(Comp. X, Magnitud)	[U,S,V]= svd(Comp. Y, Magnitud)
Porcentaje= $\lambda_1/\lambda_1 + \lambda_2$	Porcentaje= $\lambda_1/\lambda_1 + \lambda_2$
Porcentaje=99.8 %	Porcentaje=1.5 %
Indica que los datos de la componente X y la magnitud son prácticamente los mismos	Significa que los datos se distribuyen basicamente sobre el eje de la magnitud

Cuadro 5.1: Resultados de la prueba SVD.

Pero para poder demostrarlo de manera estadística se hace mediante observaciones pareadas. Para este caso, lo que detecta este proceso estadístico, es que los datos de la magnitud no son independientes de los datos en la componente X. Además por las condiciones de la experimentación y los resultados de la prueba de análisis de componentes principales, se espera que sean iguales. Por lo tanto tenemos para demostrar que:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 \quad H_0 : \mu_D$$

$$H_0 : \mu_1 \neq \mu_2 \quad H_0 : \mu_D \neq 0$$

Así para comparar dos poblaciones es comparar su diferencia contra una constante, en este caso 0, ya que se busca la menor diferencia.

	MEDIAS DE DESPLAZAMIENTOS		Diferencia
	Vector resultante	Componente X	
Lineal 10 iteraciones	3.591	3.605	-0.014
Lineal 50 iteraciones	3.542	3.605	-0.063
Lineal 80 iteraciones	3.608	3.605	0.003
Lagrange 10 iteraciones	3.635	3.639	-0.004
Lagrange 50 iteraciones	3.643	3.639	0.004
Lagrange 80 iteraciones	3.620	3.639	-0.019
SPlines 10 iteraciones	3.459	3.455	0.004
Spline 50 iteraciones	3.459	3.455	0.004
Spline 80 iteraciones	3.459	3.452	0.007
MEDIA	3.5573	3.5660	-0.0087

Prueba t para medias de dos muestras emparejadas		
	Variable 1	Variable 2
Media	3.557333333	3.566
Varianza	0.00628025	0.0072735
Observaciones	9	9
Coficiente de correlación de Pearson	0.965965323	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	8	
Estadístico t	-1.166846483	
P(T<=t) una cola	0.138437134	
Valor crítico de t (una cola)	1.859548038	
P(T<=t) dos colas	0.276874267	
Valor crítico de t (dos colas)	2.306004135	

Para demostrar que el estadístico t_0 obtenido cae dentro del área de aceptación, se puede ver la siguiente gráfica.

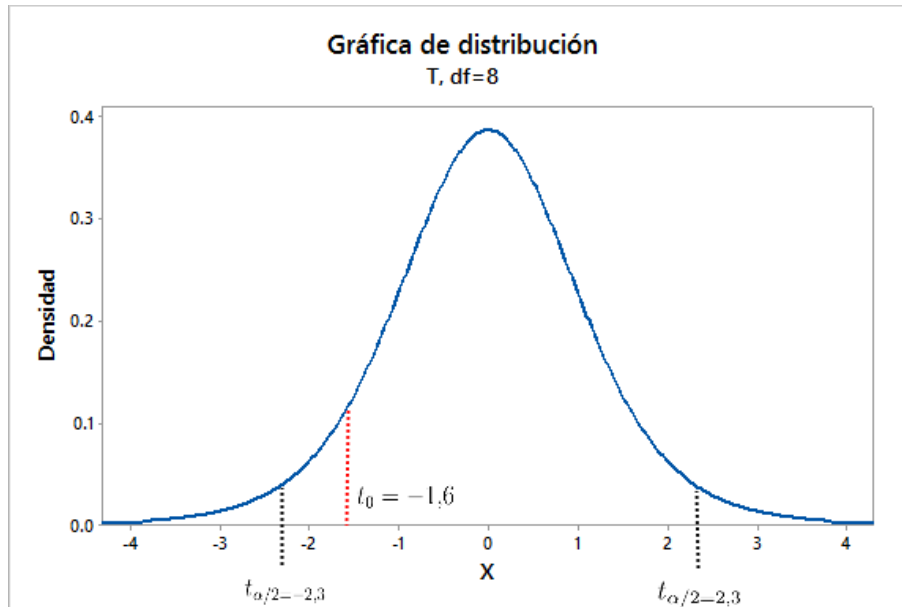


Figura 5.2: Gráfica de distribución del estadístico t

El valor t_0 está dentro de la zona de aceptación de $H_0 : \mu_D = 0$; así que se concluye con un 95 % de confianza que los desplazamientos en la coordenada X y los vectores resultantes de los desplazamientos son iguales. Esto permite poder omitir el análisis de la componente Y del vector, ya que según mis resultados anteriores no tiene una influencia significativa sobre el comportamiento del vector resultante.

