

POSGRADO INTERINSTITUCIONAL DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA

---

**ANÁLISIS DE ESFUERZOS EN RANURAS TIPO LLAVE  
DE DISCOS PARA CORTE DE CANTERA**

**TESIS**

QUE PARA OBTENER EL GRADO  
ACADÉMICO DE

**MAESTRO EN CIENCIA Y TECNOLOGÍA EN  
DISEÑO Y DESARROLLO DE SISTEMAS MECÁNICOS**

PRESENTA

**Ing. Juan Noé Reyes Elias**

Director de tesis: Dr. Salvador Francisco Acuña Guzmán

QUERÉTARO, QRO. MAYO 2017



**M. en C. Emerenciano Salvador Lecona Uribe**  
**Director Adjunto de Posgrado**  
**Centro de Ingeniería y Desarrollo Industrial**  
**Presente**

El abajo firmante, en mi carácter de Director de Tesis y miembro del Comité Tutorial del alumno **JUAN NOÉ REYES ELIAS**, informo y acepto haber leído y revisado la Tesis titulada **“ANÁLISIS DE ESFUERZOS EN RANURAS TIPO LLAVE DE DISCOS PARA CORTE DE CANTERA”**, por lo cual autorizo que la referida tesis sea presentada por el alumno quien aspira al grado de **MAESTRO EN CIENCIA Y TECNOLOGÍA** en la opción terminal de **DISEÑO Y DESARROLLO DE SISTEMAS MECÁNICOS** durante el Examen de Grado correspondiente.

Y para que así conste firmo la presente a los 20 días del mes de abril del año dos mil diecisiete.



**Dr. Salvador Francisco Acuña Guzman**  
**Director de Tesis**



CIENCIA Y TECNOLOGÍA

M. en C. Emerenciano Salvador Lecona Uribe  
Director Adjunto de Posgrado  
Centro de Ingeniería y Desarrollo Industrial  
**Presente**

Los abajo firmantes, miembros del Jurado de Examen de Grado del alumno **JUAN NOÉ REYES ELIAS**, una vez leída y revisada la Tesis titulada "**ANÁLISIS DE ESFUERZOS EN RANURAS TIPO LLAVE DE DISCOS PARA CORTE DE CANTERA**", aceptamos haber revisado la referida tesis y que el alumno ha integrado las correcciones indicadas, haciéndose acreedor a la candidatura para obtener el grado de **MAESTRÍA EN CIENCIA Y TECNOLOGÍA** en la opción terminal de **DISEÑO Y DESARROLLO DE SISTEMAS MECÁNICOS**. Por lo anterior, vemos procedente la defensa de tesis y solicitamos su autorización para programa: el Examen de Grado correspondiente.

Y para que así conste firmamos la presente a los 20 días del mes de abril del año dos mil diecisiete.

  
Dr. Vicente Brindis Rico  
Presidente

  
Dr. José Luis Sánchez Gaytán  
Secretario

  
Dr. Salvador Francisco Acuña Guzman  
Vocal

Con cariño y amor para mi esposa Adriana y mis hijos Lillian e Irving que inspiran mi esfuerzo por alcanzar una vida que trascienda positivamente.

## AGRADECIMIENTOS

Agradezco ampliamente al Dr. Salvador Acuña por el tiempo que ha dedicado en la guía y supervisión de este trabajo así como por su incondicional amistad.

Reitero mi aprecio al Dr. Vicente Bringas por haberme ofrecido esta oportunidad de desarrollo profesional e intelectual.

Además deseo expresar mi reconocimiento al Dr. José Luis Sánchez Gaytán por formar parte de mi comité de evaluación.

Externo mi profunda gratitud a mis familiares y amigos quienes han motivado y compartido los retos y logros a lo largo de esta carrera. Gracias a todos ustedes (En orden Alfabético): Aarón Reyes, Ángel Ramírez, Raúl Reyes, Virginia Elias.

Finalmente, agradezco al Centro de Ingeniería y Desarrollo Industrial por haberme brindado una oportunidad de crecimiento intelectual y profesional.

## ÍNDICE

	Página
AGRADECIMIENTOS .....	v
ÍNDICE .....	vi
ÍNDICE DE TABLAS.....	viii
ÍNDICE DE FIGURAS .....	x
RESUMEN .....	xiii
ABSTRACT.....	xiv
CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN .....	1
1.1. Antecedentes.....	1
1.2. Definición del problema.....	3
1.3. Justificación .....	4
1.4. Objetivo general .....	6
1.4.1. Objetivos Específicos.....	6
1.5. Hipótesis .....	6
CAPÍTULO 2. REVISIÓN DE LITERATURA .....	7
2.1. Clasificación de las rocas y canteras.....	7
2.1.1. Clasificación de las rocas según su origen de formación .....	7
2.1.2. Clasificación de las rocas según su composición.....	12
2.2. Herramientas y maquinaria de proceso.....	14
2.2.1. Maquinaria. ....	14
2.2.2. Discos de corte. ....	15
2.3. Revisión de publicaciones.....	21
2.4. Instrumentación experimental de equipo de corte.....	26
2.5. Determinación de la fuerza de corte. ....	29
CAPÍTULO 3. MATERIALES Y MÉTODOS.....	32
3.1. Región geográfica de estudio .....	32
3.2. Características físicas de piedra arenisca.....	32
3.3. Método de prueba para rocas .....	34
3.4. Caracterización del equipo experimental.....	38
3.4.1. Características del herramental de sujeción e instrumentación. ....	39
3.4.2. Características de la cortadora de banco. ....	40
3.4.3. Características del disco de corte.....	41
3.4.4. Parámetros de corte para un disco diamantado .....	44
3.5. Teorías de Falla. ....	45
3.5.1. Teoría de esfuerzo cortante máximo. ....	45
3.5.2. Teoría de la Energía Máxima de Distorsión.....	47
3.6. Concentradores de esfuerzo. ....	48
3.6.1. Métodos para determinar los factores teóricos de concentración de esfuerzo .....	49
3.7. Método del elemento finito (MEF).....	50
3.8. Fatiga y fractura en el diseño. ....	51
3.9. Diseño de experimentos (factorial con tres factores).....	53
3.9.1. El modelo sin replicación.....	55

CAPÍTULO 4. RESULTADOS .....	59
4.1. Resultados de los métodos de pruebas para rocas .....	59
4.2. Resultados de pruebas de corte con disco de diamante segmentado .....	60
4.3. Diseño de parámetros de ranura.....	60
4.4. Descripción de materiales, método y parámetros de análisis MEF .....	62
4.6. Diseño de experimentos (DDE): Factorial 3x3 .....	67
CONCLUSIONES .....	69
RECOMENDACIONES .....	71
REFERENCIAS .....	72
ANEXOS .....	75
Anexo A. Reporte de pruebas ASTM.....	76
Anexo B. Estados y transformación de esfuerzos. ....	90
Anexo C. Estados y transformación de esfuerzos. ....	99
Anexo D Diseño de experimentos. ....	113

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla	Página
Tabla 1.1. Fabricación de productos a base de piedras de cantera rentabilidad bruta de operación 2008 (La Industria Minera ampliada 2009).....	3
Tabla 2.1. Clasificación a partir de conjuntos detríticos..	9
Tabla 2.2. Clasificación por tamaño de conjuntos detríticos.....	10
Tabla 2.3. Variedades de piedra arenisca.....	11
Tabla 2.4. Variedades de rocas base cal.....	12
Tabla 2.5. Variedades de rocas base sílice.....	13
Tabla 2.6. Variedades de rocas base alúmina .....	13
Tabla 2.7. Niveles de las variables operativas .....	31
Tabla 3.1. Propiedades físicas de la arenisca base cuarzo ASTM C503 .....	34
Tabla 3.2. Componentes comerciales del herramental instrumentado.....	40
Tabla 3.3. Datos técnicos de la cortadora de banco.....	41
Tabla 3.4. Propiedades físicas Acero SAE 1015 .....	42
Tabla 3.5. Parámetros a estimar .....	55
Tabla 3.6. ANOVA: Modelo factorial con tres factores (Sin replicación). .....	57
Tabla 4.1. Propiedades físicas de la cantera Naranja Huichapan.....	59
Tabla 4.2. Resultados de fuerza de corte de cantera Naranja Huichapan .....	60
Tabla 4.3. Parámetros dimensionales de ranura .....	61
Tabla 4.4. Resultados de esfuerzos máximos von Mises para cada combinación.....	67
Tabla 4.5. ANOVA de tres factores .....	68
Tablas de Anexos	
Tabla A1. Propiedades físicas de base-cuarzo (Ver referencia “Designation: ASTM C 503 – 08a” Standard Specification for Quartz-Based Dimension Stone). .....	76
Tabla A2. Propiedades físicas de absorción y peso específico .....	80
Tabla A3. Propiedades físicas de densidad.....	80
Tabla A4. Resultados de dureza Shore .....	81
Tabla A5. Propiedades físicas de absorción y peso específico .....	89
Tabla C.1 Combinaciones de parámetros dimensionales .....	99
Tabla C.2 Información del modelo. ....	100
Tabla C.3 Propiedades del material. ....	100
Tabla C.4 A) Aplicación de cargas B) Aplicación de fijaciones. ....	100
Tabla C.5 Información del mallado. ....	102
Tabla C.6 Resultados del estudio simulación 16-5-3. ....	102
Tabla C.7 Resultados del estudio simulación 16-5-5. ....	103
Tabla C.8 Resultados del estudio simulación 16-6-3 .....	104
Tabla C.9 Resultados del estudio simulación 16-6-5 .....	104
Tabla C.10 Resultados del estudio simulación 16-7-3 .....	105
Tabla C.11 Resultados del estudio simulación 16-7-5 .....	105
Tabla C.12 Resultados del estudio simulación 20-5-3 .....	106
Tabla C.13 Resultados del estudio simulación 20-5-5 .....	106
Tabla C.14 Resultados del estudio simulación 20-6-3 .....	107



Tabla	Página
Tabla C.15 Resultados del estudio simulación 20-6-5 .....	107
Tabla C.16 Resultados del estudio simulación 20-7-3 .....	108
Tabla C.17 Resultados del estudio simulación 20-7-5 .....	108
Tabla C.18 Resultados del estudio simulación 24-5-3 .....	109
Tabla C.19 Resultados del estudio simulación 24-5-5 .....	109
Tabla C.20 Resultados del estudio simulación 24-6-3 .....	110
Tabla C.21 Resultados del estudio simulación 24-6-5 .....	110
Tabla C.22 Resultados del estudio simulación 24-7-3 .....	111
Tabla C.23 Resultados del estudio simulación 24-7-5 .....	111
Tabla C.24 Resumen de resultados .....	112
Tabla D.1 Parámetros a estimar .....	113
Tabla D.2 ANOVA: Modelo factorial con tres factores (Sin replicación) .....	115
Tabla D.3 Resumen de interacciones de los factores $A \times B \times C$ .....	115
Tabla D.4 Interacciones de los factores $A \times B$ .....	116
Tabla D.5 Interacciones de los factores $A \times C$ .....	116
Tabla D.6 Sumatorias .....	116
Tabla D.7 Parámetros a estimar .....	116
Tabla D.8 ANOVA de tres factores .....	117

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura	Página
Figura 1. 1. Explotación de cantera a cielo abierto Huichapan Hidalgo .....	1
Figura 1. 2. Tipos de canteras nacionales A).- Cantera Gris B).-Cantera rosa mexicana C).- Cantera Café TII D).- Cantera Piñón. ....	3
Figura 2. 1. Clasificación genética de rocas sedimentarias ..	8
Figura 2. 2. Trabajo de torneado (Imagen en taller de Escolásticas, Qro) .....	14
Figura 2. 3. Banco de corte de cantera (Imagen en taller de Degollado, Jalisco.).....	14
Figura 2. 4. Torneado CNC con disco .....	15
Figura 2. 5. Mecanizado CNC para placas de cantera .....	15
Figura 2. 6. Discos de corte para canteras .....	16
Figura 2. 7. Principales características dimensionales de un disco de corte. ....	16
Figura 2. 8. Tipos de discos: A).- Disco Segmentado, B).- Disco almenado, C).Disco de rin continuo . ....	17
Figura 2. 9. Proceso de soldado de segmentos al disco de corte .....	18
Figura 2. 10. Ranura tipo llave .....	18
Figura 2. 11. A).- Ranura tipo “J”, B) Ranura inclinada, C).-Ranura tipo “d” .....	19
Figura 2. 12. Ranuras combinadas . ....	19
Figura 2. 13. Segmento de disco de corte ..	20
Figura 2. 14. Disco fracturado en raíz de ranura A) Inicio de fractura B) Fractura de diente .....	21
Figura 2. 15. Cortador de bloques instrumentada .....	27
Figura 2. 16. Cortador de bloques instrumentado .....	28
Figura 2. 17. Cortador de bloques instrumentada .....	29
Figura 2. 18. Representación gráfica de las fuerzas horizontales y verticales durante el corte: a) hacia abajo (down cutting) y b) hacia arriba (Up cutting) .....	30
Figura 2. 19. Representación gráfica de las fuerzas horizontales $F_h$ y verticales $F_v$ durante el Up Cutting sobre un segmento. ....	31
Figura 3. 1. Geología de la zona Huichapan – Tecozautla. ....	32
Figura 3. 2. Cantera Naranja Huichapan.....	33
Figura 3. 3. Ampliación 300:1 Cantera Naranja Estereomicroscopio NIKON SMZ-745T. ....	34
Figura 3. 4. Secado de probetas para prueba de absorción de humedad ASTM C97. ....	35
Figura 3. 5. Prueba de ruptura ASTM C99. ....	35
Figura 3. 6. Prueba de compresión ASTM C170.....	36
Figura 3. 7. Probetas para pruebas de compresión ASTM C170. ....	36
Figura 3. 8. Prueba de flexión ASTM C880.....	37
Figura 3. 9. Imágenes de prueba de flexión ASTM C880.....	37
Figura 3. 10. Pruebas de dureza a).- Durómetro para prueba Shore D, B).- Probetas.....	38
Figura 3. 11. Probetas para pruebas de corte. A) Grupo de prueba y B) Probeta limpia. ....	38
Figura 3. 12. Banco de pruebas de corte. ....	39
Figura 3. 13. Herramental instrumentado para montaje de muestras.....	40
Figura 3. 14. Cortadora de banco. ....	41
Figura 3. 15. Descripción del disco de diamante segmentado ..	41

Figura	Página
Figura 3. 16. Grafica estándar de esfuerzo y deformación de aceros .....	43
Figura 3. 17. Representación gráfica de las fuerzas radiales y tangenciales... ..	44
Figura 3. 18. Trazo Mohr.. .....	46
Figura 3. 19. Representación gráfica de la teoría del esfuerzo cortante máximo. ....	47
Figura 3. 20. Trayectoria y distribución de esfuerzos por un orificio en una placa.....	48
Figura 3. 21. Esfuerzos por equilibrio.....	48
Figura 3. 22. Analogía de esfuerzos y fluidos: a) Orificio interno, b) orificio externo. ....	49
Figura 3. 23. Nomogramas de esfuerzos.....	50
Figura 4. 1. Gráfica de datos de fuerza de corte del disco.....	60
Figura 4. 2. Perfil de raíz .....	61
Figura 4. 3. Modelo CAD de disco de corte .....	62
Figura 4. 4. Zonas de aplicación de condiciones de frontera .....	63
Figura 4. 5. Representación gráfica de las fuerzas radiales y tangenciales aplicadas .....	64
Figura 4. 6. Representación gráfica del mallado. ....	65
Figura 4. 7. Representación gráfica del área de concentración de esfuerzos.....	65
Figura 4. 8. Representación gráfica desplazamientos resultantes URES.....	66
Figura 4. 9. Representación gráfica del cuerpo deformado.....	66
Figuras de anexos	
Figura A. 1. Porcentaje de peso de absorción C 97/C 97M – 09. ....	77
Figura A. 2. Prueba de peso específico C 97/C 97M – 09. ....	79
Figura A. 3. Dimensiones de probeta C 97/C 97M – 09. ....	79
Figura A. 4. Orientación de corte A) modo horizontal, B) Modo vertical, prueba C 97/C 97M – 09.. .....	79
Figura A. 5. Probetas y prueba de dureza. ....	80
Figura A. 6. Prueba de ruptura C 99/C 99M – 09.....	81
Figura A. 7. Dimensiones de muestra de prueba C 99/C 99M – 09.. ..	81
Figura A. 8. Orientación de vetas A) modo perpendicular, B) Modo paralelo, prueba C 99/C 99M – 09. ....	82
Figura A. 9. Orientación de vetas A) modo perpendicular, B) Modo paralelo, prueba C 170/C 170M – 09 .....	83
Figura A. 10. Dimensiones de probeta C 170/C 170M – 09.....	84
Figura A. 11. Orientación de corte A) modo horizontal, B) Modo vertical, prueba C 170/C 170M – 09.....	85
Figura A. 12. Certificados prueba C-170.....	85
Figura A. 13. Prueba de flexión C 880/C 880M – 09.....	87
Figura A. 14. Dimensiones de probeta.....	87
Figura A. 15. Orientación de corte A) modo horizontal, B) Modo vertical.....	88
Figura A. 16. Certificados prueba C-880.....	89
Figura B.1 Estados de esfuerzo simples.....	90
Figura B.2 Estados de esfuerzos multiaxiales.....	91
Figura B.3 Estados de esfuerzos Biaxiales .....	91
Figura B.4 Representación gráfica del tensor de esfuerzos. ....	91
Figura B.5 Ley de Hooke .....	92

Figura	Página
Figura B.6 Estado uniaxial de esfuerzos. ....	92
Figura B.7 Relación entre el esfuerzo y la deformación. ....	92
Figura B.8 Estado de esfuerzo en el plano: a) ejes coordenados $x$ y $y$ y, b) rotación a los ejes $x'$ y $y'$ . ....	94
Figura B.9 Estado de esfuerzo sobre un plano. ....	94
Figura B.10 Problema de diagonalización .....	96
Figura B.11 Tipos del trazo del círculo de Mohr. ....	97
Figura B.12 Trazo Mohr.....	98
Figura C.1 Parámetros dimensionales.....	99
Figura C.2 Cargas y fijaciones sobre el disco.....	101
Figura C.3 Mallado.....	102
Figura C.4 Grafica de resultados simulación 16-5-3.....	103
Figura C.5 Grafica de resultados simulación 16-5-5.....	103
Figura C.6 Grafica de resultados simulación 16-6-3.....	104
Figura C.7 Grafica de resultados simulación 16-6-5.....	104
Figura C.8 Grafica de resultados simulación 16-7-3.....	105
Figura C.9 Grafica de resultados simulación 16-7-5.....	105
Figura C.10 Grafica de resultados simulación 20-5-3.....	106
Figura C.11 Grafica de resultados simulación 20-5-5.....	106
Figura C.12 Grafica de resultados simulación 20-6-3.....	107
Figura C.13 Grafica de resultados simulación 20-6-5.....	107
Figura C.14 Grafica de resultados simulación 20-7-3.....	108
Figura C.15 Grafica de resultados simulación 20-7-5.....	108
Figura C.16 Grafica de resultados simulación 24-5-3.....	109
Figura C.17 Grafica de resultados simulación 24-5-5.....	109
Figura C.18 Grafica de resultados simulación 24-6-3.....	110
Figura C.19 Grafica de resultados simulación 24-6-5.....	110
Figura C.20 Grafica de resultados simulación 24-7-3.....	111
Figura C.21 Grafica de resultados simulación 24-7-5.....	111

## RESUMEN

Título: Análisis de esfuerzos en ranuras tipo llave de discos para corte de cantera.

Autor: Reyes Elías, Juan Noé

Palabras Clave: Disco de corte, Cantera, Método de elemento finito MEF

El procesamiento de canteras mexicanas requiere estudios que permitan un mayor rendimiento de los discos de corte diamantados empleados en su procesamiento. El propósito de esta investigación consiste en realizar primero estudios físicos para caracterizar la cantera naranja de la región de Huichapan Hidalgo debido a que es una roca de alto consumo comercial nacional, y en una segunda etapa estudiar un disco de corte para evaluar la fractura temprana de estas herramientas debido a la concentración de esfuerzos en la raíz de sus ranuras. Este estudio permitirá tener un conocimiento técnico sobre las fuerzas involucradas entre herramienta y materia prima para poder determinar las condiciones más óptimas de trabajo.

Para determinar los parámetros físicos de la cantera naranja Huichapan se empleara una batería de experimentos bajo normativa ASTM y para determinar las fuerzas de corte involucradas se construirá banco instrumentado. A continuación se construirá una matriz de parámetros geométricos de la raíz tipo “llave” y serán creados los modelos digitales en un software CAD 3D, y mediante un software que emplea el método de elemento finito MEF se determinara la magnitud de los esfuerzos implicados (von Mises). Finalmente a través de un diseño de experimentos se identificar los parámetros geométricos con mayor influencia en la concentración de esfuerzos.

## ABSTRACT

Reyes Elias, Juan Noe. Master's Degree in Science and Technology in Design and Development of Mechanical Systems, Center for Engineering and Industrial Development, May 2017. "Analysis of stresses in slot-type grooves for quarry cutting". Thesis Director: Acuña Guzman, Salvador Francisco.

The processing of Mexican quarries requires studies that allow greater performance of the diamond cutting discs used in their processing. The purpose of this research is to perform physical studies to characterize the orange quarry of the Huichapan Hidalgo region. It is a rock of high national demand and consumption. In a second part, the purpose is to study a cutting disc to evaluate the early fracture of these tools due to the stress concentration at the root of its grooves. This study will increase technical knowledge about the forces involved between tool and raw material in order to determine the most optimal conditions of work.

In order to determine the physical parameters of the Huichapan orange quarry, a set of experiments will be used under ASTM standards and the instrumental bank will be constructed to determine the shear forces involved. Next, a matrix of geometric parameters of the root type "key" will be constructed and the digital models will be created in 3D CAD software, and software using the finite element method FEM will determine the magnitude of mechanical stresses involved (von Mises). Finally, through a design of experiments, the geometric parameters with greater influence the stress concentration were identified.

## CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

### 1.1. Antecedentes

Una cantera es una explotación minera, que generalmente se encuentra a cielo abierto, en la que se obtienen rocas industriales, ornamentales, y de construcción, (Figura 1.1).



Figura 1.1. Explotación de cantera a cielo abierto Huichapan Hidalgo [1].

Las principales rocas obtenidas en las canteras son: mármoles, granitos, areniscas, calizas y pizarras. En México también se conoce como cantera al tipo específico de roca.

La cantera fue empleada en la escultura y la arquitectura regional, desde la época prehispánica y durante el período colonial de México, principalmente.

El estado de Oaxaca es famoso por su arquitectura barroca de cantera verde, la cantera rosa es típica de los edificios históricos de San Luis Potosí, Morelia y Zacatecas, otros tipos de cantera también se encuentran en los principales monumentos de las ciudades de Guadalajara, Querétaro y Pachuca.

En la actualidad es muy utilizada en la construcción como recubrimiento y para la manufactura de elementos decorativos tales como fuentes, chimeneas, columnas etc.

Las canteras naturales se encuentran constituidas por la asociación de minerales de una misma composición, estructura y origen. El subsuelo está compuesto principalmente de rocas donde las más antiguas tienen 3,800 millones de años, estas pueden ser simples y compuestas.

En la extracción de otras piedras dimensionadas (cantera) fueron censadas 546 unidades mineras en las que laboraron 2,837 personas ocupadas, de este total los propietarios, familiares y trabajadores no remunerados representaron 55.1%; un porcentaje alto en relación con otras actividades. La industria de productos a base de piedras de cantera y mármol se integró por 3,060 unidades económicas ubicadas en todos los estados de la República; en ellas se ocuparon 14,941 personas, de las cuales 33.9% se clasificaron como propietarios, familiares y personas sin remuneración. La caracterización de las unidades económicas es muy variada, se encuentran las marmolerías, talleres artesanales, fábricas de elaboración de productos a base de cantera y mármol, talleres de lápidas, monumentos y capillas, entre otros, en estas unidades generalmente se realiza la manufactura del producto y su venta. En la minería de otras piedras dimensionadas se incluye la extracción y explotación de rocas como la piedra de cantera, basalto, pizarra y sillar, además del beneficio como el corte en bruto; el total de ingresos por suministro de bienes y servicios fue de 223.4 millones de pesos teniendo un gasto de 91.8 millones de pesos y un total de remuneraciones de 55.8 millones de pesos, con una rentabilidad de operación de 1.5. Para la fabricación de productos a base de piedras de cantera y mármol se ubicaron 3,060 unidades económicas, el monto de los ingresos por suministro de bienes y servicios fue de 2,483 millones de pesos de los cuales se gastó 1,528.7 millones de pesos, teniendo 462.8 millones de pesos en remuneraciones y una rentabilidad de operación de 1.2. En los bancos de materiales de algunas entidades se realizó la extracción y beneficio de mármol y piedra de cantera, y cercanos a las zonas de extracción se localizaron los talleres o fábricas que realizaron el corte, pulido y laminado de estas rocas. Entidades destacadas de acuerdo con la generación de producción bruta total son: Durango, Coahuila de Zaragoza, Puebla, Jalisco, Hidalgo, Querétaro y Estado de México. Estas realizaron los procesos de producción que van de la extracción a la manufactura de rocas de mármol y cantera. La entidad con mayor participación en generación de producción bruta total fue Durango con 21.1%, Coahuila, 16.6%, Puebla que participó con 12.4% y Jalisco con 10.3% [2].