Habiendo determinado analizar los vectores resultantes y no sus componentes, se procede a buscar que interpolador, número de interacciones o interpolador-iteraciones muestra un mejor resultado en cuanto al error. Como se utilizó un diseño factorial 2^3 y esto implica la demostración por medio de un ANOVA, se muestra la normalidad del error.

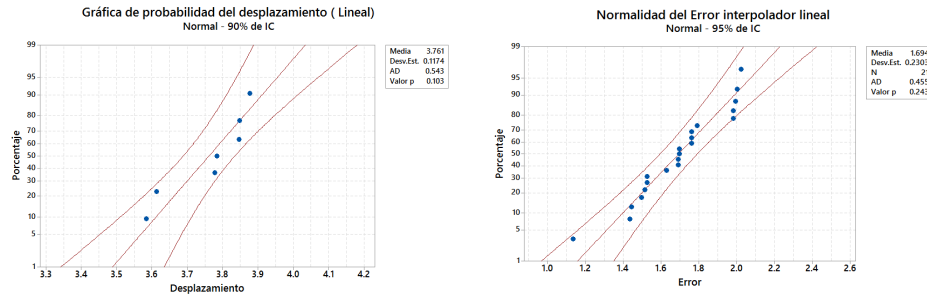


Figura 5.3: Gráficas de normalidad para interpolador lineal con 10 iteraciones

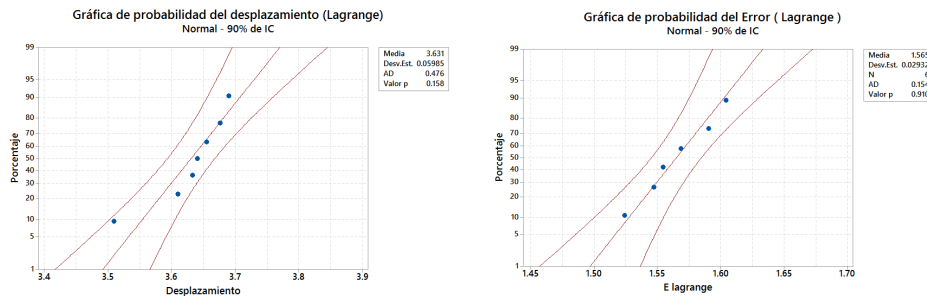


Figura 5.4: Gráficas de normalidad para interpolador de Lagrange con 10 iteraciones

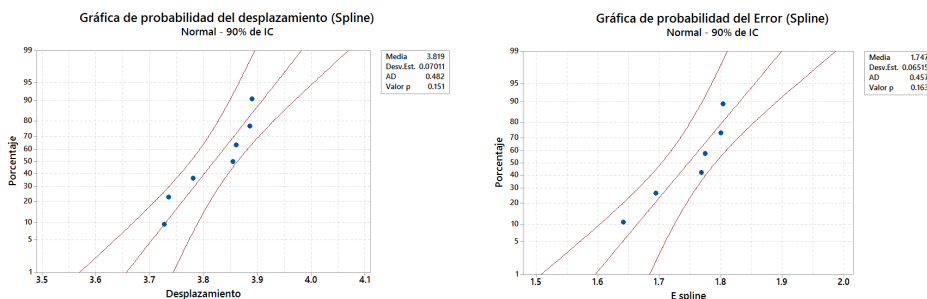


Figura 5.5: Gráficas de normalidad para interpolador Spline con 10 iteraciones

La hipótesis que buscamos probar, es si existe alguna combinación de los factores anteriormente mencionados que ayude a obtener datos más precisos, o dicho de otra

manera, si algún factor o combinación ayuda a que la dispersión de los datos sea menor. Y cual ofrece el menor error.

En la figura 5.6, se muestran los resultados del análisis de varianzas obtenido de los factores principales y de su interacción.

FACTOR DE VARIABILIDAD	SC	GL	CM	F0	vp
Iteraciones	0.060220389	2	0.030110194	0.11326641	0.89309417
Interpolador	0.388223391	2	0.194111696	0.73019569	0.48584726
InterpoladorXIteraciones	0.102715519	4	0.02567888	0.096597	0.98318528
Error	16.74761577	63	0.265835171		
Total	17.29877507	71			

Figura 5.6: ANOVA de las medias del error

De la tabla anterior, se concluye que los factores de variabilidad propuestos no tienen influencia exclusiva en la exactitud del método.

En la figura 5.7, se puede observar el comportamiento del error en los 3 niveles para los factores de Interpolador e Iteraciones. Este medio es la comprobación visual de los resultados del ANOVA.