Tabla 1.1 Fabricación de productos a base de piedras de cantera rentabilidad bruta de operación 2008 [2].

	Unidades económicas	Gastos por consumo de bienes y servicios	Remuneraciones	Ingresos por suministro de bienes y servicios	Rentabilidad de operación
Minería de mármol	247	164,929	43,294	317,842	1.5
Minería de otras piedras dimensionadas (cantera)	546	91,837	55,810	223,369	1.5
Fabricación de productos a base de piedras de cantera	3,060	1,528,771	462,816	2,483,092	1.2
<b>Totales:</b>	<b>3,853</b>	<b>1,785,537</b>	<b>561,920</b>	<b>3,024,303</b>	<b>1.4</b>

El rezago tecnológico y social de las empresas del sector canterero en estas regiones es muy grande, entre las que se destaca pérdidas económicas por desperdicios, bajos márgenes de utilidad debido a la deficiencia técnica en los procesos, baja competitividad para exportación, problemas de salud, riesgos y accidentes derivados de las malas condiciones de trabajo.

Existen diferentes tipos de canteras explotados en México, las cuales son identificadas básicamente por los colores y lugares de procedencia, no por sus propiedades físicas o de contenido mineral para su comercialización. (Figura 1.2)

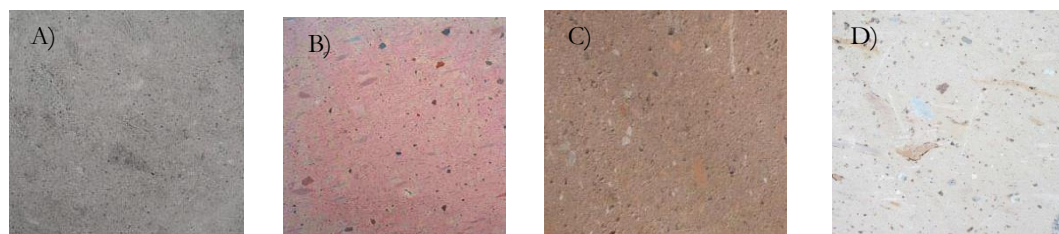


Figura 1.2. Tipos de canteras nacionales: A).- Cantera Gris; B).-Cantera rosa mexicana; C).-Cantera Café TII; y D).- Cantera Piñón. [3].

Las canteras mexicanas tienen realizados pocos estudios de propiedades físicas y menores en estudios de composición, se atienden principalmente dos tipos de productos: Decorativos y de construcción.

### 1.2. Definición del problema

En las diferentes regiones de transformación de la cantera en México siempre es indispensable un balance de rentabilidad en el proceso de transformación de la cantera, por lo que es imprescindible un balance de insumos como pueden ser: el consumo eléctrico, refacciones, discos de corte, consumo de agua, etc.

Uno de los insumos más importantes son los discos de corte, los cuales son sometidos a esfuerzos constantes durante su empleo, normalmente son remanufacturados cambiando los segmentos diamantados, esto hasta que el cuerpo del disco principalmente en las ranuras, se fractura, lo que implica un gasto adicional por un disco nuevo.

La fractura de discos es uno de los problemas más reiterativos, debido también a una selección errónea del disco de corte, normalmente no hay referencias adecuadas para rocas específicas de la región, y los discos que operan mejor para un tipo de cantera, no lo harán para las otras.

Debido a esta necesidad es que se desarrolla este estudio que permitirá identificar las características geométricas más idóneas en las ranuras de los discos de corte específicos para cantera nacional.

Los discos en operaciones de corte están sometidos a diferentes fuerzas y estas cargas llegan a generar daños. Cuando la profundidad de corte sobre la cantera se incrementa, las cargas sobre el disco también se incrementan. Si las magnitudes de las cargas se conocen o pueden ser determinadas, entonces es posible realizar el análisis de esfuerzos en el disco para una cantera específica y determinar el más adecuado.

La fricción, la profundidad de corte, velocidad de giro del disco, el índice de alimentación y la estructura del disco tienen papeles importantes para determinar las cargas. Además, las propiedades mecánicas de la cantera también afectan o modifican a las cargas.

En muchos casos, los fallos de los discos, se producen por fracturas en la región de la raíz del diente. Las raíces de los dientes suelen ser de variadas geometrías, con mayores o menores problemas durante su trabajo.

### 1.3. Justificación

Debido a que es limitada la investigación en el desarrollo de discos de corte para rocas locales, es conveniente realizar esta investigación para aportar mayores fundamentos teóricos. Cuando se obtengan parámetros específicos de selección de discos de corte a emplearse en canteras locales se permitirá llevar a la industria nacional a alcanzar estándares de producción internacionales y llevará a fortalecer las decisiones de cualquier grupo de diseño involucrado en el desarrollo de discos de corte.

La industria de procesamiento de la cantera mexicana requiere de discos de corte diseñados particularmente para poder realizar la generación de geometrías en equipos convencionales y de control numérico computarizado (CNC), lo que les permitirá acelerar y mejorar sus procesos así como reducir sus costos de producción.

Como relevancia social se beneficiarán con los resultados de esta investigación los artesanos de Huichapan Hidalgo que requieren mayor rendimiento de sus discos de corte en sus procesos de producción.

Las principales implicaciones prácticas de esta investigación se enfocan en ayudar a resolver preguntas sobre el desempeño de discos de corte en roca naranja Huichapan.

Tiene la implicación trascendental de ser un elemento para la selección más precisa de geometrías de ranura para roca naranja Huichapan y contribuye a tener equipos y herramientas con un grado de confiabilidad mayor y obtener una reducción de paros por remplazo y mantenimiento.

El valor teórico aportado se espera al conocer en mayor profundidad el comportamiento del esfuerzo y la deformación sobre las ranuras de los discos de corte, así como al establecer parámetros para el diseño de discos para cumplir funciones más extremas, como altas velocidades de operación, elevada rigidez mecánica y vida de operación más extensa y finalmente para identificar la geometría de ranura más apta para corte de roca naranja Huichapan.

Los resultados de este estudio podrán ser comprobados empíricamente durante la operación del disco de corte en talleres de transformación y llenar un vacío en cuanto a la información requerida para seleccionar un disco de corte de roca naranja Huichapan.

La utilidad metodológica de este estudio contribuirá a la definición de la relación entre variables del esfuerzo y deformación de un disco de corte, donde se pretende establecer una metodología para el análisis de variables físicas de los discos de corte a emplearse con rocas de otras regiones. Finalmente se pretende aportar un sustento tecnológico más profundo como el empleo de software de análisis por método de elemento finito (MEF), en el modelado de discos de corte, permitirá además explorar variables exclusivas de corte en materia prima nacional.

#### 1.4. Objetivo general

Con base en un conjunto de pruebas de corte en cantera tipo Naranja Huichapan utilizando un disco diamantado, se determinarán las magnitudes de fuerza que intervienen en este proceso y empleando análisis por el método de elemento finito (MEF) para calcular los esfuerzos generados en la raíz de diente tipo “llave”, se determinarán los parámetros geométricos de la raíz que tienen mayor impacto en las fracturas debidas a la concentración de esfuerzos.

##### 1.4.1. Objetivos Específicos

Para determinar los parámetros físicos de la cantera naranja Huichapan se empleará un conjunto de experimentos bajo normativa, de la American Society for Testing and Materials International (ASTM). Para determinar las fuerzas de corte involucradas, se construirá un herramental de montaje de muestras para colocarse en una maquina comercial de corte y se instrumentará el herramental para obtener dichas fuerzas.

Como segunda etapa se construirá una matriz de parámetros geométricos de la raíz tipo “llave” y serán creados los modelos digitales en un software CAD 3D, para continuar con el empleo de un software del método de elemento finito (MEF) y determinar la magnitud de los esfuerzos implicados.

Finalmente se empleará un diseño de experimentos (DOE- por sus siglas en inglés) para identificar los parámetros geométricos con mayor influencia en la concentración de esfuerzos.

#### 1.5. Hipótesis

A través de la determinación de los parámetros físicos de la cantera así como el estudio de las fuerzas de corte requeridas para su transformación, será posible realizar un análisis de esfuerzos para determinar su influencia en la generación de fracturas en los discos segmentados diamantados.

Establecer las variables dimensionales para las ranuras del disco permitirá identificar valores teóricos de mayor influencia y que brindará un conocimiento en mayor profundidad sobre las áreas de concentración de esfuerzos, con lo que se presume se podrán diferenciar las geometrías de ranura que tienen la mayor influencia y ofrecer nuevas opciones de diseño.

## CAPÍTULO 2. REVISIÓN DE LITERATURA

### 2.1. Clasificación de las rocas y canteras

Los materiales empleados en la construcción pueden ser clasificados de diferentes maneras. Una de ellas sería por su origen: naturales y artificiales. Son naturales las que se extraen directamente de la naturaleza, siendo suficiente el darles una forma geométrica adecuada para ser empleados

Son artificiales aquellos que se preparan con productos diversos al estado pulverulento o pastosos, o se endurecen por procesos. De lo dicho se desprende que existen dos clases de piedras: las piedras naturales y las piedras artificiales.

Las rocas naturales se encuentran en la naturaleza formando rocas constituidas por la asociación de minerales de la misma composición, estructura y origen, pueden ser simples y compuestas. Las rocas más antiguas datan de 3,800 millones de años.

La litosfera está constituida por rocas donde los elementos químicos que las componen son numerosos. Los principales de la litosfera son: oxígeno 47%; silicio 28%; aluminio 8%; hierro 4,5%; calcio 3,5%; sodio 2,5%; magnesio 2,5%; potasio 2,5%; y luego otros como el carbono 0,22%; hidrógeno 0,7%; fósforo 0,09%; manganeso 0,07%; azufre 0,06%; flúor 0,03%; entre otros de menor relevancia. [4].

#### 2.1.1. Clasificación de las rocas según su origen de formación

Rocas ígneas: estas rocas se formaron a partir del magma que al someterse a fuertes presiones ascendentes, es empujado hacia el exterior de la corteza. Si en su ascenso no llega a la superficie, pierde temperatura y se solidifica en profundidad formando las rocas denominadas plutónicas. Si en un cambio el magma llega a la superficie, a través de una grieta que le permite aflorar y solidificarse en el exterior, forma rocas volcánicas. Estas rocas fueron usadas a menudo en el adoquinado de las calles. Las rocas ígneas son muy resistentes al desgaste. Las características principales de estas rocas es que son: de origen ígneo, cristalinas, de estructura muy sólida y no poseen fósiles. Los ejemplos más importantes de las rocas plutónicas son el granito, la sienita, la diorita, entre otras; y de las volcánicas se encuentran el pórfido, el basalto y la traquila.

Rocas sedimentarias: (del latín *sedimentum*, asentamiento) se forman por la precipitación y acumulación de materia mineral de una solución o por la compactación de restos vegetales y/o animales que se consolidan en rocas duras. Los sedimentos son depositados, una capa sobre la otra, en la superficie de la litósfera a temperaturas y presiones relativamente bajas y pueden estar integrados por fragmentos de roca preexistentes de diferentes tamaños, minerales resistentes, restos de organismos y productos de reacciones químicas o de evaporación. Una roca preexistente expuesta en la superficie de la tierra pasa por un proceso sedimentario (erosión, transporte, depósito, compactación y diagénesis) con el que llega a convertirse en una roca sedimentaria; a esta transformación se le conoce como litificación.

Debido a que las rocas sedimentarias son formadas cerca o en la superficie de la tierra su estudio nos informa sobre el ambiente en el cual fueron depositadas, el tipo de agente de transporte y, en ocasiones, del origen del que se derivaron los sedimentos. Las rocas sedimentarias generalmente se clasifican, según el modo en que se producen, en detríticas o clásticas, y químicas o no clásticas; dentro de ésta última, se encuentra una subcategoría conocida como bioquímicas.

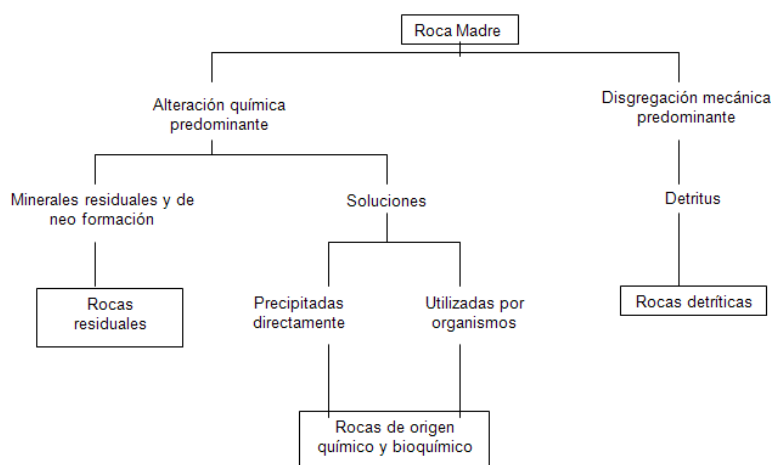


Figura 2.1. Clasificación genética de rocas sedimentarias [4].

Rocas sedimentarias Detríticas o Clásticas.- Son acumulaciones mecánicas de partículas o sedimentos de rocas preexistentes denominadas “detritus” o “clastos” formados por los materiales producto de la intemperie y la erosión en la superficie; éstos son

transportados y finalmente depositados, por lo que presentan una textura denominada clástica. Estas rocas se dividen en una gran variedad de tipos, los cuales se caracterizan por el tamaño de sus partículas constitutivas:

Rocas sedimentarias químicas o no clásticas.-Son las que se originan a partir de los materiales depositados por medios químicos, donde los cristales son mantenidos juntos por uniones químicas o entrelazadas unos dentro de otros. Los materiales, ya disueltos, son transportados y concentrados formando minerales que se acumulan en agregados y posteriormente son litificados como en las rocas detríticas, para formar una roca (Tabla 2.1). Casi todas estas rocas se originan por precipitación química en extensiones de agua superficial, ya sea por procesos químicos inorgánicos o por la actividad química de los organismos. A las rocas formadas por la actividad de los organismos se les conoce como rocas sedimentarias bioquímicas. Están formados por precipitaciones de compuestos químicos (sales). Por ejemplo: la caliza. Muchas de estas nos resultan familiares, principalmente las arcillas que son empleadas para hacer ladrillos, tejas y cerámicas. Sus características principales es que son: de origen acuoso, están dispuestos de lechos y poseen fósiles. Los ejemplos principales son las brechas, arsénicas, yeso y margas; y como ya lo habíamos mencionado la caliza.

Tabla 2.1. Clasificación a partir de conjuntos detríticos.

Tipo de roca		Criterio
Rocas a partir de conjuntos detríticos	Ruditas	Las rocas se clasifican en su granulometría debido a su composición
	Arenitas	
	Pelitas	
Rocas que se originan a partir de soluciones iónicas	Rocas Férricas	Las rocas se clasifican según el tipo de solución que al precipitarse las forma
	Rocas Carbonatadas	
	Rocas Silíceas	
	Evaporizas	
Rocas Biogenas organicas	Carbones	Las rocas originadas orgánicamente.
	Petróleo	

Las rocas detríticas se subdividen en función del tamaño de los elementos transportados presentes (Tabla 2.2).

Tabla 2.2. Clasificación por tamaño de conjuntos detríticos. Escala de tamaño de grano de Udden-Wentworth.

Tamaño		Rocas Sueltas	Rocas Consolidadas
2mm 62.5 $\mu$	Ruditas: Grano grueso	Bloques, cantos, gravas	Brechas y conglomerados
	Arenitas: Grano medio	Arenas	Areniscas
	Lutitas: Grano fino	Barros fangos, limos	Arcillitas

El tamaño de los fragmentos depende en gran parte de su naturaleza, y las ruditas, arenitas y pelitas están sobre todo constituidas por fragmentos de rocas, granos de cuarzo y pajitas de arcillas, respectivamente.

La arenisca es el nombre que se da a las rocas en las que predominan los clastos de tamaño arena. Después de las lutitas, la arenisca es la roca sedimentaria más abundante; constituye aproximadamente el 20% de todo el grupo. Las areniscas se forman en diversos ambientes y a menudo contienen pistas significativas sobre su origen, entre ellas la selección, la forma del grano y la composición

Se encontró que las diferentes clases de cantera arenisca muestran diferentes morfologías con inclusiones de materiales duros, otras son muy suaves con muestras notorias de desprendimiento durante el trabajo, lo que dificulta su aplicación en el pulido y su duración en el uso de exteriores. Estas rocas sedimentarias originaron como granos flojos de los materiales de la roca, predominante cuarzo pero de vez en cuando feldespatos o un poco de otro mineral. Estos materiales, erosionados de rocas más viejas, han sido clasificados y depositados por la acción física del agua y a veces del viento, para formar camas. La consolidación sobreviene sobre millones de años por los procesos similares a éstos responsables de la formación de piedras calizas. El cemento de la piedra arenisca puede ser rico en varios materiales; silicio, hierro, carbonato de calcio, que contribuyen al color y a las características finales de la piedra arenisca. Las variedades de piedra arenisca son señaladas comúnmente por la clase de materiales el intersticial o de la vinculación (Tabla 2.3).



Tabla 2.3. Variedades de piedra arenisca.

Arenisca sílicea	De la concentración del silicio en gran parte.
Arenisca calcárea	De la concentración de carbonato de calcio o de granos detríticos, o ambas.
Arenisca arcillosa	Una piedra arenisca con las suficientes cantidades de arcilla presentes para causar solamente una concentración parcial del silicio en los granos del cuarzo, pero todavía para satisfacer los criterios de la definición de la piedra arenisca, la integridad de esta piedra es muy sensible a la humedad en usos exteriores.
Arenisca ferruginosa	Es una piedra arenisca con cantidades prominentes de minerales del óxido de hierro, característica que imparte un color rojo marrón o marrón a la cantera.

En otra clasificación también podemos encontrar la piedra arenisca de Base-Cuarzo de origen sedimentario normalmente con considerables propiedades anisótropicas. Esto por lo general afecta tanto a la apariencia y rendimiento del material. Los métodos extracción se adaptarán a tomar ventaja de esta característica, utilizando el planos de separación natural o ruptura, de la piedra se determinan los planos de separación de los bloques. Con composición muy heterogénea dentro de este grupo, desde materiales que presentan características ásperas, donde se definen bien los granos de cuarzo, a las que tienen granos muy finos, partículas enlazadas que aparecen como estructuras homogéneas. El tamaño de grano controla el grado de acabado que puede obtenerse, el tamaño fino del grano permite más refinados y acabados suaves. El término Base-Cuarzo incluye una variedad de rocas, las cuales consisten en alta contenido de cuarzo y sílice. Los granos de cuarzo son comúnmente cementados por sílice o carbonato de calcio. Esta clasificación incluye una muy amplia variedad de materiales, con una amplia gama de propiedades física y mecánicas, algunos ejemplos de este grupo son: arenisca, piedra azul, piedra rojiza, cuarcita.

Rocas metamórficas: Las rocas metamórficas se originan a partir de rocas preexistentes que sufren una gran modificación debido a fuertes presiones y elevadas temperaturas en el interior de la litosfera. Por ejemplo la arcilla por efecto de la presión se transforma en un esquistos arcilloso. Una caliza por acción térmica se transforma en un mármol. Un granito por la acción conjunta de la presión y la temperatura se convierte en un gneis. Las rocas metamórficas tienen resistencia media al desgaste, sus características

principales es que son: de estado cristalino, tienen estructura laminar, en escamas o foliadas y pueden poseer fósiles. Otros ejemplos de rocas metamórficas son: las areniscas se transformaron en cuarcitas; los lodos y limos a las pizarras. [4].

### 2.1.2. Clasificación de las rocas según su composición

Según su composición se clasifican en:

Piedras con base de cal (Óxido de Calcio (CaO)): producen efervescencia al ser atacados con ácidos y no producen chispas con el eslabón. Este grupo se subdivide en calcáreas y yesosas. Las piedras calcáreas son aquellas que por calcinación transforman en cal. Son carbonato de calcio con alúmina, sílice, entre otros. Pueden ser de varios colores, blancas, azules, amarillas, pardas, negras o verdosas (Tabla 2.4).

Tabla 2.4. Variedades de rocas base cal.

Calcáreas sacaroides	Parecidas al azúcar, con muchos puntos brillantes, textura cristalina, y a veces pueden lustrarse.
Al alabastro	Mármol blanco y puro, se lo emplea exclusivamente en obras de lujo.
Calcáreo compacto	De grano fino y muy apretado. Mármoles de Sierra Verona (Italia); negro y chocolate de Sierras Bayas (Argentina),
Brechas y brocateles	Mármoles compuestos por restos de otros más antiguos, unidos por cemento de naturaleza. Se emplean tres mechas de Italia: la rosada, la violada y la de siena.
Dolomitas	Piedras que dan poca efervescencia con los ácidos y se los usa para revestimientos e interiores, y para la fabricación de refractarios. Están compuestas por carbonatos de calcio y magnesio
Piedras yesosas	Son el algez o piedra de yeso que carece de consistencia, se aplasta con poca presión y se descompone con la humedad y con el aire. El alabastro yesoso cristalizado se usa para decoración interior.

Piedras con base de sílice [Óxido de Silicio (SiO) o Dióxido de Silicio (SiO<sub>2</sub>): son muy resistentes, rayan el vidrio y no producen efervescencia al ser atacados por los ácidos y no se descomponen por la acción del fuego (Tabla 2.5).

Tabla 2.5. Variedades de rocas base sílice.

Cuarzo	Su composición química es de sílice. Es una piedra muy dura, pesada de color de blanquecina. Sirve para adoquines, la fabricación del vidrio y como abrasivo.
Pedernal.	Piedra compacta de color amarillento, gris o negro. Se emplea en mampostería, revestimientos y adoquinados.
Arcenicás.	Son conglomerados de arena, sílice ligado por un amarillento o gris verdoso y producen efervescencia con los ácidos. Se calcinan al fuego y no son muy resistentes, las arcenicás son duras y tenaces, ejemplo: el asperón.
Areniscas de corrientes	De color rojizo, se encuentran en trozos grandes y duros También las hay blandas, arenisca cuarcítica.
Piedra molar	Constituida por concreciones silíceas, calcáreas, aluminosas y óxido de hierro. Es una piedra muy dura que sirve para muelas de molino, alcantarillado, etc.
Granito	Compuesto por cuarzo, 20 al 40%; feldespato, 16 a 56%; y mica, 14 a 56%, se lo denomina de acuerdo al elemento que predomina; por ejemplo, granito cuarzoso, feldespático, micáceo. Es la mejor piedra para la construcción por su dureza y duración. El granito cuarzoso es el más duro y el micáceo se altera con la humedad disgregándose.
Gneis	Es una variedad de granito, es micáceo y se lo emplea en lajas para soladas.
Pórfido	Es una piedra que tiene la misma composición del granito; pero es más duro. Se lo utiliza para adoquines y mampuestos.
Basalto	Es una piedra de origen ígneo, volcánica, tenaz, raya el vidrio y da chispa con el eslabón.
Lava.	Es de origen volcánico, de estructura compacta y grano más fino que el del granito.
Traquita	También son volcánicas, compactas, porosas y ásperas, son buenas para la construcción.

Piedras con base de alúmina [Óxido de Aluminio ( $Al_2O_3$ )]: Están compuestas de alúmina, sílice y óxido de hierro, no producen efervescencia a la acción de ácidos, a esta variedad pertenecen las pizarras de color gris, verde, azulada o negra (Tabla 2.6). Las homogéneas se las emplean para cubierta de techados, los mejores son aquellos que al ser golpeados dan sonido claro. Las pizarras son rocas de grano fino que se caracterizan por su estructura foliácea, de acuerdo con sus componentes se distinguen:

Tabla 2.6. Variedades de rocas base alúmina.

Pizarras micáceas	Están compuestas por cuarzo, mica, silicato de aluminio y potasio.
Pizarras arcillosas	Están compuestas por silicato, cuarzo y a veces mica. Son las más duras de colores oscuros.
Pizarras de talco	Están compuestas con talco y cuarzo con pequeñas cantidades silicato de aluminio y potasio.

## 2.2. Herramientas y maquinaria de proceso.

A continuación se describen los equipos y maquinaria desde la empleada en México así como equipos de avanzada localizados en el mundo.

### 2.2.1. Maquinaria.

El mercado internacional de la construcción demanda mayor volumen de producción acompañada de un eficiente control de la calidad de las materias primas. Las herramientas de labrado de roca cuentan con menores estudios y pruebas comparativamente con las herramientas de corte de metal. La adecuación de equipos diseñados para otros procesos es lo más común en este sector lo que genera siempre un bajo desempeño mecánico de los mismos (Figura 2.2).



Figura 2.2. Trabajo de torneado  
(Imagen en taller de Escolásticas, Qro).

Existen equipos muy básicos en el mercado para corte de placas de roca, comúnmente son proveedores regionales locales y su nivel de automatización es regularmente muy bajo (Figura 2.3).



Figura 2.3. Banco de corte de cantera  
(Imagen en taller de Degollado, Jalisco.).

En países como Italia, Estados Unidos y Japón con mayor tradición en el procesamiento de rocas actualmente emplean equipos de control numérico computarizado (CNC) hasta con 5 ejes, lo que lleva a otro nivel el desempeño de los discos de corte al tener que trabajar en máquinas con varios grados de libertad. El empleo de discos de corte en estos equipos CNC puede desarrollar desde cuerpos a revolución (Figura 2.4).

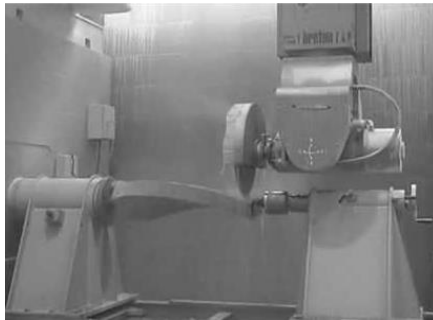


Figura 2.4. Torneado CNC con disco [5].

Así también los equipos CNC son empleados con mayor frecuencia en operaciones de corte de laminados, donde se procesan geometrías en 2 dimensiones con patrones de corte complejos, en estos equipos es posible administrar una reducción de desperdicios en la pieza de trabajo (Figura 2.5).

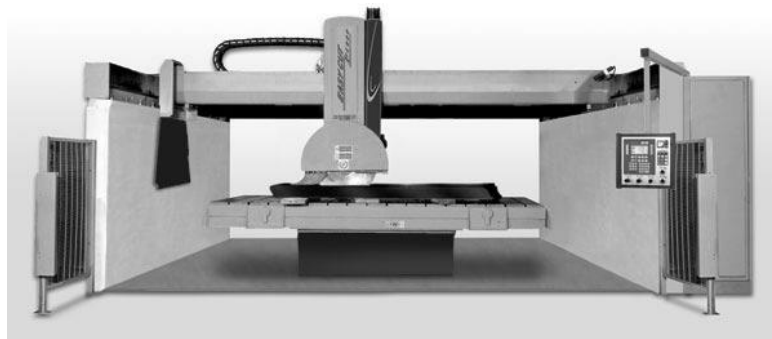


Figura 2.5. Mecanizado CNC para placas de cantera [5].

### 2.2.2. Discos de corte.

Actualmente en México se emplean muchas máquinas de operación manual que usan discos de corte (Figura 2.6).



Figura 2.6. Discos de corte para canteras [6].

En México, los discos empleados en estos equipos tienen especificaciones dependiendo del tipo de roca, como corte de concreto, mármol, granito y cantera [7].

A continuación se describen las principales características geométricas de un disco de corte segmentado, lo cual nos permitirá identificar sus principales elementos de su construcción (Figura 2.7).

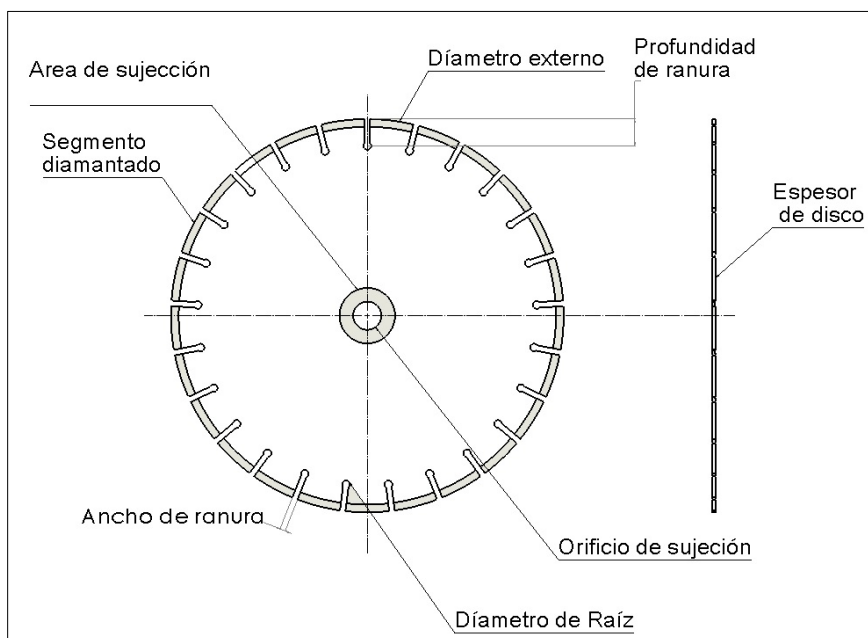


Figura 2.7. Principales características dimensionales de un disco de corte.

Como características principales de una sierra circular de diamante podemos describir: Una hoja de sierra de diamante se compone de dos elementos básicos: la chapa de acero circular y segmentos impregnados de diamantes, esta puede tener tres formas

diferentes: un borde segmentado, un borde continuo o un borde almenado. El centro de metal de la hoja de sierra de diamante segmentado se produce a partir de acero estirado de muy alta calidad, con los segmentos separados por espacios donde además el segmento o borde es ligeramente más ancho que el centro de la hoja de acero, esta separación permite que el de punta para penetrar en el material sin la participación del acero. Los diferentes discos de corte se pueden describir como:

Disco de Hojas segmentadas.- Proporcionar el costo de vida más larga y más baja por corte, pero sólo son adecuados para el trabajo donde el astillado no es un problema (Figura 2.8 A).

Disco continuo con hojas de borde almenado o segmentos súper-articulados. Puede producir un leve astillado pero por lo general tienen una vida más larga y menor costo por corte de hojas de borde continuo (Figura 2.8 B).

Anillo continuo.- Proporciona el suave corte requerido en las baldosas cerámicas y la piedra ornamental (Figura 2.8 C).



Figura 2.8. Tipos de discos: A).- Disco Segmentado; B).- Disco almenado; y C).- Disco de rin continuo [8].

En discos de corte de tamaños mayores a 50 cm es común que se empleen segmentos diamantados que son unidos al cuerpo del disco, a continuación se describen los tres procesos más comunes:

Sinterización: algunos materiales de unión de metal pueden ser fijados a la base de acero por sinterización. Las fuerzas de la cohesión son tan poderosas como para unirse al borde continuo para el acero.

Soldadura láser: micro fusión láser permite que el segmento a soldar al acero, al cuerpo de la muela.

Soldadura fuerte: soldadura de plata se coloca entre el segmento y el acero. La soldadura se derrite a alta temperatura y une los dos elementos (Figura 2.9).



Figura 2.9. Proceso de soldado de segmentos al disco de corte [9].

Los segmentos están impregnados con una mezcla de granos de diamante, los diamantes usados en la fabricación de las hojas de sierra son de uso industrial de diferentes tamaños y calidades dependiendo del material a ser cortado. Durante el proceso de fabricación del segmento diamantado, polvo de grano del diamante se comprime a muy alta temperatura en un aglomerante para obtener una sólida aleación que retiene el grano de diamante.

Un principal interés tienen las ranuras de los discos segmentados, estas ranuras ayudan a enfriar la hoja durante el proceso de corte permitiendo el flujo del agua (corte húmedo) o aire (corte en seco) entre los segmentos, otra función consiste en permitir un cierto grado de elasticidad de la hoja durante el corte, y podemos describir los discos de acuerdo a la geometría empleada por cada uno de ellos (Figuras 2.10, 2.11, 2.12).

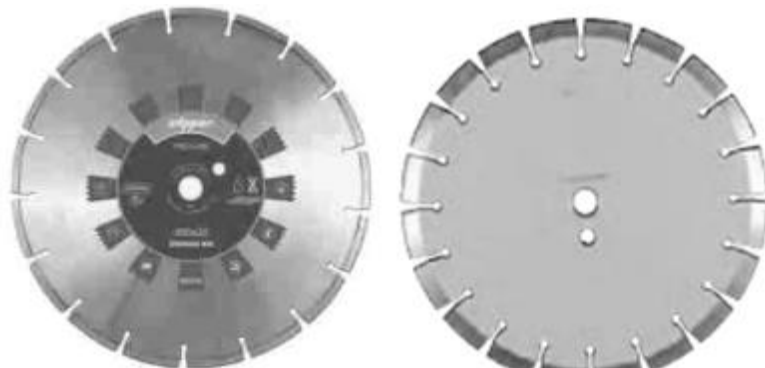


Figura 2.10. Ranura tipo llave [8].





Figura 2.11. A).- Ranura tipo “J”; B).- Ranura inclinada; y C).-Ranura tipo “d” [8].



Figura 2.12. Ranuras combinadas [8].

Un disco de corte de diamante no corta sino que trabaja por molienda, los cristales independientes de diamante están expuestos en los lados del segmento o aro, son estos diamantes expuestos que llevan a cabo la molienda. Una matriz de metal mantiene cada diamante en su lugar mientras que la hoja esté girando sobre el eje de sierra, y el operador presione el disco sobre el material a cortar los diamantes expuestos en superficie del disco trabajan como un molino, lo que reduce a polvo fino los granos de roca pero este polvo ejerce desgaste de la cuchilla.

Durante el corte de los diamantes expuestos tienden a agrietarse o romperse. La roca comienza a erosionar la matriz metálica, la cual libera gradualmente más diamantes. Mientras más abrasivo sea la roca a cortar, más rápido es la tendencia a desgastar la matriz.

Las hojas diseñadas para cortar materiales duros y densos menos abrasivos (tales como ladrillos baldosas, piedra o concreto envejecido), requieren un metal más suave en la

matriz. Así las hojas diseñadas para cortar materiales blandos y abrasivos (como el hormigón y el asfalto verde) deben tener un aglomerante duro, resistente a la abrasión de matriz metálica con el fin de retener los diamantes por un período mayor de tiempo.

Las variantes regionales de la composición de la cantera afectan la vida útil de los discos de corte, lo que ocasiona comúnmente fracturas, pérdida de filo o de segmentos del disco. El principal elemento, los discos de corte para rocas es el diamante, empleado con diferentes proporciones que son determinadas por la experiencia de los usuarios. Cada región tiene sus propias experiencias de uso debido al tipo de roca local. Los procesos para corte de rocas naturales empleando discos es la tecnología más empleada actualmente en el mundo. Lo que lleva a realizar estudios para determinar discos de corte más eficientes.

Las funciones principales del disco de corte son: Cortar la roca produciendo solo polvos que se puedan evacuar fácilmente de la zona de trabajo, además de eliminar el calor el calor generado, deben tener la característica mecánica para soportar las fuerzas de corte sin deformarse (rigidez), y finalmente ofrecer una alta rentabilidad (Costo-Beneficio).

Por lo tanto los discos de corte deben seleccionarse considerando las siguientes características: máxima cantidad de material removido, contenido correcto del tipo de abrasivo (diamante) requerido para el material a cortar, capacidad de trabajar a mayores profundidades de corte, la calidad del material base utilizado para el cuerpo debe ser de homogénea y finalmente que la geometría de raíz del disco (Figura 2.13) y su influencia en el proceso de corte sea la adecuada para evitar fracturas prematuras.

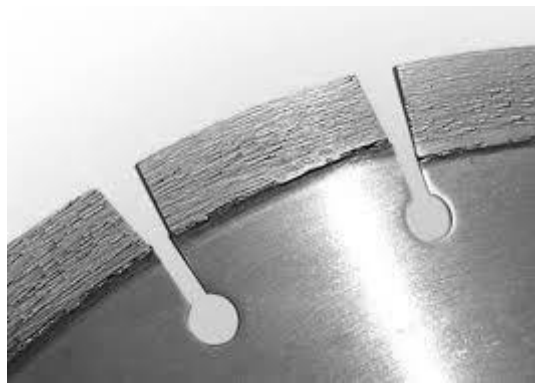


Figura 2.13. Segmento de disco de corte [10].

Las regiones de concentración de esfuerzos son el inicio de posibles fracturas, donde el análisis de esfuerzos da la posibilidad de adoptar las prevenciones necesarias.

El estudio a realizar en esta investigación se focaliza en discos de corte para roca cuyo fin último es material de construcción, por ser el uso más común. En muchos casos, los fallos de los discos de corte segmentados inician con la concentración de esfuerzos que generan inicios de grietas y en consecuencia, se producen como fractura en la región de la raíz del diente. Otra falla común es la separación y fractura del segmento de corte.

Al identificar regiones de concentración de esfuerzos es posible determinar posibles ubicaciones de formación de grietas y posterior fractura del disco de corte (Figura 2.14), por lo que el análisis de esfuerzos da la posibilidad de adoptar las prevenciones necesarias al seleccionar un disco comercial.

En este estudio se analizarán las tensiones equivalentes (von Mises) en el disco de corte de cantera utilizando el método de elementos finitos. Las cargas normales y tangenciales se aplican a las caras del diente para este análisis. Los niveles de carga se toman a partir del estudio experimental para cantera Naranja Huichapan.

El dato de carga máxima es empleado finalmente para investigar la distribución esfuerzos que se forma bajo las cargas de choque en el disco empleando, estudiando variaciones geométricas del modelo de ranura “tipo llave”.

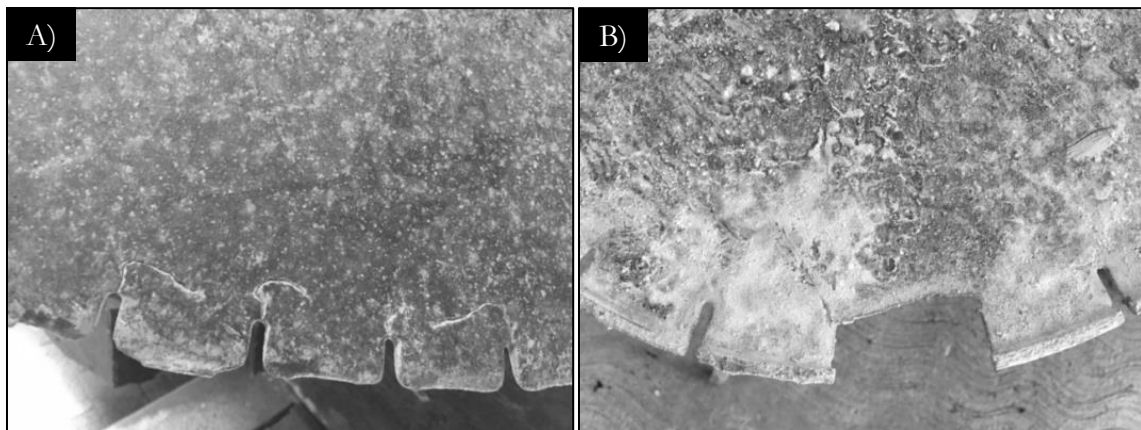


Figura 2.14. Disco fracturado en raíz de ranura: A).- Inicio de fractura; y B).- Fractura de diente.

### 2.3. Revisión de publicaciones

Realizando una revisión actual sobre publicaciones relacionadas donde se describen las temáticas sobre discos de corte de rocas, metodologías de análisis, descripción de pruebas físicas, modelado matemático, análisis de esfuerzos y finalmente análisis de corte

por concentración de diamante en segmentos, por un lado se ha estudiado el desgaste al que son sometidos los segmentos diamantados de la sierras de corte y por otro los esfuerzos a los que son sometidos.

Se estudiaron las condiciones del diamante en la superficie de trabajo de las herramientas de cortar granito utilizando hojas de corte con insertos de diamante han sido estudiadas los efectos de los tipos y tamaños del diamante en el rendimiento del corte de los discos, han realizado análisis de microscopio de las hojas de diamante tras realizar operaciones de corte, indican que las condiciones de las partículas desgastadas pueden clasificarse [11].

En la revisión de algunas publicaciones relevantes [12] relacionadas con el corte de rocas ornamentales con discos diamantados, con el propósito de que pueda ser de utilidad a los industriales del sector de la piedra natural, se analiza la influencia de los factores propios del sistema de corte (maquinaria, discos, características del corte, etc.).

Por otra parte en [13] indican que los discos de corte diamantados son ampliamente utilizados para corte de concreto en la industria de la ingeniería civil y que el hormigón es un material compuesto de corte difícil, estudiaron las fuerzas de corte durante proceso para proporcionar información básica para seleccionar correctamente las condiciones aserrado y optimizar la estructura de la hoja. Las señales de las fuerzas de corte en diferentes condiciones fueron adquiridas y analizadas. Los resultados muestran que las propiedades de la composición del hormigón como asfalto tienen influencia significativa en las fuerzas de corte. El efecto de la velocidad de corte en las fuerzas de corte es menor que la velocidad de avance y profundidad de corte en procesos de corte de hormigón.

En otro estudio experimental [14], investigaron las características de la relación de fuerzas en el corte circular de varios tipos de granito con un disco de diamante segmentado y través de una gama muy amplia de condiciones de corte, en este caso las mediciones se realizaron analizando las componentes horizontal y vertical de fuerza y la energía consumida, con el fin de obtener las componentes de fuerza normales y tangenciales. Para el estudio de la influencia de los parámetros de aserrado, los experimentos llevados a cabo en un intento de mantener un estado de funcionamiento de corte constante en la superficie del segmento, un experimento adicional también se llevó a cabo para examinar la variación

de la relación de fuerzas, mientras que la superficie de trabajo de los segmentos cambiaba progresivamente. En comparación con la velocidad de la pieza de trabajo, se encontró que la profundidad de corte es el primer lugar en la determinación de la acción de dos fuerzas componentes.

En una variedad de casos como indica [15], los procesos de corte no alcanzan su rendimiento óptimo o incluso muestran resultados insatisfactorios. En estos casos, deben tenerse en cuenta los diseños inadecuados de herramientas, máquinas y procesos por lo que debe considerarse un enfoque sistemático.

La aplicación de las sierras circulares de diamante, en el caso del corte de rocas, puede describirse como un sistema complejo con una gran variedad de factores que afectan. Sin embargo, las características básicas y relevantes pueden dar soluciones a la mayoría de los problemas que surgen en las aplicaciones de corte.

Los resultados indicaron que los rendimientos de la sierra circular de diamante se ven afectados significativamente por las variables de corte. El aumento de la profundidad de corte llevó a aumentos sustanciales en las fuerzas que actúan sobre las sierras.

Se encontró que las fuerzas verticales eran considerablemente mayores que las fuerzas horizontales sobre el rango de parámetros y tipos de rocas ensayadas. Existe una relación lineal entre las fuerzas y la tasa de eliminación específica hasta cierto punto.

Sin embargo, un aumento adicional de fuerzas provoca una reducción de la velocidad de extracción específica debido a las fuerzas requeridas para hacer girar la sierra en exceso de la capacidad de la máquina de aserrar. El aumento de la velocidad de alimentación dio un aumento en las fuerzas.

El rendimiento óptimo de la sierra se logra utilizando la velocidad de avance correcta. La velocidad periférica se mantuvo constante durante los ensayos de corte. Sin embargo, cuando la velocidad periférica aumentó, las fuerzas disminuyeron para una velocidad de avance dada. La energía de corte específica (ECE) es una medida muy significativa del rendimiento de corte, ya que indica la cantidad de energía requerida para cortar la roca. ECE también se puede utilizar para cuantificar la eficiencia del trabajo en roca (corte, perforación o excavación) y para indicar las condiciones de la hoja de sierra y las características de las rocas tales como resistencia, dureza, abrasividad y textura. Los

resultados han demostrado que la alta velocidad de alimentación se asoció con baja ECE para las sierras de diamante. Se encontró que existe una relación lineal entre la ECE y la tasa de eliminación específica. La mayoría de los resultados de los ensayos de sierra de diamante mostraron que el aumento de la profundidad de corte causó una disminución en la ECE, hasta cierto punto.

Sin embargo, un aumento adicional de la profundidad de corte causa una disminución constante o pequeña o incluso aumenta en algunos casos de ECE y eventualmente la sierra fallo. No hay efectos fuertes de la velocidad periférica de la sierra.

Una comprensión de las propiedades de la roca es esencial para el diseño adecuado de una hoja de sierra de diamante, y para la selección de las condiciones de funcionamiento de aserrado adecuadas. La sierra o la capacidad de corte de las rocas no pueden definirse de manera absoluta, por un solo índice o medirse por una sola prueba, porque ningún parámetro de roca puede definir adecuadamente como son las características de rotura que predominan en la mecánica de corte. Así, en el presente estudio se consideró una amplia gama de características compositivas, mineralógicas, mecánicas e intactas. Se establecieron las correlaciones de estas características con la ECE. La mayoría de las propiedades de rocas consideradas en la investigación tienen correlación entre sí.

A pesar de la gran diferencia en dificultad de corte, los componentes de la fuerza y sus relaciones para diferentes granitos no se diferenciaron como tanto como se esperaba. La relación de fuerzas aumentó linealmente con el aumento de velocidad del disco, mientras que la fuerza normal disminuyó abruptamente y la fuerza tangencial era casi constante. Durante el proceso de corte la hoja de sierra no fue reparada, donde los componentes de fuerza tangencial y normal aumentaron con el desgaste gradual de la hoja de corte.

De acuerdo a [16], el desgaste de las sierras puede tomar muchas formas, pero el mecanismo de desgaste más común que opera en las sierras durante el corte de rocas es la abrasión. La carga por impacto y la fatiga por impacto también contribuyen al desgaste de las sierras. Este desgaste se produce a un nivel microscópico, a través de un proceso de carga de impacto y choque, y la fatiga de impacto en los granos individuales de diamante.

En el impacto con partículas de roca, algunos cristales de diamante exhiben el machacamiento en el cual el borde del grano del diamante se quita gradualmente. Otros

granos a menudo presentan fractura de escisión. La velocidad a la que se produce la abrasión depende de la diferencia de dureza entre la sierra y la roca.

Las características de desgaste del diamante y la matriz en el corte de roca son sustancialmente diferentes y los dos tienen diferentes mecanismos de desgaste. Por lo tanto, la matriz y los diamantes deben usarse simultáneamente para facilitar un corte constante y eficiente.

Una comprensión de las propiedades de la roca es esencial para el diseño adecuado de una sierra de diamante, máquina de corte y para la selección de las condiciones de operación apropiadas. Es evidente que no existe ningún indicador de propiedad de roca para determinar el desgaste de las sierras. Diferentes rocas tienen diferentes propiedades que producen diferentes tasas de desgaste para las sierras. Por lo tanto, en un tipo de roca particular, la propiedad más eficaz en la tasa de desgaste durante el aserrado debe ser identificada. Esto ayuda en la selección correcta de los parámetros de operación de la sierra que reducen la tasa de desgaste y prolongan la vida de la sierra.

Del estudio [17] donde el disco de corte de mármol es investigado por el método de elementos finitos (FEM), se consideran las fuerzas normales y tangenciales en el análisis de tensiones y se encuentran regiones de estrés críticas. Dependiendo de la profundidad de corte elegida (es decir, 17.5; 40; 70 y 108 mm), estas fuerzas se aplican en diferentes valores tomados de un estudio experimental. Se consideran regiones críticas donde se encuentran las fuerzas de análisis de tensión normal y el esfuerzo.

En el estudio de corte de piedra por instrumento de diamante [18]. Los granos de diamante en la superficie de la herramienta remueven material mediante el rascado y el agrietamiento del volumen de la piedra, aquí se reporta un análisis cinemático entre un solo diente de un instrumento de diamante y el volumen de piedra. Su trabajo tiene como objetivo medir la fuerza de corte debido al porcentaje de granos de una única herramienta para diferentes condiciones de mecanizado. En particular, ha investigado las condiciones de mecanizado que son más interesantes bajo un punto de vista industrial. La fuerza de corte sobre la piedra se ha medido mediante un dinamómetro

En [19] investigaron el modelado de procesos de corte de roca mediante el método de los elementos discretos. Se ha aplicado el algoritmo numérico del método de elementos

discretos empleando elementos cilíndricos y esféricos y se ha realizado una simulación numérica de corte de roca donde los valores numéricos de las fuerzas de corte han sido comparados con los valores teóricos obtenidos en fórmulas analíticas.