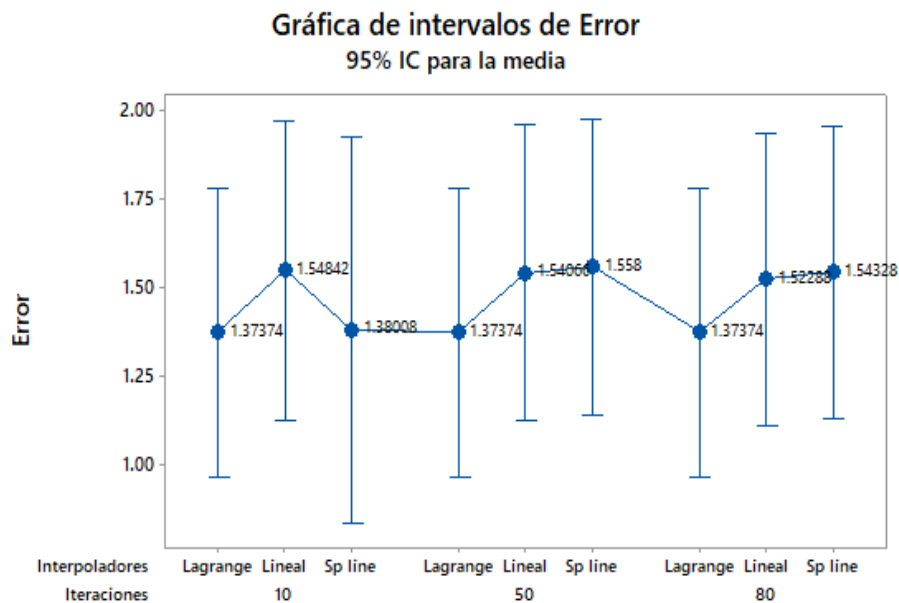


Figura 5.7: Comportamiento del error

En la tabla 5.8 se presentan los resultados del comportamiento de la varianza del error para determinar si existe algún factor o interacción de factores que tengan influencia sobre la dispersión del error de los desplazamientos.

Factor de Variabilidad	SC	GL	CM	F0	vp
Iteraciones	0.448138681	2	0.22406934	2.14832208	0.12515118
Interpolador	9.388834623	2	4.694417312	45.0089261	7.2419E-13
InterpoladorXIteraciones	1.488620619	4	0.372155155	3.56813269	0.01096739
Error	6.570880854	63	0.104299696		
Total	17.89647478	71			

Figura 5.8: ANOVA de las medias de la Varianza

De la tabla anterior, se concluye que el factor interpolador y la interacción de factores tienen influencia en la variabilidad del error.

En la figura 5.9, se puede observar el comportamiento de la varianza dependiendo de los interpoladores y de la interacción.

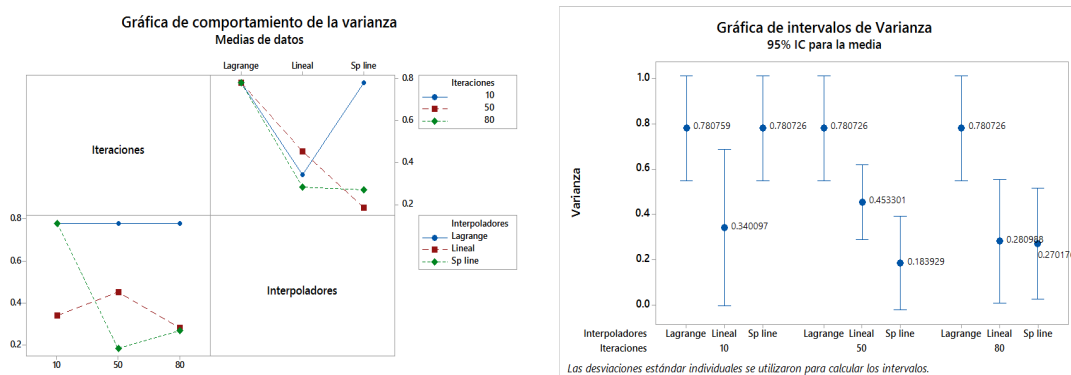


Figura 5.9: Comportamiento de Varianza

De la tabla anterior, se concluye que el interpolador Spline con 50 iteraciones ofrece la menor dispersión, es decir la mayor precisión.

Capítulo 6

Conclusiones.

Se puede concluir a partir de los resultados obtenidos que se comprueba que el método de registro de imágenes que utiliza el método numérico de Newton-Raphson es sensible a los métodos de interpolación que se use.

El interpolador lineal es el más usado debido a su baja necesidad de recursos computacionales; pero ofrece los resultados menos favorables en cuanto a precisión se refiere.

Dado que el interés de este trabajo es determinar la manera en la que el método funciona con la menor dispersión posible, entonces basados en los resultados anteriores, se dice que el método converge con una mayor precisión, cuando se usan funciones de interpolación suaves.