Según [20] el mecanizado de rocas con herramienta de diamante es un proceso generalizado para fabricar productos estándar, tales como azulejos, losas, rigolas, entre otros. Donde la energía y fuerza de corte pueden utilizarse para supervisar el mecanizado de piedra, se requieren modelos empíricos para guiar la selección de las condiciones de corte, los efectos de las condiciones de corte en energía y fuerza están relacionados con la forma del espesor de chip idealizada, estos efectos se ponen en relación con el desgaste de herramienta de diamante. Modelos empíricos pueden utilizarse para predecir la variación de la energía de corte. Por lo tanto, estos modelos pueden utilizarse para guiar la selección de las condiciones de corte y predecir cuando es necesario cambiar la herramienta. El proceso de generación y eliminación de chip ha sido cuantificado con la intención de ayudar al fabricante de herramientas y al cantero en optimizar la composición de la herramienta y parámetros de proceso de corte, respectivamente.

Finalmente se puede determinar que los estudios sobre esfuerzos concentrados en las ranuras de los discos de corte son pocos o bien no han sido publicados por el interés económico y estratégico de los fabricantes de estos.

Este análisis del estado de la técnica sirve para fundamentar el estudio que se realizará en el siguiente capítulo focalizado en analizar esfuerzos en el tipo de ranura más común de los discos de corte revisados, para poder determinar las características geométricas de las ranuras que más impactan en la concentración de esfuerzos y por consiguiente la falla por fatiga del disco de corte.

#### 2.4. Instrumentación experimental de equipo de corte.

Realizando una revisión de la instrumentación de los equipos empleados en la literatura disponible encontramos a [21], donde se describe que: se realizaron experimentos con disco circular en un cortador de bloques de alta precisión especialmente diseñado para este estudio (Figura 2.15).



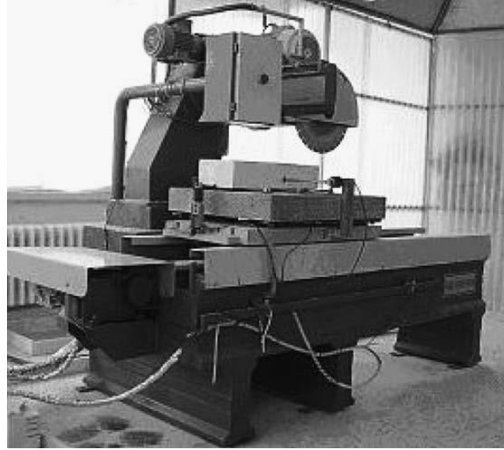


Figura 2.15. Cortador de bloques instrumentada [21].

La velocidad periférica de la hoja circular y la velocidad de desplazamiento de la pieza fueron controladas por unidades de control de velocidad de CA (inversores). Se emplearon dos inversores (serie Siemens-Micromaster) de 4 y 0.75kW para controlar la velocidad periférica y la velocidad de desplazamiento, respectivamente. Además, se montó un codificador y un tacogenerador para comprobar los niveles de velocidad periférica y de velocidad de desplazamiento deseados.

Las fuerzas tridimensionales que actúan sobre la hoja de sierra durante el proceso de corte se midieron mediante células de carga de tipo plataforma (punto único). Con el fin de poder controlar las unidades principales del montaje experimental, y también facilitar el registro de los datos experimentales, se utilizó un PC de 16 MB con un software especialmente desarrollado. La hoja de sierra de diamante usada en las pruebas era de 400 mm de diámetro, con 28 segmentos de diamante impregnados (longitud circunferencial 40 mm, ancho 4 mm y altura 7 mm). Los diamantes (tipo SDA 85) se clasificaron a 35 mallas estadounidenses con una concentración de 35 (una concentración de 100 es igual a 4.4 quilates de diamantes por  $\text{cm}^3$  de volumen de matriz) que se recomienda para materiales en el rango de dureza media. Se utilizó agua del grifo como fluido refrigerante a un caudal de 10-12 l/min.

En otro por [22] describe su instrumental para determinar la fuerza de corte. De acuerdo a su descripción se medirán la fuerza de corte tangencial (FCT) y la fuerza de alimentación normal (FAN). Se utilizan varios instrumentos para medir la fuerza: supervisión de los parámetros de funcionamiento del motor eléctrico y un sistema

hidráulico, pero el instrumento base para estas mediciones es un sistema de guía lineal acoplado a un transductor de fuerza (Figura 2.16).

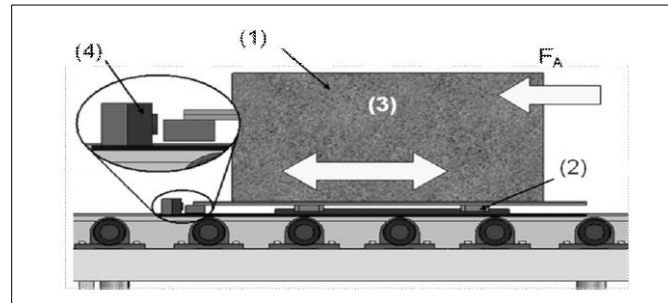


Figura 2.16. Cortador de bloques instrumentado [22].

El bloque de roca (1) se coloca entre dos placas con un sistema de guía lineal (2). Por lo tanto, la roca (1) se mueve fácilmente en la dirección (3), y al cortarla, la fuerza en la dirección de alimentación ( $F_A$ ), alineada con el sistema de guía (2), se transmite completamente al transductor de fuerza (4).

Finalmente en el estudio desarrollado por [23] las pruebas de corte se realizaron en una máquina de corte experimental de alta precisión (Figura 2.17). La máquina consta de tres sub-sistemas principales: una unidad de corte, instrumentación y un PC. La hoja de sierra de diamante utilizada en las pruebas era de 40 cm de diámetro, con 28 segmentos de diamante impregnados (longitud circunferencial 40 mm, ancho 3.5 mm y altura 10 mm). Los diamantes se clasificaron en malla 40/50 de EE.UU. con una concentración de 30, que se recomienda para el aserrado de materiales duros. Los movimientos de la hoja de sierra, hacia adelante hacia atrás en el plano horizontal y hacia arriba en el plano vertical, fueron impulsados con dos motores de 0.75 kW de CA, mientras que las vueltas del disco fueron impulsadas con motor de 4 kW. Además, se utilizó un motor de CA de 0.75 kW para mover el carro a través de la línea de corte. Las variables de operación tales como velocidad periférica, velocidad de desplazamiento, profundidad de corte, caudal de fluido refrigerante, fuerzas verticales, horizontales y axiales se midieron usando sensores, células de carga, transductores y un codificador en el sistema de monitorización. Todos los movimientos de la máquina de corte fueron controlados por la computadora y las tarjetas electrónicas industriales. Las transmisiones a la computadora se llevaron a cabo utilizando software de procesamiento.



Figura 2.17. Cortador de bloques instrumentada [23].

### 2.5. Determinación de la fuerza de corte.

Revisando lo descrito por [12] mencionan que el modo de corte, referido al sentido de giro del disco respecto a la dirección de corte del material, es un factor que afecta la distribución de fuerzas en el disco (y, por tanto, a su rendimiento) así como al tipo de desgaste que sufre.

Cuando el sentido de giro coincide con el de desplazamiento relativo del material a cortar ("downcutting") se generan mayores fuerzas verticales (compresivas) y menores fuerzas horizontales (de cizalla) que cuando el sentido de giro es al contrario ("up-cutting") por lo tanto, las características de desgaste del disco variarán. En un caso particular, estudiando el granito Rojo Colombo, observó que, con el "up-cutting", el desgaste de la periferia del disco de corte era aproximadamente uniforme, mientras que con el "down-cutting", el desgaste era cíclico y progresaba en la dirección opuesta a la de giro del disco. Para pequeñas profundidades de corte, el "down-cutting" desgasta más el disco, pero a partir de 25-30 mm de profundidad, sucede al revés. Esto indica que el modo de corte elegido nos condicionará la profundidad de corte, si queremos obtener un buen rendimiento del disco.

No obstante, el desigual desgaste de la periferia del disco durante el "down-cutting" puede llegar a producir importantes vibraciones cuando se cortan profundidades grandes. Los dos tipos de corte son descritos también por [21] y están representados por las Figuras 2.18A y 2.18 B.

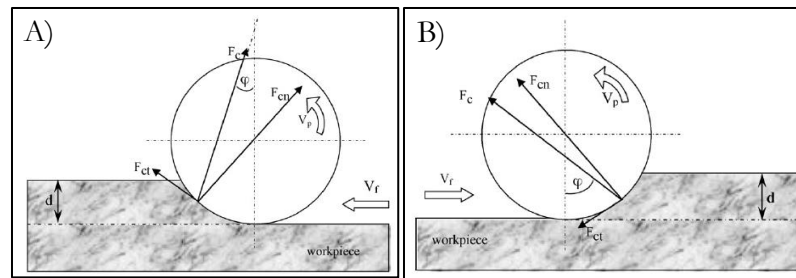


Figura 2.18. Representación gráfica de las fuerzas horizontales y verticales durante el corte: A).- hacia abajo (down cutting); y B).- hacia arriba (Up cutting).

En las rocas más blandas suele ser posible alcanzar grandes profundidades de corte, con lo que muchas veces se puede cortar la pieza de un solo corte ("single-pass cutting").

Sin embargo, en las rocas duras, esto no suele ser posible y hay que realizar varias "pasadas", generalmente alterando la dirección de movimiento del disco respecto a la roca ("step-cutting"), con lo cual también se alternan el "downcutting" y el "up-cutting".

Esta alternancia suele disminuir la vida útil del disco. Otro de los parámetros de corte es el régimen o velocidad de corte (expresado normalmente en cm/min, m/hr), que dependerá de la profundidad del corte y de la velocidad transversal relativa del disco respecto a la roca.

Para cualquier roca, manteniendo un régimen de corte constante, es mejor utilizar una velocidad transversal más baja asociada a una mayor profundidad de corte para aumentar el rendimiento del disco. Un aumento del régimen de corte conlleva, en general, una disminución de la vida útil del disco y un aumento de la energía consumida y del agua de refrigeración.

Según [21], en el modo de corte descendente, válido para todos los granitos en su reporte ensayados, los valores de desgaste específicos alcanzados son mayores que los del modo de corte ascendente. Este hallazgo puede atribuirse a las diferencias en la cinemática de estos dos procesos. Contrariamente al modo de corte ascendente, el proceso de corte hacia abajo comienza con el corte del grosor máximo de la viruta, causando altas cargas de impacto sobre los granos de diamante. Por consiguiente, estas cargas de impacto elevadas conducen a granos de diamante fracturados y/o extraíbles, haciendo que la hoja de sierra se desgaste más rápidamente en comparación con el modo de corte ascendente. Por lo tanto, cuando se emplea el modo de descenso, es posible sugerir que altas velocidades de

alimentación deben ser evitadas y se deben preferir más sierras de rodamiento de grano de diamante resistentes a los impactos para mejorar la vida de la hoja de sierra.

Por otro lado en comparación con el modo de corte descendente, el corte ascendente es un proceso más eficiente en términos de energía específica de corte, un parámetro básico en el proceso de mecanizado. Sin embargo, como señalaron algunos otros investigadores como [24], debe tenerse en cuenta que la estabilidad de la máquina puede ser un factor crítico en el caso de corte ascendente debido a las mayores fuerzas horizontales generadas en comparación con el corte hacia abajo. La velocidad de desgaste específica y la energía específica de corte no son propiedades intrínsecas de la pieza de trabajo y cambian de acuerdo con los parámetros de mecanizado empleados, cinemática de proceso y tipo de pieza. Para nuestro estudio se elige el modelo de corte presentado por [11] descrito en Figura 2.19.

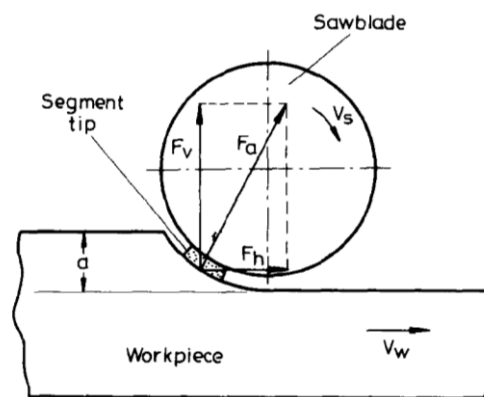


Figura 2.19. Representación gráfica de las fuerzas horizontales  $F_h$  y verticales  $F_v$  durante el *Up Cutting* sobre un segmento.

De acuerdo a [23] en la puesta a punto de variables para pruebas de corte de roca de granito la instrumentación y velocidades son las mostradas en la Tabla 2.7.

Tabla 2.7. Niveles de las variables operativas [23].

Operating variable	Level				
Peripheral speed (m/s)	25	30	35	40	45
Traverse speed (cm/min)	40	50	60	70	80
Cutting depth (cm)	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5
Flow rate of cooling fluid (ml/s)	50	100	150	200	250

## CAPÍTULO 3. MATERIALES Y MÉTODOS

### 3.1. Región geográfica de estudio

El municipio de Huichapan se localiza en el estado de Hidalgo, dentro de las coordenadas geográficas latitud 20.3747 y longitud -99.6505 a una mediana altura de 2,100 metros sobre el nivel del mar, por lo que el territorio es caracterizado por estar localizado en una parte de la planicie en donde debido a las irregularidades de la tierra es posible observar una región montañosa. La roca muestra para esta investigación es extraída de un banco de cantera perteneciente al municipio de Huichapan, que por su color se le identifica como cantera naranja, zona de Arenisca-conglomerado (Figura 3.1). Las aplicaciones de construcción más comunes de nuestra muestra son: revestimiento exterior pared de cortina, revestimiento de interiores, pisos y escalones, pavimentos exteriores, ventanas [25].

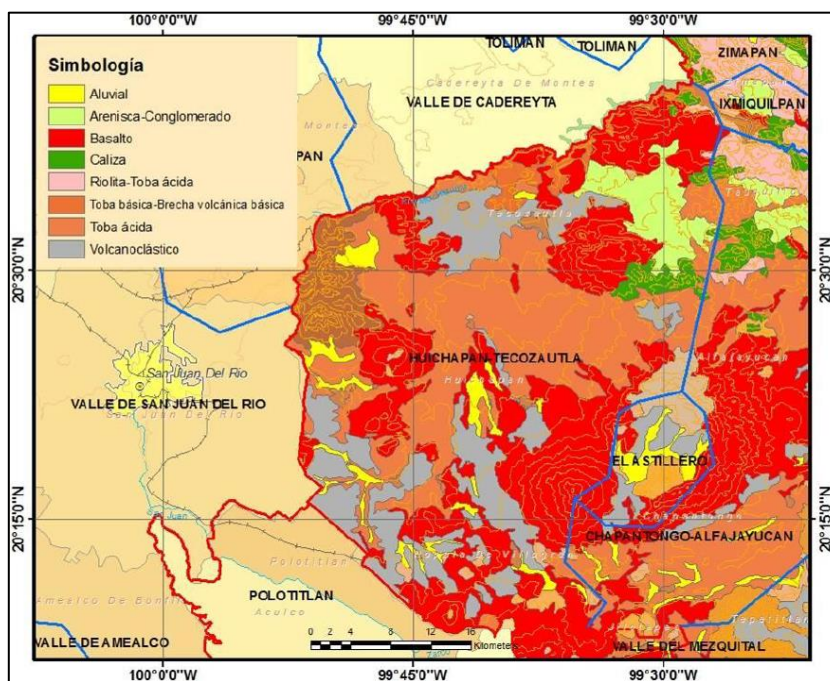


Figura 3.1 Geología de la zona Huichapan – Tecozautla [25].

### 3.2. Características físicas de piedra arenisca

Dada la variedad de la piedra arenisca y la importancia que tienen para la elaboración de materiales de construcción y otras aplicaciones de ingeniería, siempre se ha considerado de importancia el conocimiento de sus propiedades mecánicas como pueden

ser sus características de resistencia y deformabilidad, las cuales se obtienen en diversos laboratorios especializados.

De acuerdo a [26] las características distintivas de las rocas, dependen más bien de las relaciones entre los agregados sedimentarios, que de las relaciones de grano a grano que determinan y regulan las peculiaridades de la textura.

Dado que existen una gran variedad de normas para determinar las características físicas de las piedras naturales y estas también varían de país en país en este reporte se toman como base las normas de la ASTM para piedra dimensional tomando de referencia el estudio de [26], en este reporte se pretende resumir las normas más importantes para esta caracterización.



Figura 3.2 Cantera Naranja Huichapan.

La cantera base de este estudio es una roca sedimentaria de tipo arenisca (Figura 3.2), que al igual que otras rocas areniscas se reconoce a la arenisca naranja como roca sedimentaria, detrítica, y constituidas por granos fundamentalmente de cuarzo, unidos por medio de una matriz también detrítica y/o por cementos de variada naturaleza.

Se clasifican de acuerdo con la proporción de granos de cuarzo, feldespatos y fragmentos de otras rocas (Figura 3.3). En su estudio son importantes los elementos texturales (granulometría, morfología y orientación de los granos y empaquetamiento) así como su comportamiento (porosidad, permeabilidad y resistencia mecánica).

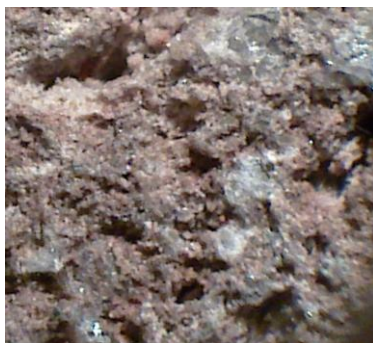


Figura 3.3 Ampliación 300:1 Cantera Naranja Estereomicroscopio NIKON SMZ-745T.

Las propiedades físicas son determinadas de acuerdo con una variedad de procedimientos de prueba ASTM. Los valores mínimos y máximos para los requisitos físicos del material se enumeran en la especificación C503-08a (Tabla 3.1). En esta especificación, hay tres subcategorías de piedra: arenisca, arenisca cuarcítica y cuarcita, que se enumeran con conjuntos distintos de propiedades de cada uno.

Tabla 3.1 Propiedades físicas de la arenisca base cuarzo ASTM C503.

Propiedades físicas	Requerimientos de los ensayos	Clasificación (s)	Método de ensayo Normas ASTM
Absorción en peso, máximo %	8 3 1	I Arenisca II Areniscas Cuarcíticas III Cuarcíticas	C97
Densidad, min, lb/ft3 (kg/m3)	125 (2003) 150 (2400) 160 (2560)	I Arenisca II Areniscas Cuarcíticas III Cuarcíticas	C97
Resistencia a la compresión, min, psi (MPa)	4000 (27.6) 10000 (68.9) 20000 (137.9)	I Arenisca II Areniscas Cuarcíticas III Cuarcíticas	C170
Módulo de ruptura, min, psi (MPa)	350 (2.4) 1000 (6.9) 2000 (13.9)	I Arenisca II Areniscas Cuarcíticas III Cuarcíticas	C99
Resistencia a la abrasión, min, H <sub>a</sub> A, B, C	2 <sup>D</sup> 8 8	I Arenisca II Areniscas Cuarcíticas III Cuarcíticas	C241/c 1353

### 3.3. Método de prueba para rocas

A continuación se describen las pruebas de caracterización de rocas muestra, se emplean las normas ASTM:

Métodos de Prueba ASTM C97 (Absorción/densidad): Estos métodos de ensayo determinan la absorción de agua y la gravedad específica a granel de todo tipo de piedra dimensional, excepto la pizarra. Los especímenes de prueba pueden ser cubos, prismas



rectangulares, cilindros o cualquier forma regular con un mínimo de dimensión no inferior a 51 mm (2 Pulg.), su mayor dimensión no superior a 76 mm (3 Pulg.), y la superficie área en relación al volumen no inferior a 0.3 ni superior a 0.5. Un acabado de corte se recomienda para todas las superficies (Figura 3.4).



Figura 3.4 Secado de probetas para prueba de absorción de humedad ASTM C97.

Métodos de Prueba ASTM C99 (Modulo de ruptura): Este método determina el módulo de la ruptura de todos los tipos de piedra dimensional, excepto pizarra. Los especímenes deben medir: Ancho 4" (101.6 mm) Largo 8" (203.2 mm) ancho de 2" 1/4 (57.15 mm), se emplean soportes laterales y se carga en el centro (Figura 3.5).

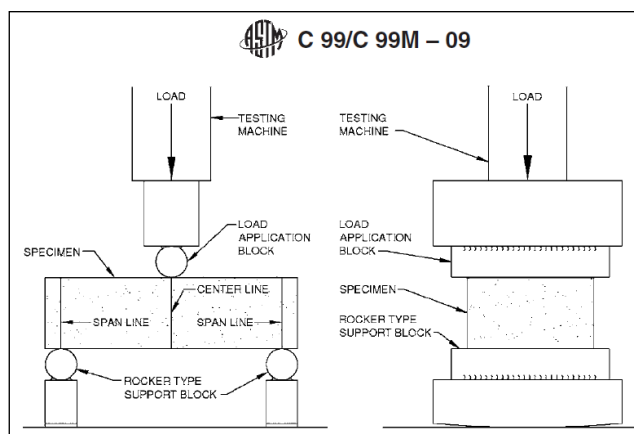


Figura 3.5 Prueba de ruptura ASTM C99.

Métodos de Prueba ASTM C170 (Fuerza de compresión): Este método determina la resistencia a la compresión de todas las dimensiones piedras.

La resistencia a la compresión se reporta como la tensión de rotura en compresión uniaxial. Las probetas de ensayo pueden ser cubos, prismas rectangulares, o cilindros con

un diámetro o lateral dimensiones no menos de 51 mm (2 Pulg.) y una relación entre la altura a la dimensión de diámetro o lateral no inferior a 1:1.

Los métodos de ensayo normalmente se realizan sobre muestras húmedas y secas con la carga de compresión aplicada en paralelo y perpendicular a la fisura de la piedra o en la superficie (Figuras 3.6 y 3.7).

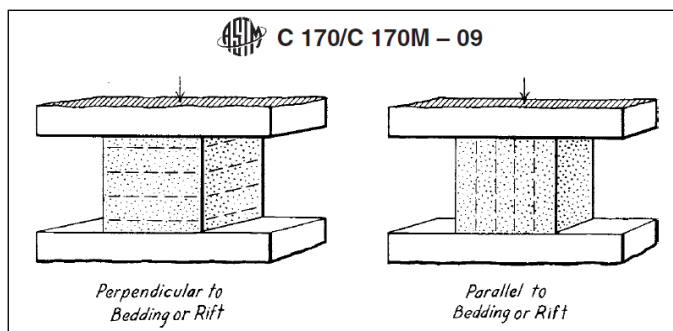


Figura 3.6 Prueba de compresión ASTM C170.



Figura 3.7 Probetas para pruebas de compresión ASTM C170.

Métodos de Prueba ASTM C880 (Fuerza de flexión): Este método determina la resistencia a la flexión de todas las piedras dimensionales, excepto la pizarra.

Resistencia a la flexión de las muestras estándar. Informa la resistencia a la rotura a flexión de un espécimen de 32 mm (1 1/4 pulg.) de espesor, 102 mm (4 pulg.) de ancho, y 381mm (15 pulg.) de largo, con apoyos simples que abarcan 320 mm (12" 1/2 pulg.) y un cuarto de punto de carga. Un acabado suave se recomienda para todas las superficies.

Pueden emplearse probetas de ensayo con espesores y acabados superficiales especificados para ser usados en un proyecto de construcción.

Los métodos de prueba se suelen llevar a cabo sobre muestras húmedas y secas, con las caras orientadas de forma paralela y perpendicular a las superficies planas (Figuras 3.8 y 3.9).

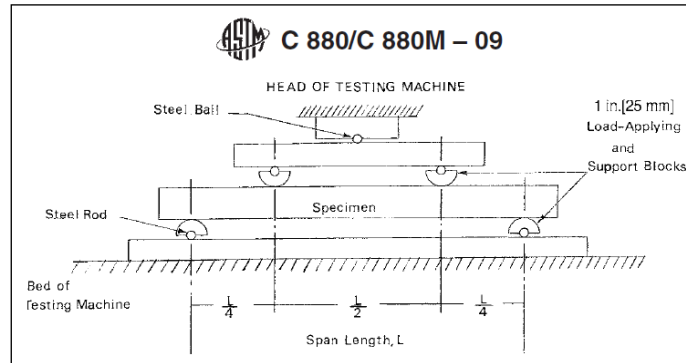


Figura 3.8 Prueba de flexión ASTM C880.



Figura 3.9 Imágenes de prueba de flexión ASTM C880.

Prueba de dureza Shore: El durómetro es un instrumento popular para la medición de la dureza de penetración de caucho y materiales similares a la goma. Los probadores más populares son el Modelo A utilizado para la medición de materiales más blandos y el Modelo D para materiales más duros. El funcionamiento del probador es bastante simple. El material se somete a una presión definida aplicado por un resorte calibrado a un penetrador que es o bien un cono o esfera y una indicando dispositivo mide la profundidad de indentación (Figura 3.10 A y B).

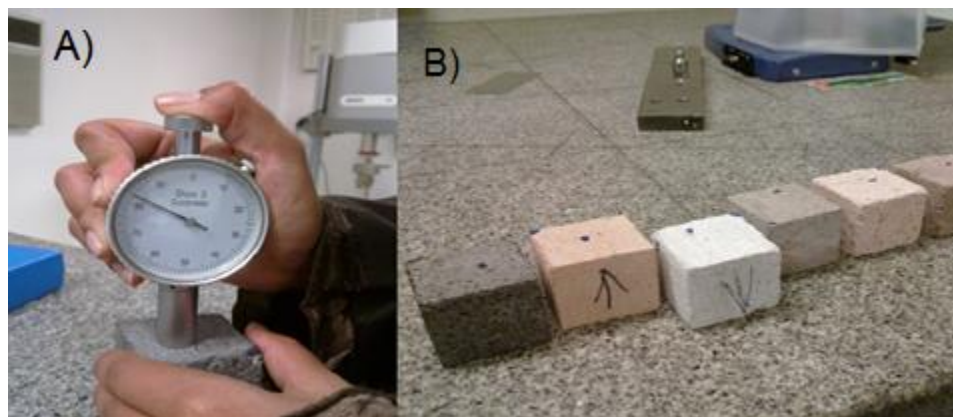


Figura 3.10 Pruebas de dureza A).- Durómetro para prueba Shore D; y B).- Probetas.

Probetas para corte: Para esta prueba de corte con el fin de obtener la fuerza tangencial se habilitaron probetas de cantera naranja Huichapan con las dimensiones de 50 mm alto, 50 mm ancho y largo de 150 mm. se a determinado la mayor profundidad de corte en 40 mm debido a que se trata de la profundidad máxima de prueba de la ranura del disco de corte (Figura 3.11 A y B).

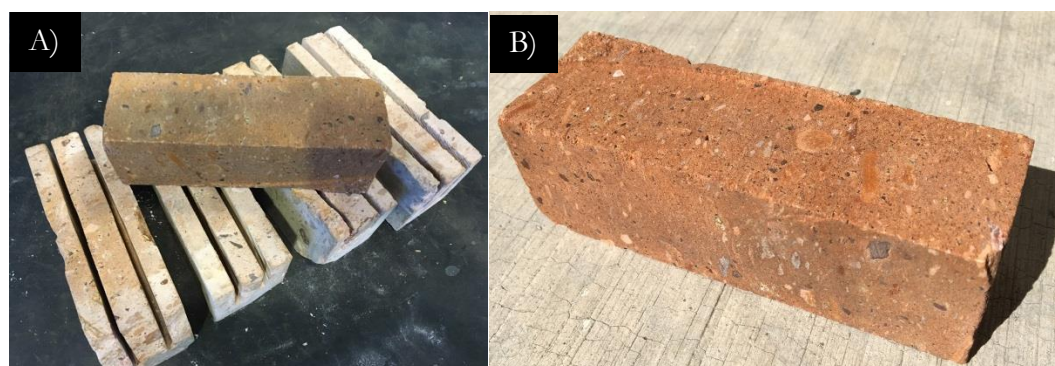


Figura 3.11 Probetas para pruebas de corte: A).- Grupo de prueba; y B).- Probeta limpia.

#### 3.4. Caracterización del equipo experimental.

Con base en lo descrito en el apartado 2.4. Instrumentación experimental de equipos, herramental de sujeción y disco de corte, se ha integrado un equipo instrumentado de bajo costo capaz de cubrir las características de funcionamiento necesarias para determinar la fuerza de corte a la profundidad indicada (Figura 3.12), consiste en un herramental para sujeción de las muestras de cantera (Figura 3.13), y con la capacidad de desplazarse sin esfuerzos sobre guías lineales alineadas sobre la sección de corte del disco,

la fuerza del corte es medida indirectamente mediante un cilindro neumático presurizado, que opera de la siguiente forma, cuando se ejerce una fuerza horizontal el émbolo del cilindro comprime la cámara presurizada y este incremento de presión es detectado por un manómetro digital, por cálculos de la presión ejercida sobre el área del émbolo es posible determinar la fuerza de corte tangencial empleada.

El corte es efectuado por un disco diamantado de 354 mm de diámetro (Figura 3.15) montado sobre una maquina cortadora [27] marca Dewalt 3436 (Figura 3.14) que opera a 3,000 rpm es decir el disco gira a una velocidad tangencial de 54 m/s, esta máquina cuenta con ajuste vertical de altura, lo que permite manejar diferentes profundidades de corte.

Los cortes son realizados a profundidades desde 5 mm hasta los 40 mm y se realizan mediante operación manual, para mantener la velocidad de corte constante se realizan mediante tiempo cronometrado de 2 segundos en una distancia de corte de 150 mm. A continuación se describe el equipo de prueba empleado, consiste en un herramental de sujeción de probetas, una cortadora de pedestal y un disco de corte comercial.

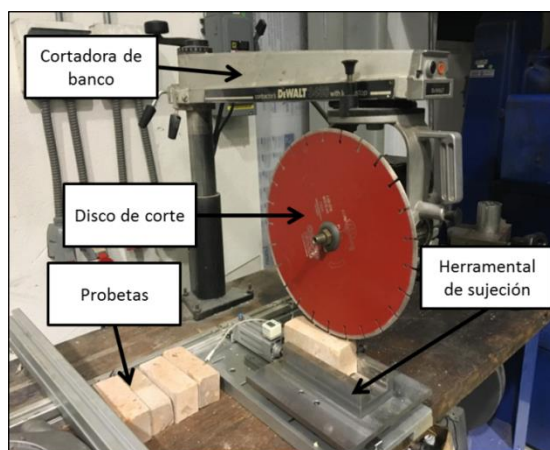


Figura 3.12 Banco de pruebas de corte.

#### 3.4.1. Características del herramental de sujeción e instrumentación.

El herramental de sujeción de probetas fue fabricado en acero, las probetas son sujetadas mediante tornillos, se compone de una base de soporte y una mesa viajera montada sobre guías lineales, esta mesa está sujeta por el vástago de un cilindro neumático empotrado sobre la base fija.



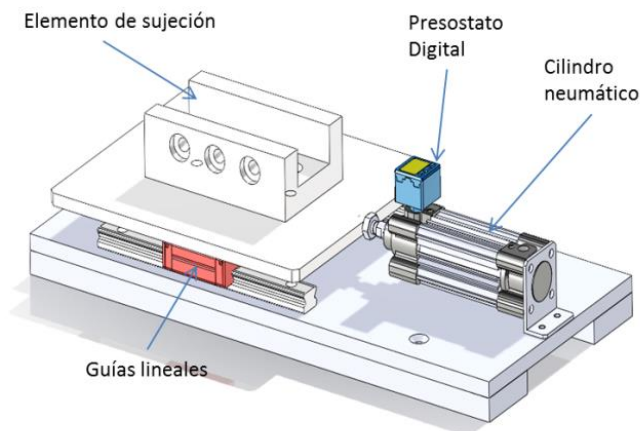


Figura 3.13 Herramental instrumentado para montaje de muestras.

La fuerza de corte puede ser medida indirectamente por un cilindro neumático presurizado y un presostato, registrando la presión generada al cortar la piedra cantera; en la Tabla 3.2, se muestran las características de los componentes comerciales de este herramental.

Tabla 3.2 Componentes comerciales del herramental instrumentado.

Componente	Descripción	Marca
Cilindro neumático CP95SDB32-50	Cilindro diámetro de émbolo 32mm carrera 50mm.	SMC
Presostato ISE4B-01-65	Presión máxima 1 MPa (10.2 kgf/cm <sup>2</sup> )	SMC
Regulador de presión AR20	Regulación manual cuerpo de fundición de aluminio	SMC
Manómetro G46	0 to 1.5MPa (0 to 225psi)	SMC
Fuente 12 VCD		
Guías Lineales	Carros tamaño 15 y riel de 40cm	THK

#### 3.4.2. Características de la cortadora de banco.

Se trata de una cortadora de banco de operación manual para la velocidad de corte (Figura 3.14), con sistema que permite ajustar la altura del corte de forma manual, opera a 3000 rpm continuas, y permite graduar su altura para así controlar la profundidad de corte, emplea un motor de 3.5 hp a 240 Volts. La operación de corte es manual deslizando linealmente el disco sobre la superficie de la probeta. La Tabla 3.3 muestra la descripción de los datos técnicos de la cortadora de banco.



/ Azufre (S) = 0.05% máx/ Manganeso (Mn), de 0.30 a 0.60% para aceros de bajo carbono (<0.30% C) y de 0.60 – 0.90% para aceros de alto carbono (>0.60% C) y aceros al C para cementación.

La Sociedad de Ingenieros Automotrices (SAE–por sus siglas en inglés Society of Automotive Engineers) clasifica los aceros en: al carbono, de media aleación, aleados, inoxidable, de alta resistencia, de herramientas, etc. Para aceros al carbono la nomenclatura es: 10XX donde XX es el contenido de Carbono (C). Ejemplos: SAE 1010 (0.08 – 0.13 % C) / SAE 1040 (0.3 – 0.43 % C).

Se seleccionan para piezas cuyo requisito primario es el conformado en frío. Los aceros no calmados se utilizan para embutidos profundos por sus buenas cualidades de deformación y terminación superficial. Los calmados son más utilizados cuando se necesita forjarlos o llevan tratamientos térmicos. Son adecuados para soldadura convencional y tipo brazing, término que define el proceso de unir dos metales mediante un proceso de calentamiento, utilizando en la unión un metal de relleno con una temperatura de fusión inferior. Su maquinabilidad se mejora mediante el estirado en frío. Son susceptibles al crecimiento del grano, y a fragilidad y rugosidad superficial si después del formado en frío se los calienta por encima de 600°C. La Tabla 3.4 muestra las propiedades físicas para el acero SAE 1015.

Tabla 3.4 Propiedades físicas Acero SAE 1015.

Propiedad	Valor	Unidades
Modulo elastico	2.05E+11	N/m <sup>2</sup>
Relación de Poisson's	0.29	
Modulo de corte	8.00E+10	N/m <sup>2</sup>
Densidad de masa	7,870	N/m <sup>3</sup>
Resistencia a la tracción	385,000,000	N/m <sup>2</sup>
Limite elastico	325,000,000	N/m <sup>2</sup>
Coefficiente de expansión térmica	1.20E-05	/K
Conductividad térmica	52	W/(m*K)
Calor específico	486	J/(kg*K)

Para describir el significado de algunos de los valores de la Tabla 3.4 se hace referencia a los diferentes valores obtenidos en la gráfica de esfuerzo–deformación (Figura 3.16). la cual es obtenida de la prueba de tensión en una maquina universal, consistente en



la preparación de probetas del material en cuestión y aplicando fuerzas de tracción para poder determinarlos.

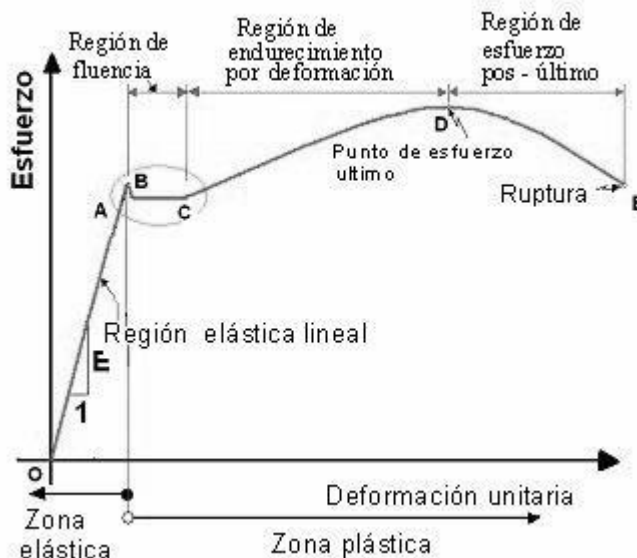


Figura 3.16 Grafica estándar de esfuerzo y deformación de aceros [29].

A) Límite de proporcionalidad: es el punto después el cual el esfuerzo deja de ser proporcional a la deformación.

B) Límite de elasticidad: donde el material se deforma plásticamente, es decir no recupera su forma original al ser descargado.

C) Punto de fluencia: también conocido como cadencia, es aquel con el que aparece un considerable alargamiento sin el correspondiente aumento de carga.

D) Esfuerzo último (límite de resistencia): es el punto del diagrama en el que se alcanza el valor máximo de esfuerzo.

E) Punto de ruptura: es donde el material se fractura. El punto de ruptura aparente es algo menor al esfuerzo último, debido que se calcula dividiendo entre el área inicial de la probeta, lo cual es incorrecto, si la carga en el instante de la ruptura se divide entre el área media después de la ruptura se obtiene el valor real.

Deformación axial: es el cambio de longitud que sufre un cuerpo debido a una carga axial, también se le conoce como deformación total, y se representa por  $\delta$  (delta).

### 3.4.4. Parámetros de corte para un disco diamantado

El régimen de corte, junto con el tipo de material a cortar, condiciona la velocidad periférica óptima del disco. En general la velocidad de corte para areniscas porosas es alrededor de 60 m/s. A continuación se describen los parámetros más importantes a estudiar en el desempeño del disco y las fuerzas involucradas (Figura 3.17).

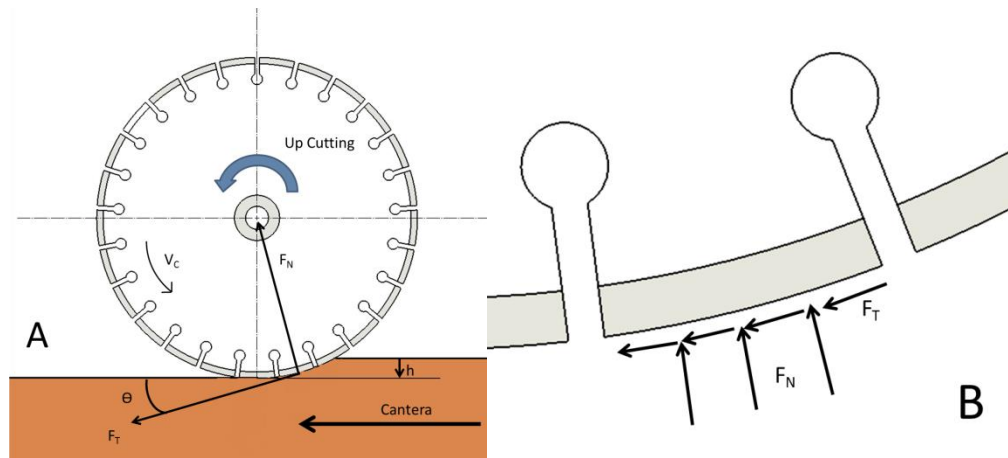


Figura 3.17 Representación gráfica de las fuerzas radiales y tangenciales.

Nomenclatura:  $b$  Ancho de corte (mm),  $d$  Diámetro de orificio,  $dp$  Profundidad de corte,  $e$  Ancho de ranura,  $h$  Profundidad de corte (mm),  $H$  Profundidad de ranura,  $D$  Diámetro del disco,  $F_T$  fuerza de corte tangencial (N),  $F_N$  fuerza de corte normal (N),  $F_X$  la fuerza de corte radial (N),  $R$  Componente de la fuerza de corte de alimentación a lo largo de dirección horizontal (N),  $V_C$  Velocidad de corte (m /min),  $\theta$  Angulo de contacto entre el disco y la pieza.

Los tangenciales  $F_T$  y radiales  $F_X$  componentes de la fuerza corte se puede calcular mediante la resultante  $R$ :  $F_T = R \sin \delta$ ,  $F_X = R \cos \delta$ .

El ángulo de contacto entre el disco y la pieza de trabajo está dada por:

$$\theta = \cos^{-1} \left( 1 - \frac{2dp}{d} \right) \quad (3.4.1)$$

Para este disco  $D=350\text{mm}$ ,  $n=3,000$  rpm, por lo que la velocidad de corte ( $V_c$ ):

$$V_c = (\pi * D * n)/1,000 \text{ Donde } V_c = 54.97 \text{ m/s.}$$

### 3.5. Teorías de Falla.

Al diseñar elementos mecánicos que resistan las fallas se debe estar seguro de que los esfuerzos internos no rebasan la resistencia del material. Si el que se empleará es dúctil, entonces lo que más interesa es la resistencia de fluencia, ya que una deformación permanente sería considerada como falla; sin embargo, existen excepciones a esta regla.

Muchos de los materiales más frágiles o quebradizos, como los hierros colados, no poseen un punto de fluencia, así que debe utilizarse la resistencia última como criterio de falla. Al diseñar elementos que han de hacerse de material frágil, también es necesario recordar que la resistencia última a la compresión es mucho mayor que a la tensión. Las resistencias de los materiales dúctiles son casi las mismas a tensión que a compresión. Por lo general, se considera que esto ocurrirá en el diseño a menos que se posea información contraria.

Se entiende por falla aquella situación en que un elemento mecánico ya no puede cumplir de manera satisfactoria con la función para la cual fue creado, ya sea porque se ha deformado plásticamente, se nos ha desgastado o se nos ha fracturado.

Las teorías de falla tratan de describir las condiciones bajo las cuales puede fallar un elemento mecánico. Por lo tanto, la falla de una pieza, implica estados de esfuerzos en un punto que superan la capacidad inherente del material de soportar dichas cargas, así la suposición básica que constituye el marco de referencia para todas las teorías de falla es que esto se producirá cuando el esfuerzo principal máximo –o el esfuerzo cortante máximo– alcance o supere el valor del mismo parámetro obtenido en una prueba de tensión simple. A lo largo de los años se han postulado un sin número de teorías de falla, mencionándose a continuación una de las más importantes, así como el tipo de material para el que son válidas: teoría del esfuerzo cortante máximo (materiales dúctiles), teoría de la energía máxima de la distorsión (materiales dúctiles), teoría del esfuerzo normal máximo (materiales frágiles), teoría de MOHR modificada (materiales frágiles).

#### 3.5.1. Teoría de esfuerzo cortante máximo.

Esta es una teoría fácil de emplear y siempre da predicciones seguras con respecto de los resultados de ensayos por lo que se le ha utilizado en muchos reglamentos de diseño. Se emplea únicamente para predecir la fluencia y, por lo tanto, se aplica sólo a los

materiales dúctiles. La teoría de esfuerzo cortante máximo afirma que se inicia la fluencia siempre que, en un elemento mecánico, el esfuerzo cortante máximo se vuelve igual al esfuerzo cortante máximo en una probeta a tensión, cuando ese espécimen empieza a ceder.

La falla de un elemento sometido a un estado multiaxial de esfuerzos se producirá cuando el esfuerzo cortante producido en la pieza alcance o supere al esfuerzo de corte que se produce en el punto de fluencia de una probeta sometida a una prueba de tensión simple.

De ese modo, se sabe que el esfuerzo cortante máximo ( $\tau_{max}$ ) producido en un elemento sometido a un estado biaxial de esfuerzos se puede calcular mediante la expresión siguiente:

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2} \quad (3.5.1)$$

También, con ayuda del círculo de Mohr (Figura 3.18), se puede ver que:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \quad (3.5.2)$$

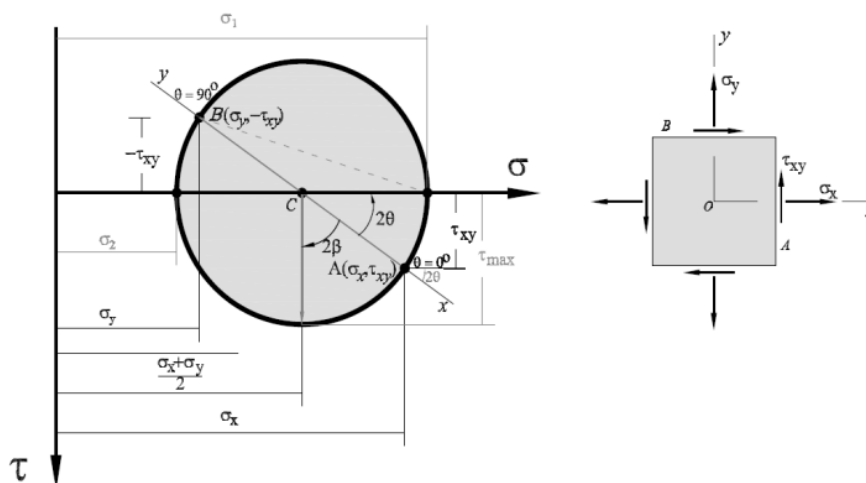


Figura 3.18 Trazo del círculo de Mohr.

Por otro lado, se sabe que en una probeta sometida a una carga axial (como en la prueba de tensión), sobre planos a un ángulo de  $45^\circ$  con respecto a los planos perpendiculares a la carga aplicada, se produce un esfuerzo cortante máximo que es igual a la mitad del esfuerzo normal producido, esto es:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma}{2} \quad (3.5.3)$$

Y cuando se alcanza el punto de fluencia:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_f}{2} \quad (3.5.4)$$

Por lo tanto:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \frac{\sigma_f}{2} \quad (3.5.5)$$

Debiéndose cumplir lo siguiente:  $|\sigma_1 - \sigma_2| \leq \sigma_f$

Dónde:  $\sigma_f$  = resistencia a la fluencia del material

Debiéndose cumplir con la condición de que  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  sean de signos opuestos, esto es, uno debe actuar a compresión y el otro a tensión. En dado caso, que ambos sean a tensión ó ambos a compresión debe satisfacerse lo siguiente:

$$|\sigma_1| \leq \sigma_f \quad \text{y} \quad |\sigma_2| \leq \sigma_f$$

La solución gráfica se muestra a continuación (Figura 3.19).

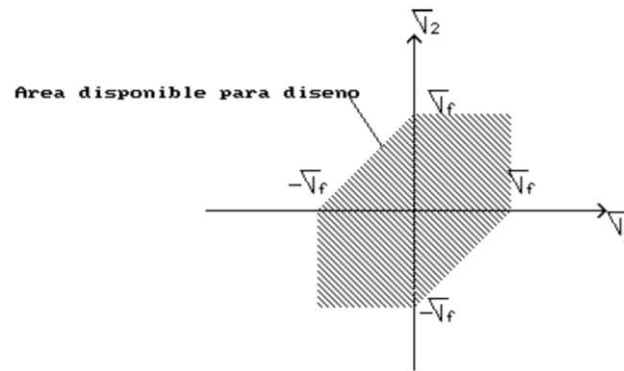


Figura 3.19 Representación gráfica de la teoría del esfuerzo cortante máximo.

### 3.5.2. Teoría de la Energía Máxima de Distorsión.

Esta teoría de falla también se llama teoría de la energía cortante o teoría de Von Mises-Hencky. Aplicarla es solo un poco más difícil que aplicar la del esfuerzo cortante máximo, y es la más conveniente para el caso de materiales dúctiles. Como la del esfuerzo cortante máximo, ésta se emplea solo para definir el principio de fluencia. Esta teoría

establece que la falla ocurrirá si el esfuerzo equivalente  $\sigma_e$  es mayor que la resistencia a la fluencia del material  $\sigma_y$ , donde:

$$\sigma_e = \frac{1}{\sqrt{2}} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]^{\frac{1}{2}} \tag{3.5.6}$$

El esfuerzo  $\sigma_e$  también es llamado esfuerzo equivalente de von Mises.

### 3.6. Concentradores de esfuerzo.

Todo cambio geométrico en un elemento o componente que afecte la distribución normal de los esfuerzos es considerado un concentrador de esfuerzos, los orígenes de su presencia pueden ser: requerimientos funcionales de diseño como ranuras, hombros, etc.), por requerimientos de fabricación o ensamble como agujeros de sujeción o de montaje, además los concentradores puede aparecer por defectos del material o su método de fabricación.