Bibliografía

- [1] L. N. D. Salcedo and Ó. I. H. Martínez, “Estimación de movimiento en imágenes de resonancia magnética cardiaca,” *Revista Tecnura*, vol. 9, no. 18, pp. 27–35, 2006.
- [2] B. K. Horn and B. G. Schunck, “Determining optical flow,” *Artificial intelligence*, vol. 17, no. 1-3, pp. 185–203, 1981.
- [3] J. Shi *et al.*, “Good features to track,” in *Computer Vision and Pattern Recognition, 1994. Proceedings CVPR’94., 1994 IEEE Computer Society Conference on*, pp. 593–600, IEEE, 1994.
- [4] B. D. Lucas, T. Kanade, *et al.*, “An iterative image registration technique with an application to stereo vision,” 1981.
- [5] F. Calderón Solorio, M. Zaleta, and J. Luis, “Un nuevo algoritmo para el calculo de flujo optico y su aplicacion al registro de imagenes,” *Computacion y Sistemas*, vol. 6, no. 3, pp. 213–226, 2003.
- [6] E. H. Meijering, W. J. Niessen, and M. A. Viergever, “Quantitative evaluation of convolution-based methods for medical image interpolation,” *Medical image analysis*, vol. 5, no. 2, pp. 111–126, 2001.
- [7] A. Bruhn, J. Weickert, and C. Schnörr, “Lucas/kanade meets horn/schunck: Combining local and global optic flow methods,” *International Journal of Computer Vision*, vol. 61, no. 3, pp. 211–231, 2005.

- [8] M. Jiménez, J. Antonio, B. Arias Pérez, D. González Aguilera, and J. Gómez Lahoz, “Procesamiento avanzado de imágenes digitales, 2010-11,” 2010.
- [9] C. Harris and M. Stephens, “A combined corner and edge detector.,” in *Alvey vision conference*, vol. 15, pp. 10–5244, Citeseer, 1988.
- [10] E. Trucco and A. Verri, *Introductory techniques for 3-D computer vision*, vol. 201. Prentice Hall Englewood Cliffs, 1998.

Capítulo 7

Apendice Tablas de Resultados.

7.1. Medias de desplazamiento

Lineal			Spline			Lagrange		
10	50	80	10	50	80	10	50	80
3.613	3.628	3.613	3.735	3.735	3.735	3.509	3.509	3.509
3.784	3.79	3.784	3.89	3.89	3.89	3.69	3.69	3.69
3.847	3.76	3.847	3.855	3.855	3.671	3.655	3.655	3.655
3.778	3.766	3.778	3.781	3.781	3.781	3.633	3.633	3.633
3.583	3.758	3.716	3.727	3.727	3.727	3.61	3.61	3.61
3.848	3.708	3.848	3.861	3.861	3.861	3.677	3.677	3.677
3.877	3.601	3.877	3.886	3.886	3.886	3.641	3.641	3.641
2.406	2.326	2.406	2.347	2.412	2.412	2.259	2.259	2.259

7.2. Varianza de desplazamientos

Lineal			Spline			Lagrange		
10	50	80	10	50	80	10	50	80
0.879	0.83	0.879	0.473	0.473	0.473	1.21	1.21	1.21
0.374	0.446	0.374	0.005	0.005	0.005	0.702	0.702	0.702
0.009	0.436	0.009	0.008	0.008	0.698	0.663	0.663	0.663
0.414	0.51	0.414	0.414	0.414	0.414	0.901	0.901	0.901
1.02	0.608	0.547	0.55	0.55	0.55	0.999	0.999	0.999
0.006	0.24	0.006	0.005	0.005	0.005	0.686	0.686	0.686
0.01	0.279	0.01	0.009	0.009	0.009	0.813	0.813	0.813
0.009	0.279	0.009	0.164	0.007	0.007	0.272	0.272	0.272

7.3. Error del desplazamiento

Lineal			Spline			Lagrange		
10	50	80	10	50	80	10	50	80
1.528	1.527	1.527	1.804	1.650	1.650	1.424	1.424	1.424
1.796	1.698	1.698	1.769	1.804	1.804	1.605	1.605	1.605
1.762	1.761	1.761	1.596	1.769	1.769	1.569	1.569	1.569
1.797	1.692	1.692	1.642	1.696	1.696	1.548	1.548	1.548
1.630	1.772	1.631	1.776	1.642	1.642	1.525	1.525	1.525
1.763	1.762	1.762	1.801	1.776	1.776	1.591	1.591	1.591
1.792	1.791	1.791	0.326	1.801	1.683	1.555	1.555	1.555
0.321	0.321	0.321	0.326	0.326	0.326	0.173	0.173	0.173