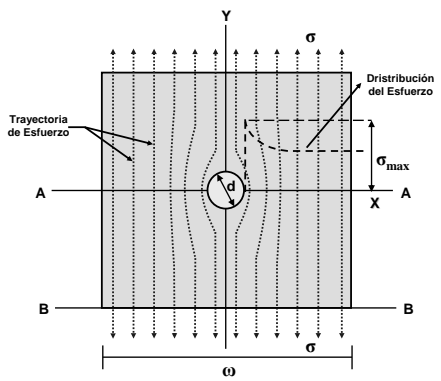


Figura 3.20 Trayectoria y distribución de esfuerzos por un orificio en una placa.

Por equilibrio, la distribución de esfuerzo a nivel de agujero no puede ser cte.

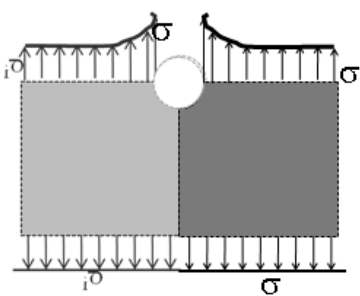


Figura 3.21 Esfuerzos por equilibrio.

Por equilibrio, la distribución de esfuerzo a nivel de agujero no puede ser cte. Los factores que inciden sobre el nivel de intensificación de los esfuerzos en un cambio geométrico son la geometría de la discontinuidad, la naturaleza del material y tipo de la carga, o bien la distribución nominal de los esfuerzos. Para la estimación del concentrador de esfuerzos se considera que el incremento teórico de los esfuerzos sólo considerando geometría y cargas viene dado por:

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}}, \quad K_{ts} = \frac{\tau_{max}}{\tau_{nom}}$$

El valor real, adicionando la incidencia del material es:

$$K_f = 1 + q \cdot (K_t - 1); \quad K_{fs} = 1 + q_s \cdot (K_{ts} - 1) \quad (3.6.1)$$

$q$ : sensibilidad del material a las entallas donde:

Sensibilidad del material ( $q_i$ ). Se refiere a la susceptibilidad que tiene el material de afectar la distribución y valor de los esfuerzos por un cambio geométrico.

Sensibilidad de los materiales dúctiles. En general los materiales dúctiles son menos sensibles que los frágiles; especialmente ante carga estática, donde la concentración de esfuerzos se desprecia por el flujo plástico local que redistribuye los esfuerzos.

### 3.6.1. Métodos para determinar los factores teóricos de concentración de esfuerzo..

Analogía de flujos (Teórico): En este caso, se establece que las líneas de flujo de esfuerzo en las fibras del material tienen el mismo comportamiento que las del flujo de un fluido ante la presencia de un cambio geométrico del conducto (Figura 3.22 A y B).

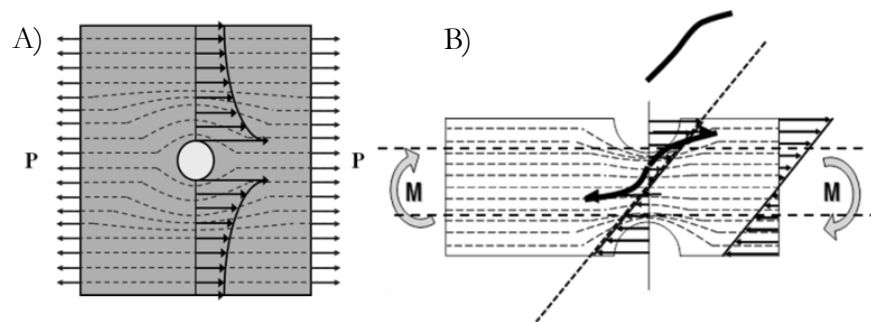


Figura 3.22 Analogía de esfuerzos y fluidos: A).- Orificio interno, B).- orificio externo.

Rangos de valores para la intensificación de esfuerzos: Rara vez llega a veinte, pero usualmente es menor que cinco. Precisamente, en esto yace el riesgo de las entallas, pero es

controlable desde el diseño. Como consideraciones de diseño relativas a los concentradores de esfuerzos se deben evitar cambios grandes y no graduales en la sección del elemento y ser generosos en la asignación de radios para las entallas.

Factor de concentración teórico: se determinan fiablemente a partir de Nomogramas (Figura 3.23), si no se tiene información se asumen valores:  $q=1$ , para materiales insensibles tomar  $q = (0, 0.2)$ .

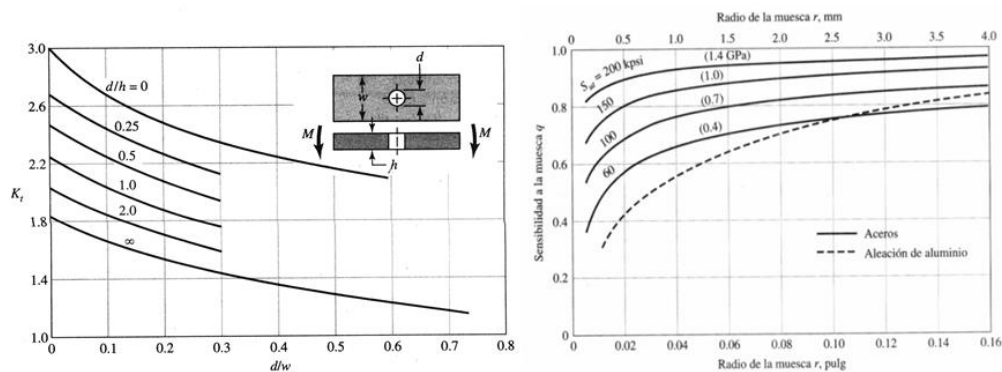


Figura 3.23 Nomogramas de esfuerzos.

### 3.7. Método del elemento finito (MEF).

En la solución de problemas de medios continuos, se utiliza el método de elementos finitos (MEF), ya que ha mostrado resultados en la solución de problemas de la ingeniería, que por su geometría y/o condiciones de frontera, representan una gran dificultad para dar un resultado exacto y de forma rápida por medios analíticos, el MEF es un medio por el cual nosotros podemos solucionar este problema de forma precisa. En este análisis se empleará el Análisis de esfuerzos estático. Existen problemas que por lo complejo de su geometría y de las condiciones de frontera, surge una gran variedad de ecuaciones que sería imposible de resolver, el MEF ofrece el método más versátil para dar solución a nuestro problema. La versatilidad del método en cuanto a ser apreciables a varios campos de la ingeniería se debe a que las ecuaciones diferenciales que rigen los fenómenos.

Con el MEF se representa con subdivisiones llamadas elementos finitos el continuo (sólido, líquido o gaseoso), las cuales se encuentran interconectadas con nodos. La variación del elemento finito se representa por una función simple que está definida en términos del campo variable en sus nodos. Las ecuaciones de campo se expresan



generalmente en forma matricial. Ya que para nuestro estudio el modelo es estructural, puede tener cientos de elementos, sería muy laborioso llegar a la solución del problema, de tal modo que el MEF solo sería posible si se cuenta con herramientas de cómputo. A continuación se describen las etapas de un análisis por el MEF.

Modelado.- el primer paso para la aplicación del MEF es la elaboración de un modelo que subdivida una estructura en elementos. Los puntos coordinados o nodos, se localizan en aquellas zonas del modelo en donde se desea obtener información y en donde se especifican las condiciones de frontera.

Aplicación de cargas.- Antes de dar inicio al modelado de una estructura, esta debe someterse a un estudio, para determinar tanto la magnitud de las cargas como la forma en que estas actúan sobre la parte, considerando las restricciones y direcciones de los componentes en donde existe libre desplazamiento. Estas cargas varían, debido a la concentración de esfuerzos, distribución, presiones debido a la gravedad y centrífugas.

Interpretación de resultados.- En muchos casos, los modelos de elementos finitos se desarrollan para prototipos, en los cuales también puede obtenerse datos experimentales. Una vez obtenidos estos datos, pueden realizarse modificaciones al diseño y volver a analizarse por el MEF, antes de implementar su uso, teniendo plena confianza que lo obtenido representa el problema real. Los paquetes comerciales del MEF para computadora, cuentan con fase post-proceso en los cuales se puede solicitar resultados de puntos específicos, mostrándonos los puntos, en donde puede observarse por medio de gráficas y espectros, algunos problemas de diseño.

Conclusiones.- Los análisis por el MEF, son hoy en día, una herramienta aceptada para el análisis de diferentes fenómenos físicos que se manifiestan sobre medios continuos, mismos que por la complejidad de su forma pudieran ser, difíciles o imposibles, de realizar un análisis que brinde una solución exacta.

### 3.8. Fatiga y fractura en el diseño.

Es un hecho muy observado que los componentes de equipos y máquinas, sufran un deterioro debido al intenso trabajo al que se someten, estos trabajos crean esfuerzos en estos componentes que en último término, viene la rotura por una intensa fatiga. Muchas

veces estas roturas se deben a un mal diseño de los componentes, un mantenimiento insuficiente, o un mal uso del componente a de la máquina o equipo del que forma parte.

La parte de la mecánica que estudia estos, en algunos casos catastróficos sucesos de fatiga y rotura es la mecánica del fractura; en el ámbito de trabajo del que ella se ocupa está el estudiar porque de las fracturas ocurridas, predecir el tiempo de crecimiento y dirección de la grieta mediante ciertos criterios relacionados con la acumulación de los esfuerzos en el cuerpo del componente. Algunas cuando veces los componentes o equipos completos, tienen alguna fractura por la fatiga, producida por la función que desempeñan, y esta fractura según los expertos no es de peligro este equipo puede seguir funcionando, pero estos mismos expertos deben hacer un plan de revisiones periódicas para registrar el comportamiento de la fractura, esto es, cuanto ha crecido, cual es la dirección que está tomando conforme crece; todo esto para estimar cuando este componente debe ser retirado de su función.

El momento en el cual se dice que la fractura ya es peligrosa en extremo, se dice que la fractura está en su tamaño crítico. Para calcular este tamaño crítico de vital importancia para saber cuándo es el momento oportuno de actuar, se parte de la fórmula para calcular la intensidad de esfuerzos para una placa finita, esta es:

$$K_1 = \sigma\sqrt{\pi a} \quad (3.8.1)$$

Sustituyendo  $K_I$  por  $K_{Ic}$  se puede calcular el tamaño crítico de la grieta esto es:

$$a_{crit} = \frac{K_{Ic}^2}{\sigma^2 \pi} \quad (3.8.2)$$

Las grietas pueden ser superficiales o pasantes, esto quiere decir que la grieta ha pasado el grosor de un equipo, por ejemplo un recipiente sometido presión, en el cual un pequeño elemento de éste está sometido a dos tipos de esfuerzos, uno circunferencial y otro longitudinal, donde el primero es mayor e igual a:

$$\sigma_\theta = \frac{pr}{t} \quad (3.8.3)$$

A este valor se le puede fijar un factor de seguridad o cuando es relativamente grande se le conoce con frecuencia como factor de miedo. En la fractura e presenta una zona a la

cual se le llama zona elástica, es una zona de vital importancia pues en ella la grieta tiene cierto freno a seguir creciendo por la propiedad elástica de la misma. Si el componente sea del material que fuese está sujeto a cargas cíclicas, esto es, que un punto que en un momento dado está sometido a una fuerza de compresión en otro está sometido a una fuerza de tensión la factura se hace presente más rápido porque se ha llegado a la fatiga, de alguna forma puede llamarse crítica se alcanza antes, esta parte de la mecánica puede calcular el número de ciclos que puede soportar este componente antes de romperse. En fin que el trabajo de esta rama es predecir la vida útil de algún componente.

### 3.9. Diseño de experimentos (factorial con tres factores).

Conviene de antemano explicar los términos a emplear:

Experimento. Un estudio en el que el investigador tiene un alto grado de control sobre las fuentes de variación importantes, se denomina experimento. Si se tiene poco control sobre los factores, se habla de un estudio observacional.

Factores. Los fenómenos que potencialmente causan variación, y que son controlados por el experimentador, se denominan factores. También a veces se denominan tratamientos.

Niveles de un factor. Son los valores que toma un factor. En general toman valores que se miden en escala categórica, aunque a veces suelen ser medidos en escalas numéricas.

Combinación de tratamientos. Cada una de las combinaciones de niveles de todos los factores involucrados en el experimento.

Réplicas. Todas las corridas experimentales que corresponden a una misma combinación de tratamientos. Son repeticiones del experimento, bajo idénticas condiciones de los factores.

Objetivos: lograr mayor precisión en la estimación de los efectos de los factores y de sus interacciones, y estimar el error experimental.

El termino experimento factorial o arreglo factorial hace referencia a la constitución de los tratamientos o combinaciones de tratamientos que se desean comparar. Este término

no afecta lo que se conoce como diseño de tratamientos, pues este se requiere a la selección de factores que se desean estudiar los niveles de los factores a ensayar y combinación de estos. De esta forma se debe dejar en claro que el diseño de tratamientos es independiente del diseño experimental, el cual hace referencia a la manera en que los tratamientos se aleatorizan a las diferentes unidades experimentales y la forma como se controla la variabilidad natural de las mismas.

Así el diseño experimental puede ser completamente aleatorizado, bloques completamente aleatorizados, cuadros latinos, etc., y para cada uno de estos diseños se puede tener un arreglo factorial. En muchos experimentos el éxito o fracaso del ensayo depende más de la selección de los tratamientos que se desea comparar que de la elección del diseño. Sin embargo, la selección de ambos (del diseño y de los tratamientos) es importante por tanto ninguno de los dos debe descuidarse en la planeación del experimento.

En un experimento factorial se investigan simultáneamente los efectos de cierto número de diferentes factores. La necesidad de estudiar conjuntamente varios factores obedece principalmente a dos razones: encontrar un modelo que describa el comportamiento general del fenómeno en estudio. Esto se restringe al rango de variación de los niveles de los factores y dos optimizar la respuesta o variable independiente, es decir, encontrar la combinación de niveles de los factores que optimizan esa respuesta.

Los tratamientos en el análisis factorial consisten en todas las combinaciones que se forman de los distintos niveles de los factores. Por ello, la característica esencial que hace necesario el estudio conjunto de factores es la posibilidad de que el efecto de un factor cambie en presencia de los niveles de otro factor, es decir, que los factores interactúen, lo cual conlleva al concepto de interacción entre ellos. Si se estudia un factor en forma separada el resultado puede ser diferente al que daría con un estudio conjunto, y es más difícil describir el comportamiento general o encontrar el óptimo.

Para análisis de datos obtenidos por el método de elemento finito (MEF) se desarrollarán un diseño factorial de tres factores [30]. Supongamos que hay  $a$  niveles para el factor A,  $b$  niveles del factor B y  $c$  niveles para el factor C y que cada réplica del

experimento contiene todas las posibles combinaciones de tratamientos, es decir contiene los  $abc$  tratamientos posibles.

### 3.9.1. El modelo sin replicación.

El modelo estadístico para este diseño es:

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + \gamma_k + (\tau\beta)_{ij} + (\tau\gamma)_{ik} + (\beta\gamma)_{jk} + (\tau\beta\gamma)_{ijk} + u_{ijk} \quad (3.9.1)$$

con  $i = 1, 2, \dots, a$ ;  $j = 1, 2, \dots, b$ ;  $k = 1, 2, \dots, c$ ; en donde

$\tau_i$ ,  $\beta_j$  y  $\gamma_k$ : Son los efectos producidos por el nivel  $i$ -ésimo del factor A, ( $\sum_i \tau_i = 0$ ), por el nivel  $j$ -ésimo del factor B, ( $\sum_j \beta_j = 0$ ) y por el nivel  $k$ -ésimo del factor C, ( $\sum_k \gamma_k = 0$ ), respectivamente.

$(\tau\beta)_{ij}$ ,  $(\tau\gamma)_{ik}$ ,  $(\beta\gamma)_{jk}$  y  $(\tau\beta\gamma)_{ijk}$ :

Son los efectos producidos por las interacciones entre A  $\times$  B, A  $\times$  C, B  $\times$  C y A  $\times$  B  $\times$  C, respectivamente

$$\begin{aligned} \sum_i (\tau\beta)_{ij} = \sum_j (\tau\beta)_{ij} = \sum_i (\tau\gamma)_{ik} = \sum_k (\tau\gamma)_{ik} = \sum_j (\beta\gamma)_{jk} = \sum_k (\beta\gamma)_{jk} = \dots \\ \dots \sum_i (\tau\beta\gamma)_{ijk} = \sum_j (\tau\beta\gamma)_{ijk} = \sum_k (\tau\beta\gamma)_{ijk} = 0 \end{aligned} \quad (3.92)$$

Supondremos que se toma una observación por cada combinación de factores, por tanto, hay un total de  $n = abc$  observaciones.

Tabla 3.5 Parámetros a estimar.

Parámetros	Número
$\mu$	1
$\tau_i$	$a-1$
$\beta_j$	$b-1$
$\gamma_k$	$c-1$
$(\tau\beta)_{ij}$	$(a-1)(b-1)$
$(\tau\gamma)_{ik}$	$(a-1)(c-1)$
$(\beta\gamma)_{jk}$	$(b-1)(c-1)$
$(\tau\beta\gamma)_{ijk}$	$(a-1)(b-1)(c-1)$
$\sigma_2$	1
<b>Total</b>	<b><math>abc + 1</math></b>

A pesar de las restricciones impuestas al modelo, el número de parámetros ( $abc + 1$ ) supera al número de observaciones ( $abc$ ). Por lo tanto, algún parámetro no será estimable.

### 3.9.2 Estimación de los parámetros del modelo.

Los Estimados Máximos Verosímiles (EMV) de los parámetros del modelo son

El EMV de  $\mu$  es  $\hat{\mu} = \bar{y} \dots$

Los EMV de los efectos principales son:

$$\hat{\tau}_i = \bar{y}_{i..} - \bar{y} \dots; \hat{\beta}_j = \bar{y}_{.j.} - \bar{y} \dots; \hat{\gamma}_k = \bar{y}_{..k} - \bar{y} \dots$$

Los EMV de las interacciones de segundo orden son:

$$(\widehat{\tau\beta})_{ij} = \bar{y}_{ij.} - \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{.j.} + \bar{y} \dots$$

$$(\widehat{\tau\gamma})_{ik} = \bar{y}_{i.k} - \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{..k} + \bar{y} \dots$$

$$(\widehat{\beta\gamma})_{jk} = \bar{y}_{.jk} - \bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{..k} + \bar{y} \dots$$

Los EMV de la interacción de tercer orden

$$(\widehat{\tau\beta\gamma})_{ijk} = \bar{y}_{ijk} - \mu - \hat{\tau}_i - \hat{\beta}_j - \hat{\gamma}_k - (\widehat{\tau\beta})_{ij} - (\widehat{\tau\gamma})_{ik} - (\widehat{\beta\gamma})_{jk} = \bar{y}_{ijk} - \bar{y}_{ij.} - \bar{y}_{i.k} - \bar{y}_{.jk} + \bar{y}_{i..} + \bar{y}_{.j.} + \bar{y}_{..k} - \bar{y} \dots$$

### 3.9.3. Descomposición de la variabilidad

En este modelo la variabilidad total se descompone en:

$$SCT = SCA + SCB + SCC + SC(AB) + SC(AC) + SC(BC) + SC(ABC) + SCR$$

Estas sumas de cuadrados se pueden expresar como:

$$SCT = \sum_{ijk} y_{ijk}^2 - (y^2 \dots) / (abc)$$

$$SCA = \sum_i y_{i..}^2 / b - (y^2 \dots) / (abc)$$

$$SCB = \sum_j y_{.j.}^2 / a - (y^2 \dots) / (abc)$$

$$SCC = \sum_k y_{..k}^2 / b - (y^2 \dots) / (abc)$$

$$SC(AB) = \sum_{i,j} y_{ij.}^2 / c - (y^2 \dots) / (abc) - SCA - SCB: \text{S.C. de la interacción AxB}$$

$$SC(AC) = \sum_{i,k} y_{i.k}^2 / b - (y^2 \dots) / (abc) - SCA - SCC: \text{S.C. de la interacción AxC}$$

$$SC(BC) = \sum_{j,k} y_{.jk}^2 / a - (y^2 \dots) / (abc) - SCB - SCC: \text{S.C. de la interacción BxC}$$

$$SC(ABC) = \sum_{i,j,k} y_{ijk}^2 - (y^2 \dots) / (abc) - SCA - SCB - SCC - SC(AB) - SC(AC) - SC(BC): \text{S.C. de la interacción AxBxC}$$

Dónde:

$y_i =$  Total de las observaciones bajo el  $i$ -ésimo nivel del factor A.

- $y_j$  = Total de las observaciones bajo el  $j$ -ésimo nivel del factor B.  
 $y_k$  = Total de las observaciones bajo el  $k$ -ésimo nivel del factor C.  
 $y_{ij}$  = Total de las observaciones de la  $ij$ -ésima celda.  
 $y_{i.j}$  = Total de las observaciones de la  $i.j$ -ésima celda.  
 $y_{i.k}$  = Total de las observaciones de la  $i.k$ -ésima celda.  
 $y_{ijk.}$  = Total de las observaciones de la  $ijk$ -ésima celda.  
 $y$  = Total de las todas las observaciones.  
 $y_{ijk}$  = Total de las observaciones de la  $ijk$ -ésima celda.

Al tratarse de un modelo sin replicación, los contrastes sólo se pueden realizar si se supone que la interacción de tercer orden es cero. En esta hipótesis,  $CM(ABC) = CMR$ , y los contrastes de cada uno de los factores e interacciones comparan su cuadrado medio correspondiente con la varianza residual para construir el estadístico de contraste. El objetivo del análisis es realizar los contrastes de hipótesis nula que se muestran a continuación junto con el estadístico de contraste correspondiente:

$$i. H_{0A} \equiv \tau_1 = \dots = \tau_a = 0 : F_A = \frac{CMA}{CMR} \sim^{H_{0A}} F(a-1, (a-1)(b-1)(c-1))$$

$$ii. H_{0B} \equiv \beta_1 = \dots = \beta_b = 0 : F_B = \frac{CMB}{CMR} \sim^{H_{0B}} F(b-1, (a-1)(b-1)(c-1))$$

$$iii. H_{0C} \equiv \gamma_1 = \dots = \gamma_c = 0 : F_C = \frac{CMC}{CMR} \sim^{H_{0C}} F(c-1, (a-1)(b-1)(c-1))$$

$$iv. H_{0(AB)} \equiv (\tau\beta)_{ij} = 0, \forall i, j : F_{(AB)} = \frac{CM(AB)}{CMR} \sim^{H_{0(AB)}} F(a-1)(b-1, (a-1)(b-1)(c-1))$$

$$v. H_{0(AC)} \equiv (\tau\gamma)_{ik} = 0, \forall i, k : F_{(AC)} = \frac{CM(AC)}{CMR} \sim^{H_{0(AC)}} F(a-1)(c-1, (a-1)(b-1)(c-1))$$

$$vi. H_{0(BC)} \equiv (\beta\gamma)_{jk} = 0, \forall j, k : F_{(BC)} = \frac{CM(BC)}{CMR} \sim^{H_{0(BC)}} F(b-1)(c-1, (a-1)(b-1)(c-1))$$

Fijado un nivel de significación  $\alpha$ , se rechaza la  $H_0$  correspondiente, si  $F_{exp} > F_{teórica}$ .

Tabla 3.6 ANOVA: Modelo factorial con tres factores (Sin replicación).

F. V.	S. C.	G. L.	C. M.	F <sub>exp</sub>
Factor A	SCA	$a - 1$	CMA	CMA/CMR
Factor B	SCB	$b - 1$	CMB	CMB/CMR
Factor C	SCC	$c - 1$	CMC	CMC/CMR
$A \times B$	SC(AB)	$(a - 1)(b - 1)$	CM(AB)	CM(AB)/CMR
$A \times C$	SC(AC)	$(a - 1)(c - 1)$	CM(AC)	CM(AC)/CMR
$B \times C$	SC(BC)	$(b - 1)(c - 1)$	CM(BC)	CM(BC)/CMR
$A \times B \times C$	SC(ABC)	$(a - 1)(b - 1)(c - 1)$	CMR	CM(ABC)/CMR
TOTAL	SCT	$abc - 1$	CMT	

Dónde:

F.V. = Fuente de varianza

S.C.= Suma de Cuadrados

G.L.= Grados de Libertad

C.M.= Cuadrado Medio

$F_{\text{exp}} = F_0 = f$  Fisher Calculado



## CAPÍTULO 4. RESULTADOS

### 4.1. Resultados de los métodos de pruebas para rocas

Se han desarrollado las pruebas descritas en la sección 3.2 y quedan finalmente resumidas en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1 Propiedades físicas de la cantera Naranja Huichapan.

Arenisca Cantera Naranja (Huichapan, Hgo.) ASTM C503		
Prueba	Valor	Unidades
Dureza	82-99	Shore D
Peso específico	1.73	
% absorción	15.65	%
Densidad absoluta	1,707.69	kg/m <sup>3</sup>
Carga máxima compresión Muestra seca	2,500,000.00	N
Esfuerzo aparente muestra seca	48,030.00	Mpa
Carga máxima compresión Muestra húmeda	95,400,000.00	N
Esfuerzo aparente	36,392.00	Mpa
Flexión muestra seca carga máxima	2,000,000.00	N
Flexión muestra húmeda máxima	900,000.00	N

Como referencia para el Módulo de elasticidad (E), tenemos los valores para diferentes rocas areniscas *Canoba et al.* (2004) [31].

Arenisca en general: 20,000–630,000 Kg/cm<sup>2</sup> (1,961–61,781 MPa)

Arenisca calcárea: 30,000–60,000 Kg/cm<sup>2</sup>

Este grupo de rocas, de muy variable resistencia a los esfuerzos, se presta en general muy bien al trabajo de tallado. Presentan valores de resistencias a compresión y flexión muy variables, desde los bajos e intermedios de las areniscas más frágiles, hasta las resistencias más elevadas de las areniscas bien cementadas. Estos valores son función de los constituyentes minerales, su distribución y procesos sufridos. La matriz y el cemento son en este sentido los más influyentes. Esa peculiaridad conlleva a que algún ensayo mecánico ofrezca valores distorsionados en función del grado de humedad de la roca, para nuestro caso de arenisca naranja Huichapan el esfuerzo máximo se encuentra en el rango de 36,392 MPa en húmedo y en seco 48,030 MPa.

#### 4.2. Resultados de pruebas de corte con disco de diamante segmentado

Los resultados de la fuerza horizontal obtenida durante las pruebas de corte en profundidades de 1, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40 mm se muestran a continuación (Figura 4.1). Donde a la máxima de profundidad de 40 mm se alcanzó la fuerza horizontal de 83.176 N, medida tomada indirectamente con el presostato digital instalado. Cada una de las pruebas de corte fue realizada con tres repeticiones y promediado el dato. El flujo de agua fue de forma constante de aproximadamente 1 lt/min. El resumen de datos es mostrado en la Tabla 4.2.

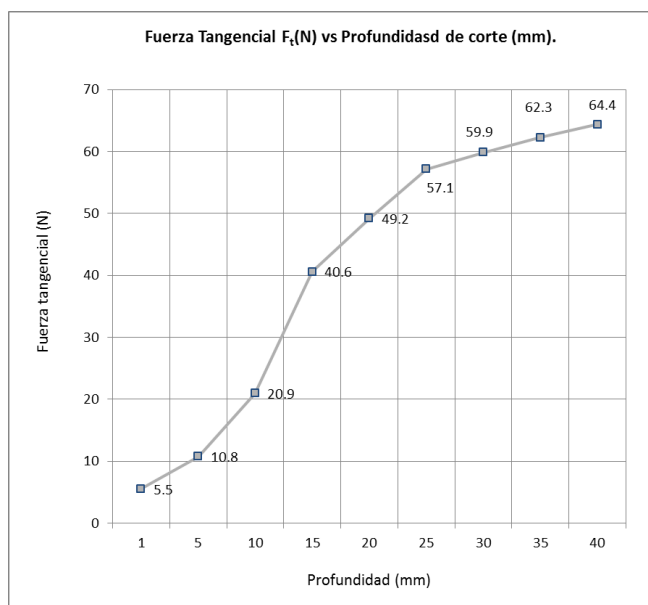


Figura 4.1.- Gráfica de datos de fuerza de corte del disco.

Tabla 4.2.- Resultados de fuerza de corte.

Tabla de datos de fuerzas de corte															
# de test	Profundidad de corte (mm)	Diametro de disco (mm)	1- (2*Prof/Dia)	Angulo de contacto $\theta$ (°)	Tiempo de corte (seg)	Distancia de corte (mm)	Velocidad de corte (mm/seg)	RPM	Velocidad Tangencial (m/seg)	Presión (psi)	Presión N/mm <sup>2</sup>	Area émbolo (mm <sup>2</sup> )	Fuerza Horizontal Fh (N)	Cos( $\theta$ )	Fuerza Tangencial Ft(N)
1	1	354	0.994350282	6.1	1.9	150	78.95	3000	54	1	0.006895	804.247	5.545	0.9944	5.5
2	5	354	0.971751412	13.7	2.1	150	71.43	3000	54	2	0.01379	804.247	11.090	0.9718	10.8
3	10	354	0.943502825	19.4	1.8	150	83.33	3000	54	4	0.027579	804.247	22.180	0.9435	20.9
4	15	354	0.915254237	23.8	2	150	75.00	3000	54	8	0.055158	804.247	44.361	0.9153	40.6
5	20	354	0.88700565	27.5	2.1	150	71.43	3000	54	10	0.068948	804.247	55.451	0.8870	49.2
6	25	354	0.858757062	30.8	1.9	150	78.95	3000	54	12	0.082737	804.247	66.541	0.8588	57.1
7	30	354	0.830508475	33.8	2.1	150	71.43	3000	54	13	0.089632	804.247	72.086	0.8305	59.9
8	35	354	0.802259887	36.7	1.9	150	78.95	3000	54	14	0.096527	804.247	77.631	0.8023	62.3
9	40	354	0.774011299	39.3	1.8	150	83.33	3000	54	15	0.103421	804.247	83.176	0.7740	64.4

#### 4.3. Diseño de parámetros de ranura.

En este estudio se consideraron los parámetros dimensionales de la ranura tipo “llave” del disco empleado en los análisis de corte, se describe el ancho de ranura mediante

la letra  $e$ , el diámetro de la ranura circular de la base es designado con la letra  $d$  y finalmente la profundidad de la raíz con la letra  $H$ .

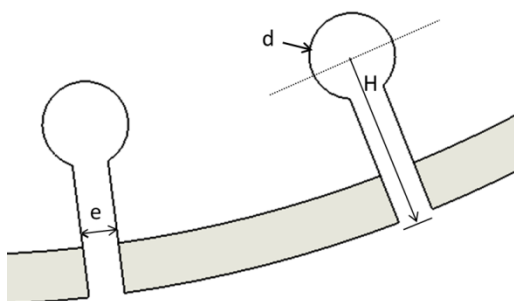


Figura 4.2.- Perfil de raíz.

A partir del disco de prueba seleccionado la dimensión conocida como referencia de análisis es  $H=20$  mm  $d= 6$ , y  $e=3$  mm, se realizará un diseño de experimentos DDE tipo factorial  $3 \times 3$  por lo que se emplearán tres niveles  $a$  para el factor A (profundidad de ranura) para este caso " $h$ ", tres niveles  $b$  para el factor B (diámetro de orificio) en este caso " $d$ " y dos  $c$  niveles para el factor C (ancho de ranura) en este caso " $e$ " por lo que se describen  $3 \times 3 \times 2 = 18$  combinaciones sin repetición de tratamientos, resumidos en la Tabla 4.3.

Tabla 4.3 Parámetros dimensionales de ranura.

Combinaciones Ranura "Tipo Llave"			
Combinación	H (Factor A)	d (Factor B)	e (Factor C)
1	16	5	3
2	16	5	5
3	16	6	3
4	16	6	5
5	16	7	3
6	16	7	5
7	20	5	3
8	20	5	5
9	20	6	3
10	20	6	5
11	20	7	3
12	20	7	5
13	24	5	3
14	24	5	5
15	24	6	3
16	24	6	5
17	24	7	3
18	24	7	5

Es necesario describir las restricciones dimensionales que presenta el modelo geométrico tipo “llave”, para construir las combinaciones posibles del modelo, se debe considerar que el diámetro  $d$  nunca podrá ser menor al ancho de ranura  $e$  ( $d \geq e$ ), y el radio del orificio nunca igual o mayor que la profundidad  $H$  ( $\frac{d}{2} < H$ ).

Los modelos CAD para el disco de corte de cantera se construyen con software del programa SolidWorks Versión 2012, se trata de un modelo de cuerpo monolítico ya que se pretende el análisis sobre el material base, en este análisis acero SAE 1015 (Figura 4.3).

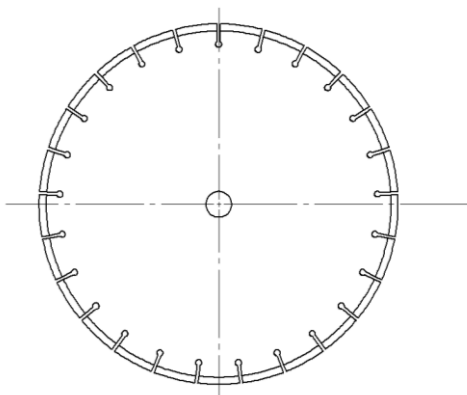


Figura 4.3 Modelo CAD de disco de corte.

#### 4.4. Descripción de materiales, método y parámetros de análisis MEF

El objetivo de este estudio es investigar el análisis de esfuerzos en raíces del disco durante el corte de cantera naranja Huichapan, factor que es significativamente importante en la industria de procesamiento de cantera. En muchos casos, entre los fallos más comunes de los discos de sierra se encuentran en las grietas que en consecuencia, se transforman en fractura algunas veces en la región de la raíz del diente, otra es el despegue y fractura del segmento diamantado de servicio. Ambas fallas requieren el análisis de tensiones en el disco en regiones de alta concentración de esfuerzos ya que son la más común ubicación del fallo. El análisis de esfuerzos da la posibilidad de determinar estas regiones y adoptar las prevenciones necesarias. Las tensiones equivalentes (von Mises) en este modelo de disco de corte se analizan utilizando el método de elementos finitos (MEF), donde la máxima concentración de esfuerzos en regiones del disco es determinada y examinada por seguridad, también es importante conocer estas cargas para la investigación de los daños

por fatiga que se produce en el disco. Los niveles de carga en función de la profundidad de corte elegido, se toman a partir de dos estudio experimentales de la Tabla 4.1 realizado bajo la velocidad de operación de 3,000 rpm. Se sabe que las fuerzas máximas se producen en el primer punto de contacto de los dientes y disminuye linealmente hasta atrás y hacia arriba del diente. En este análisis mediante método de elementos finitos (MEF), la fuerza normal y tangencial que se emplean son las encontradas a la profundidad de 40mm de corte, donde Fuerza Tangencial  $F_T=64.4$  N y la Fuerza Radial  $F_R=52.665$  N, como referencia en estudio similar *Uncun et al (2008)* [17], determino emplear 67 N como fuerza tangencial. Para nuestro caso, la fuerza normal siempre es mayor que la fuerza tangencial en cada prueba de corte realizada.

El cuerpo del disco empleado se compone sobre todo de acero SAE 1015. Para este trabajo se utiliza en el análisis un software comercial de elementos finitos: Simulation Xpress Study.

A continuación se describen los parámetros empleados para cada una de las etapas del análisis por el MEF.

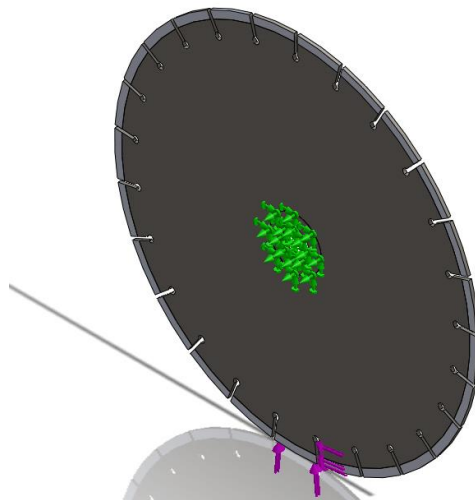


Figura 4.4 Zonas de aplicación de condiciones de frontera.

Información del modelo:

Tipo de análisis: estático

Tratado como: Cuerpo solido

Masa: 2.12521 kg

Volumen: 0.00027004 m<sup>3</sup>

Densidad: 7,870 kg/m<sup>3</sup>

Peso: 20.8271 N.

Propiedades del material:

Material: Acero AISI 1015 Rolado en frio (SS)

Tipo de modelo: Linear Elástico lineal Isotrópico

Criterio de falla por default: Esfuerzos máximos von Mises

Limite elástico: 3.25e+008 N/m<sup>2</sup>

Resistencia a la tracción: 3.85e+008 N/m<sup>2</sup>

Detalle de fijación y aplicación de cargas: La fijación es geométrica en la parte central del disco, esta se aplica físicamente sobre las dos caras del disco cubriendo el área de circunferencia 50 mm y eliminando el área central de 25.4 mm queda finalmente cubriendo un área de 1456 mm<sup>2</sup> por cara. Las cargas están aplicadas sobre un diente de disco, Fuerza Tangencial  $F_T=64.4$  N, Fuerza Radial  $F_R=52.665$  N.

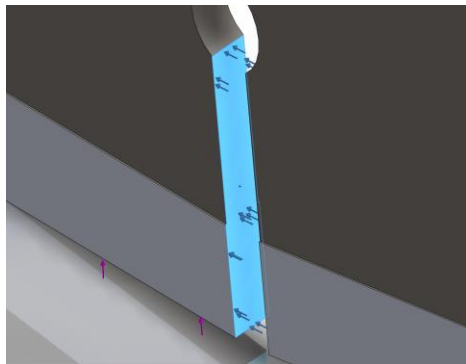


Figura 4.5- Representación gráfica de las fuerzas radiales y tangenciales aplicadas.

Mallado: El problema se asume como de dos dimensiones con los parámetros siguientes: Tipo de malla: mallado solido / mallador empleado: Mallado estándar / puntos Jacobianos: 4 Puntos / tamaño de elementos: 8.92161 mm / Tolerancia: 0.446081 mm / Calidad de mallado: Alto.

Detalles: Total de nodos: 19,526 / Total de Elementos: 9,167/ máxima relación de aspecto: 11.026/ % de elementos con relación de aspecto < 3: 32.3/ % de elementos con relación de aspecto > 10: 0.0327 / % de distorsión de elementos (Jacobiano): 0.

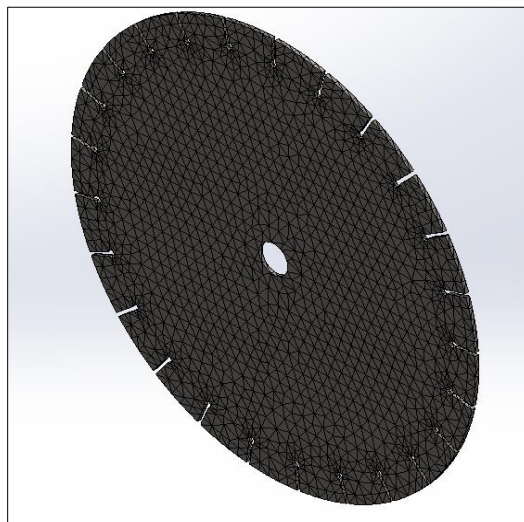


Figura 4.6- Representación gráfica del mallado.

Resultados del estudio: El estudio entrega para análisis los siguientes resultados: los esfuerzos de von Mises mínimos y máximos así como los nodos involucrados.

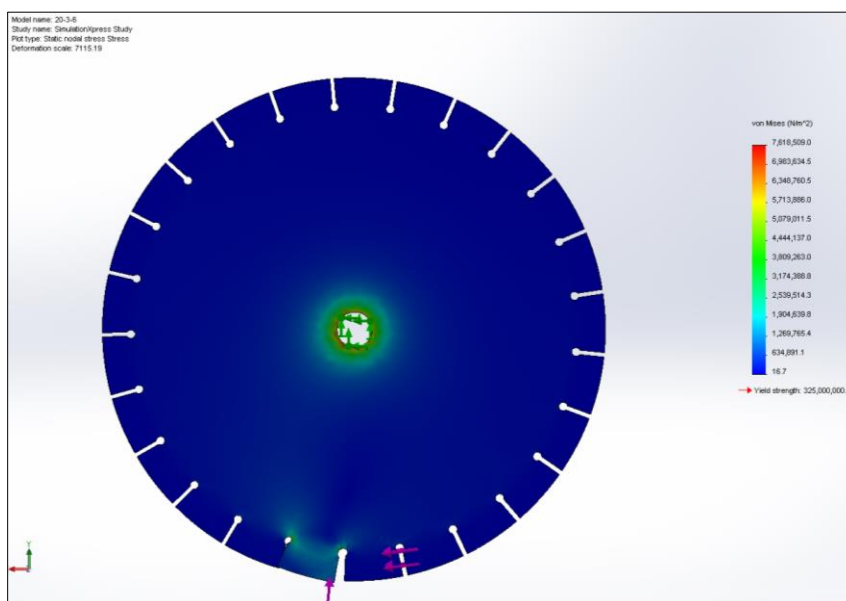


Figura 4.7 Representación gráfica del área de concentración de esfuerzos.

Los desplazamientos resultantes (URES) mínimos y máximos así como los nodos involucrados.

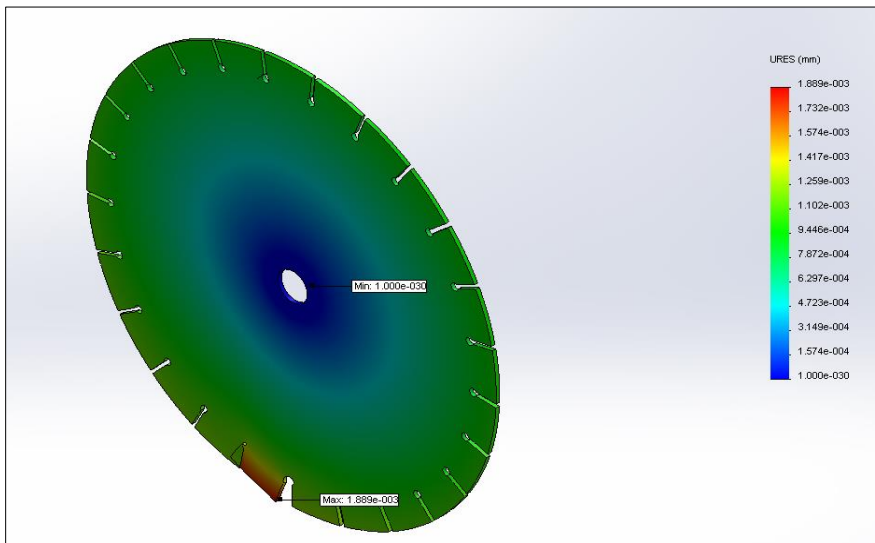


Figura 4.8 Representación gráfica desplazamientos resultantes URES.

El perfil deformado del elemento bajo análisis.

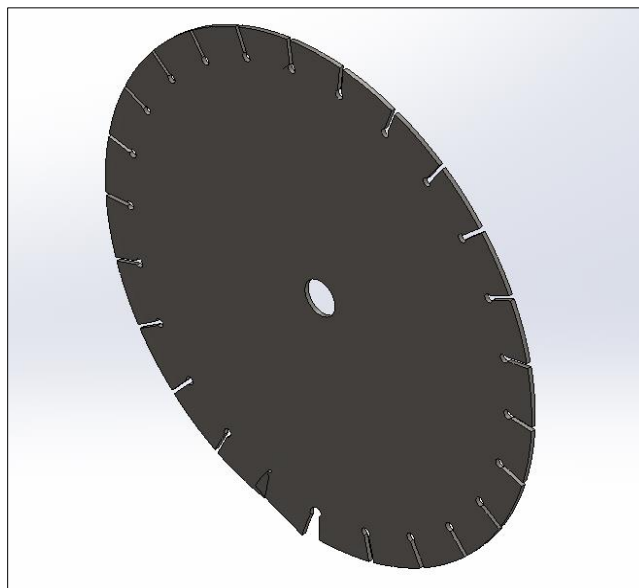


Figura 4.9 Representación gráfica del cuerpo deformado.

#### 4.5. Resultados de análisis de esfuerzos vía MEF en cada ranura.

Una vez desarrollados los modelos CAD y realizado el análisis mediante el método de elemento finito (MEF) para cada combinación de características geométricas, se ha obtenido la Tabla 4.4:



Tabla 4.4 Resultados de esfuerzos máximos von Mises para cada combinación.

Combinaciones Ranura "Tipo Llave"				
Combinación	H (Factor A)	d (Factor B)	e (Factor C)	Esfuerzo Máx Von Mises N/mm2 (Mpa)
1	16	5	3	4.80164
2	16	5	5	4.92912
3	16	6	3	4.55414
4	16	6	5	4.86103
5	16	7	3	4.61045
6	16	7	5	4.54706
7	20	5	3	5.54194
8	20	5	5	5.52174
9	20	6	3	5.21687
10	20	6	5	5.69342
11	20	7	3	5.37341
12	20	7	5	5.34462
13	24	5	3	6.18528
14	24	5	5	7.25362
15	24	6	3	5.87988
16	24	6	5	6.39340
17	24	7	3	5.83886
18	24	7	5	6.01572

## 4.6. Diseño de experimentos (DDE): Factorial 3x3

Definimos: Factor A (profundidad de ranura) tres niveles para el para este caso  $\tau_1$ ,  $\tau_2$ ,  $\tau_3$ ; donde  $a=3$ . Factor B (diámetro de orificio) tres niveles para en este caso  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$ ; donde  $b=3$ . Factor C (ancho de ranura) con dos niveles para este caso  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ ; donde  $c=2$

Cálculo de los componentes del ANOVA:

$$SCT = 1,088.2230$$

$$SCA = 7.1573$$

$$SCB = 0.5385$$

$$SCC = 0.3633$$

$$SC(AB) = 1.3249$$

$$SC(AC) = 0.2056$$

$$SC(BC) = 0.2056$$

$$SCR = 1,078.4848$$

Los resultados del análisis de varianza (ANOVA) se presentan en la Tabla 4.5.

Tabla 4.5 ANOVA de tres factores.

F. V.	S. C.	G. L.	C. M.	F <sub>exp</sub>	Rango
Factor A	7.1573	2	3.5787	0.013272926	3.5654
Factor B	0.5385	2	0.2692	0.000998575	0.2682
Factor C	0.3633	1	0.3633	0.001347483	0.3620
A × B	1.3249	4	0.3312	0.001228492	0.3300
A × C	0.2056	2	0.1028	0.000381297	0.1024
B × C	0.1486	2	0.0743	0.000275541	0.0740
Residual	1078.4848	4	269.6212		
TOTAL	1088.223	17	64.0131		

Dónde:

F.V. = Fuente de varianza

S.C.= Suma de Cuadrados

G.L.= Grados de Libertad

C.M.= Cuadrado Medio

F<sub>exp</sub> = F<sub>0</sub>=f Fisher Calculado

Realizando los contrastes al nivel de significatividad del 10% Fisher's, se concluye que la profundidad de ranura es el factor más cercano a ser significativo (F<sub>0.1</sub>, 2, 4 = 4.325), siendo para todas las demás interacciones nulo.

Asimismo al emplear Tukey para un valor de 5% (T<sub>0.05</sub>, 2, 4 = 3.927) se observa la misma tendencia para el factor A.

Finalmente si llevamos el contraste al nivel de significatividad al 13% Fisher's, se concluye que es significativo el efecto de la profundidad de ranura - factor A (F<sub>0.13</sub>, 2, 4 = 3.5)-, siendo para todas las demás interacciones nulo.

## CONCLUSIONES

El interés principal de este estudio fue en su primer objetivo determinar las características físicas de la cantera naranja Huichapan y las fuerzas involucradas para su corte con un disco de diamante segmentado, las propiedades mecánicas de la cantera nos permiten describir a una roca de dureza 82 a 99 Shore D, 15.65 % de absorción de agua y capaz de soportar una carga máxima de 2,500 KN en seco, esta información es pertinente para poder determinar su uso como elemento de construcción, además esta referencia representa valor agregado en su comercialización.

El equipo experimental de corte desarrollado para este estudio estuvo focalizado en determinar las fuerzas horizontales para un tipo corte hacia arriba "*Up Cutting*", la instrumentación empleada cumplió con el alcance planeado en obtener el registro de estas mediciones donde para la cantera naranja se identifica una fuerza de corte de 83.176 N la cual se encuentra en el rango documentado por algunos autores.

En cuanto a los disco de corte se ha caracterizado en los modelos CAD la geometría correspondiente al tipo "llave" definiéndose tres factores dimensionales, ancho de ranura, diámetro de orificio y profundidad de la ranura, para otras geometrías de ranura será necesario definir parámetros geométricos diferentes. Las ranuras tipo llave son convencionalmente las más empleadas en discos comerciales.

A partir de los resultados encontrados a través de la simulación por medio del método de elemento finito (MEF) donde las fuerzas tangenciales y normales aplicadas generan una concentración de esfuerzos en la raíz de la ranura del disco, es importante describir que los esfuerzos generados nunca desaparecen solo pueden cambiar de ubicación geométrica al lugar más débil, por lo que para mantener un análisis donde la concentración de esfuerzos siempre sea en la raíz de la ranura y no el orificio de sujeción es importante asegurar que el área de fijación del disco al árbol motriz, sea lo más amplia posible para evitar que los esfuerzos se concentren en un área diferente a la de estudio. El análisis requerido para esta experimentación fue llevado a cabo con cargas aplicadas estáticamente, otros estudios más profundos pueden incluir análisis dinámicos debido a que en la operación real del corte y por tratarse de materiales anisótropicos (con propiedades

direccionales diferentes), es común que se generen cargas oscilantes de choque, y tengan que sumarse a las determinadas estáticamente.

Con base en el diseño de experimentos empleado, factorial 3x3 donde se analizaron tres diferentes factores y fue determinado que el factor de mayor impacto es la *profundidad de la raíz*, con ello se puede realizar una primer selección que incida en el desempeño del disco de corte seleccionado, siendo este un factor económico de alto impacto en la industria de transformación de la cantera en nuestro país.

## RECOMENDACIONES

Se espera que con base en este trabajo de tesis puedan desarrollarse trabajos posteriores sobre geometrías de raíz de mayor complejidad, así como estudios que permitan establecer una comparativa evolutiva en el diseño de discos diamantados segmentados.

Para desarrollar estudios adicionales acerca de otras variables físicas de corte, es posible instalar una instrumentación y control de mayor complejidad, tal como sensores de mayor precisión, celdas de carga para medir las fuerzas vertical y horizontal, un sistema automático de avance longitudinal y elevación del disco de corte, variador de velocidad, un control del flujo de agua para refrigeración del disco y finalmente una computadora que registre en tiempo real los parámetros buscados.

Nuevos estudios podrán estar orientados a determinar parámetros de consumo energético, nuevos vectores de fuerza originados por equipos CNC o la prueba de desempeño de discos con geometrías de diente de mayor complejidad

## REFERENCIAS

- [1] Huichapan, De Encanto Natural Y Arquitectónico. Inicio. N.p., 03 Mar. 2017. Web. 07 Apr. 2017. <<https://www.mexicodesconocido.com.mx/huichapan-hidalgo-pueblos-magicos-mexico.html>>.
- [2] La Industria Minera Ampliada. Censos Económicos 2009: Instituto Nacional de Estadística y Geografía.-- México: INEGI, c2011.Web.
- [3] Canteras El Aguaje, Cantera De Todos Tipos Para Acabados Residenciales." Canteras El Aguaje. N.p., n.d. Web. 07 Apr. 2017. <<http://canteraselaguaje.com/>>.
- [4] Tarbuck E.J., Lutgens F.K. y Tasa, D. Ciencias de la Tierra. Edit. Prentice Hall, edición 2005, trad. de 8ª ed. ISBN13:9788483221808.
- [5] Maquinas Breton | Elaboración De La Piedra. N.p., n.d. Web. 04 Apr. 2017. <<https://maquinasbretonparalapiedra.blogspot.mx/>>.
- [6] Productos. IMA Servicios Comerciales. N.p., n.d. Web. 04 Apr. 2017. <<http://imaservicioscomerciales.com/productos/>>.
- [7] Bosch. "Accesorios Profesionales Para Herramientas Eléctricas." Cortar, Lijar Y Perforar Con Diamante. N.p., n.d. Web. 06 Oct. 2016.
- [8] DBD Industries. "Catalog 2008" Web. 28 Nov. 2011.
- [9] M-inuo Diamond Tools in China | Diamond Saw Blades, Diamond Cup Wheels, Diamond Core Bits, Etc Chinese Diamond Tools Supplier." M-inuo Diamond Tools in China | Diamond Saw Blades, Diamond Cup Wheels, Diamond Core Bits, Etc Chinese Diamond Tools Supplier. N.p., n.d. Web. 04 Apr. 2017. <<http://www.m-inuo.com/>>.
- [10] SAC, Consorcio Diamond. "Discos Diamantados Arumi." Discos Diamantados, Discos De Corte, Herramientas Perú. N.p., n.d. Web. 04 Apr. 2017. <<http://www.consorciodiamondsac.com/>>.
- [11] Luo, S.y., and Y.s. Liao. "Study of the Behaviour of Diamond Saw-blades in Stone Processing." Journal of Materials Processing Technology 51.1-4 (1995): 296-308. Web.
- [12] Río, L. M. Suárez Del, and A. Rodríguez-Rey. Materiales De Construcción Mater. Construcc. 48.250 (1998): 53-59. Web.

- [13] Wei, Xin, and H.w. Du. "Investigation of Cutting Forces in Concrete Sawing Process." *KEM Key Engineering Materials* 250 (2003): 181-86. Web.
- [14] Xu, Xipeng, and Yuan Li. "Force Ratio in the Circular Sawing of Granites with a Diamond Segmented Blade." *Journal of Materials Processing Technology* 139.1-3 (2003): 281-85. Web.
- [15] Ersoy, A., and U. A. "Performance Characteristics of Circular Diamond Saws in Cutting Different Types of Rocks." *Diamond and Related Materials* 13.1 (2004): 22-37. Web.
- [16] Ersoy, A., S. Buyuksagic, and U. Atici. "Wear Characteristics of Circular Diamond Saws in the Cutting of Different Hard Abrasive Rocks." *Wear* 258.9 (2005): 1422-436. Web(Leer)
- [17] Ucun, Ismail, and Mehmet Colakoglu. "Stress Analysis of Marble Sawing Disc in Cutting Process." *Journal of Applied Sciences* 8.5 (2008): 876-80. Web.
- [18] Turchetta, S. (2) "Cutting Force in Stone Machining by Diamond Disk." *Advances in Materials Science and Engineering* 2010 (2010): 1-6. Web.
- [19] Rojek, Jerzy, and Eugenio Oñate. "Discrete Element Modelling of Rock Cutting." *Particle-Based Methods Computational Methods in Applied Sciences* (2011): 247-67. Web.
- [20] Turchetta, S. (1) "Cutting Force and Diamond Tool Wear in Stone Machining." *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 61.5-8 (2011): 441-48. Web.
- [21] Buyuksagis, I.s. "Effect of Cutting Mode on the Sawability of Granites Using Segmented Circular Diamond Sawblade." *Journal of Materials Processing Technology* 183.2-3 (2007): 399-406. Web.
- [22] Robleda., and Jose Antonio Vilan Vilan, Marcos Lopez lLago, Javier Taboada Castro. "the rock processing sector: part i: cutting technology tools, a new diamond segment band saw part ii: study of cutting forces. *Dyna*, year 77, Nro. 161, pp. 7787. Medellin, march, 2010 : ISSN 00127353
- [23] Aydin, Gokhan, Izzet Karakurt, and Kerim Aydiner. "Wear Performance of Saw Blades in Processing of Granitic Rocks and Development of Models for Wear

- Estimation." *Rock Mechanics and Rock Engineering* 46.6 (2013): 1559-575.  
Web.
- [24] M. Jennings, D. Wright, "Guidelines for sawing stone", *Industrial Diamond Review*, Vol.2, pp.70-75, 1989.
- [25] Comisión Nacional, Del Agua,. "Actualización De La Disponibilidad Media Anual En El Acuífero Huichapan-tecozautla Estado De Hidalgo." *Diario Oficial De La Federación*. CONAGUA, 20 Apr. 2015. Web. 6 Oct. 2016.
- [26] Alonzo, Salomón, Leopoldo Espinosa Graham "Estudio de las propiedades de la roca caliza de Yucatán" / D.G.I.C.S.A., *Ingeniería* 7-1 (2003) 27-36.
- [27] Dewalt. N.p., n.d. Web. 12 Apr. 2017.  
[http://www.dewalt.com.mx/productos/catalogos/catalogo\\_mx\\_2011/index.htm](http://www.dewalt.com.mx/productos/catalogos/catalogo_mx_2011/index.htm)
- [28] Austrodiam 1525. N.p., n.d. Web. 12 Apr. 2017.  
<http://www.austromex.com.mx/ficha/v/1525>>.
- [29] Pytel, Andrew, Ferdinand Leon Singer, Raimundo Gapar Torrent, and Paniagua BocanegraFrancisco. *Resistencia De Materiales*. Mexico: Oxford, 2004. Print.
- [30] María, Lara Porras Ana . "Diseño Estadístico de Experimentos, Análisis de la Varianza y Temas Relacionados" Proyecto Sur de Ediciones. (2000). Print, ISBN 978-84-8254-947-7
- [31] Canoba C., & Héctor, F. R. A. G. A. (2004). *Propiedades elásticas de las rocas*. Departamento de Ciencias Geológicas, Escuela de Agrimensura, Facultad de Ciencias exactas, Universidad Nacional de Rosario.



## ANEXOS

### Anexo A. Reporte de pruebas ASTM.

Las pruebas físicas a desarrollar para la cantera naranja Huichapan están descritas en la siguiente Tabla.

TablaA.1 Propiedades físicas de base-cuarzo (Ver referencia “Designation: ASTM C 503 – 08a” Standard Specification for Quartz-Based Dimension Stone).

Propiedades físicas	Requerimientos de los ensayos	Clasificación (s)	Método de ensayo
Absorción en peso, máximo %	8	I Arenisca	C97
	3	II Areniscas Cuarcíticas	
	1	III Cuarcíticas	
Densidad, min, lb/ft <sup>3</sup> (kg/m <sup>3</sup> )	125 (2003)	I Arenisca	C97
	150 (2400)	II Areniscas Cuarcíticas	
	160 (2560)	III Cuarcíticas	
Resistencia a la compresión, min, psi (MPa)	4000 (27.6)	I Arenisca	C170
	10000 (68.9)	II Areniscas Cuarcíticas	
	20000 (137.9)	III Cuarcíticas	
Módulo de ruptura, min, psi (MPa)	350 (2.4)	I Arenisca	C99
	1000 (6.9)	II Areniscas Cuarcíticas	
	2000 (13.9)	III Cuarcíticas	
Resistencia a la abrasión, min, H <sub>a</sub> <sup>A</sup> , B, C	2 <sup>D</sup>	I Arenisca	C241/c 1353
	8	II Areniscas Cuarcíticas	
	8	III Cuarcíticas	

Designación: C 97/C 97M – 09.

Método para determinar la absorción y el peso específico de la piedra dimensional.

Las muestras de prueba.-Los especímenes pueden ser cubos, prismas, cilindros o cualquier forma regular con dimensiones no menores de 2 pulg. [50 mm] y no superiores a 3 pulg. [75 mm] pero la relación del volumen y el área de la superficie no deberá ser inferior a 0.3 ni superior a 0.5 al medir en pulg. [8 y 12,5 en la medición en milímetros]

Todas las superficies deberán estar razonablemente suaves. Para las superficies se puede usar sierra o perforaciones, pero en superficies más ásperas deberán estar terminados con abrasivos N° 80. No utilizar cinceles o herramientas similares en cualquier etapa de la preparación de los especímenes.

Procedimiento. Las muestras deben secarse durante 48 hrs a 140°F ± 4°F (60°C ± 2°C) En la 46<sup>a</sup>, 47<sup>a</sup> y 48 horas, se deben pesar las muestras para asegurar que el peso es el mismo. Si el peso sigue bajando, continúe para secar las muestras hasta que hay tres lecturas sucesivas por hora con el mismo peso. Después de secar, enfriar las muestras a temperatura ambiente durante 30 minutos y pesar. Los especímenes no se pueden pesar de inmediato después del enfriamiento, almacenarlos en un desecador. Determine el pesos con una precisión de 0.0005 oz. [0,01 g].

Después de haber pesado, sumergir las muestras completamente en agua filtrada o destilada 72° F ± 4°F [22°C ± 2°C] durante 48 h. Al final de este período se deben retirar las muestras una vez, se seca la superficie con un paño húmedo y pesar con una aproximación de 0,0005 [0,01 g]

Cálculo. Calcular el porcentaje del peso de absorción (Nota 1) para cada ejemplar de la siguiente manera:

$$\% \text{ de peso de absorción} = \left[ \frac{(B - A)}{A} \right] \times 100$$

Dónde:

A = peso de la muestra seca, oz. [g].

B = peso de la muestra después de la inmersión, oz. [g].

Calcular la absorción de agua media de la muestra, el promedio de la absorción de porcentaje en peso de todos los especímenes.

Peso específico

- A. espécimen
- B. soporte de la cesta
- C. anillo de latón
- D. parte inferior de la cesta de la N ° 13 B & S calibre [1,8 mm] alambre de latón (todos los puntos de soldadura).
- E. fianza de la canasta N ° 13 de B & S calibre [1,8 mm] alambre de latón.
- F. suspensión de cable No. 20 B & S calibre [0,8 mm] alambre de latón.
- G. lazo para conectarlo al estribo de la balanza.
- H. sección recortada de la cesta.
- I. recipiente del agua.
- J. nivel de agua
- K. soporte del recipiente de agua
- L. soporte de la balanza
- M. balanza
- N. sobremesa

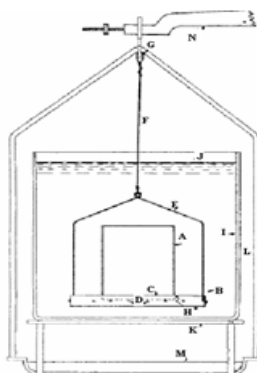


Figura A.1 Porcentaje de peso de absorción C 97/C 97M – 09.

Procedimiento. La absorción y el peso específico se determina en las mismas muestras, pese a la saturación del muestras en suspensión en el agua filtrada o destilada a

72°F ± 4°F [22°C ± 2°C] inmediatamente después de que las pruebas de absorción se han completado, determinar los pesos en suspensión, con precisión de 0.0005 oz [0,01 g].

La mejor forma de pesar las muestras en el agua es utilizar una cesta de alambre similar a lo ilustrado en la figura A.1, se suspende la muestra en un recipiente de agua. El recipiente de agua deberá ser suficiente para que sólo el cable de suspensión de la canasta pase a través de la superficie del agua. Asegúrese de burbujas de aire sean eliminadas de la canasta y la muestra antes de registrar el peso.

El recipiente de agua puede ser sostenido en el platillo de balanza con la cesta suspendida de un marco también se admite en un platillo, como se ilustra en la figura A.1. Para determinar el peso de la canasta suspendida en el agua reste el peso de la cesta con una precisión de 0.0005 oz. [0,01] g del peso combinado de la muestra y la cesta.

La canasta con el recipiente de agua puede ser suspendida en una balanza electrónica soportada en forma independiente, como ilustra en la figura A.2. Ponga a cero la balanza cuando cesta este suspendida en el agua a la misma altura que cuando se tiene el peso del espécimen.

Cálculo. Calcular peso específico como sigue:

$$\text{Peso específico} = \frac{A}{(B - C)}$$

Dónde:

A = peso de la muestra seca, oz. [g].

B = peso de la superficie mojada y el espécimen seco en el aire, oz. [g].

C = peso de la muestra empapada en agua, oz. [g].

Calcule la media del peso específico de la muestra como el promedio de la gravedad específica a granel para todos los especímenes.

- A. espécimen
- B. soporte de la cesta
- C. anillo de latón
- D. parte inferior de la cesta de la N ° 13 B & S calibre [1,8 mm] alambre de latón (todos los puntos de soldadura).
- E. fianza de la canasta N ° 13 de B & S calibre [1,8 mm] alambre de latón.
- F. suspensión de cable No. 20 B & S calibre [0,8 mm] alambre de latón.
- G. lazo para conectarlo al estribo de la balanza.
- H. sección recortada de la cesta.
- I. recipiente del agua.
- A. nivel de agua
- B. soporte del recipiente de agua
- C. soporte de la balanza
- D. balanza
- E. barra de la balanza

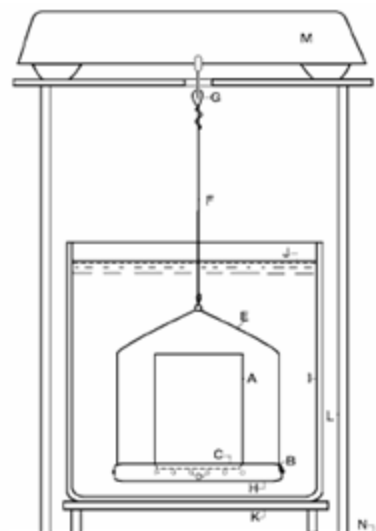
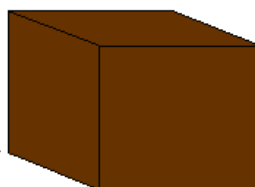


Figura A.2 Prueba de peso específico C 97/C 97M – 09.

Los especímenes pueden ser cubos, prismas, cilindros o cualquier forma regular con dimensiones mayores de 2" [50 mm] y menores a 3" [75 mm].



Medidas en un rango de  
50mm a 75mm por lado

Figura A.3 Dimensiones de probeta C 97/C 97M – 09.

Cantidad.

10 ejemplares con corte en dirección horizontal a la vetas.

10 ejemplares con corte en dirección vertical a la vetas.

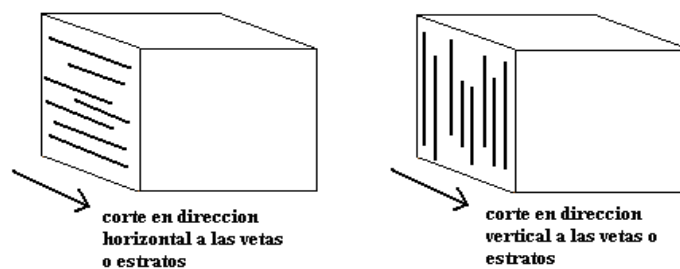


Figura A.4 Orientación de corte A) modo horizontal, B) Modo vertical, prueba C 97/C 97M – 09.

Todas las superficies deberán estar razonablemente suaves. Para las superficies se puede usar sierra o perforaciones, pero en superficies más ásperas deberán estar terminados con abrasivos N° 80. No utilizar cinceles o herramientas similares en cualquier etapa de la preparación de los especímenes.

Resultados de la determinación de absorción y peso específico de la piedra dimensional.

Se determinó el peso con una precisión de 0.0005 oz. [0,01 g]. Utilizando un dinamómetro SHIMPO FGV-100 de 50kg. Se obtuvieron los siguientes resultados:

TablaA.2 Propiedades físicas de absorción y peso específico.

Color	Promedio peso específico	Promedio % absorción
Naranja	1.73	15.65 %

Resultados de la determinación de densidad. A partir de la determinación de peso específico se pudo determinar la densidad absoluta de cada una de las piedras.

TablaA.3 Propiedades físicas de densidad.

Color	Densidad promedio (kg/m <sup>3</sup> )
Naranja	1707.69

Resultados de la prueba de dureza (Dureza escleroscopica Shore). Un factor muy importante para el fenómeno de corte de la piedra es la dureza de la misma, utilizando la escala SHORE D (escala utilizada principalmente para materiales polímeros duros), escala con la realizo la prueba de la dureza. Haciendo la prueba en los diferentes especímenes de piedra con las que cuenta actualmente se obtuvieron distintos valores, cabe mencionar que la variedad de los valores en una misma probetas son efectos de los distintos minerales que tiene la piedra como: micas, cuarcitas, feldespatos el deterioro de los minerales. Se determinó la dureza con Durómetro Shore D, Shore D 0 – 90 HD, 0 – 25 mm viaje.

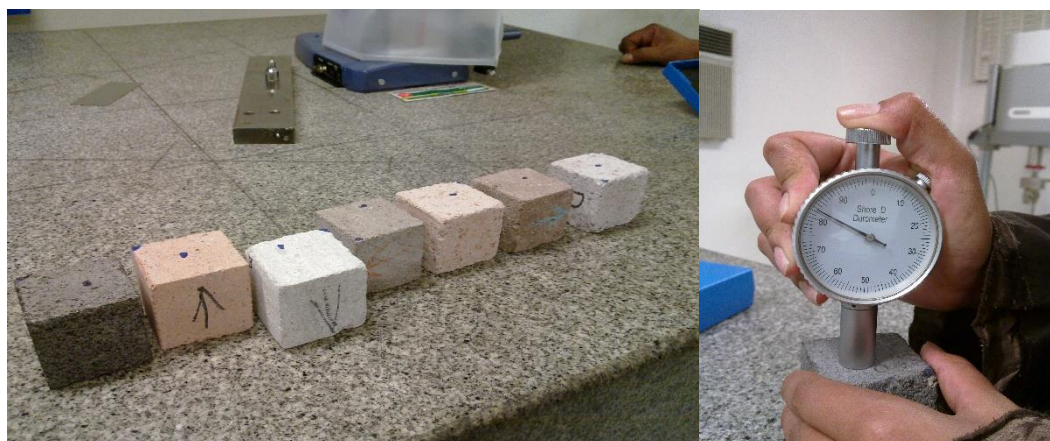


Figura A.5 Probetas y prueba de dureza.

Tabla A.4 Resultados De Dureza Shore.

Medidas lado "A"					Medidas lado "B"				
1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
97	97	97	94	98.8	89	82	88	96	88

Designación: C 99/C 99M – 09

Método para determinar el módulo de ruptura de la piedra dimensional

Aparato. Máquina de prueba- la precisión de esta prueba deberá estar dentro de 1% para el rango de 10 a 1000 lb<sub>f</sub> (50 a 5000 N).

Aplicación de la carga y soporte técnico de Bloques. Los apoyos de la muestra deberán ser de tipo oscilante (Figura A.6) con los bordes del tamaño equivalente del ancho de la muestra. La carga bloque de aplicación puede ser de en forma de mecedora o el tipo rígido. El partes de la aplicación de la carga y los bloques de contactar con el soporte la piedra se redondearán con un radio nominal de 1 / 2 "[13 mm].

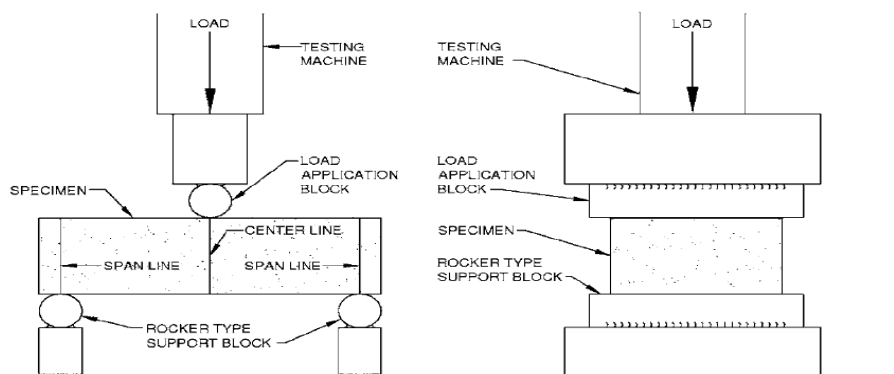


Figura A.6 Prueba de ruptura C 99/C 99M – 09.

Muestras de prueba. La muestra deberá ser de 4 x 8 x 2 1/4 pulg. [100 x 200 x 60 mm] en tamaño y fabricados con las tolerancias de  $\pm 1/16$  pulg. (2 mm).

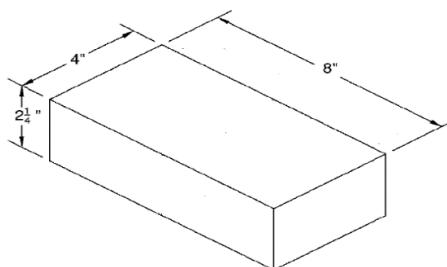


Figura A.7 Dimensiones de muestra de prueba C 99/C 99M – 09.

Deberán ser cortados de la muestra y se deberán pulir las superficies lisas. La superficie de 4 por 8 pulg. [100 por 200 mm] debe ser lo más plana y paralela como sea posible. Para carga perpendicular a la grieta se deben preparar cinco ejemplares con las dimensiones de 4 por 8 in. [100 por 200 mm] con caras paralelas a los planos de ruptura.

Para la carga paralela a la grieta, se deben preparar cinco muestras con las dimensiones de 4 por 2 1/4 in. [100 por 60 mm] con caras paralelas de la grieta.

Cuando las pruebas en la condición seca y húmeda son deseadas en la piedra, diez muestras deberán estar preparadas para cada dirección de la carga, que es decir, cinco para las pruebas en seco, perpendicular a la grieta, cinco para las pruebas de mojado, perpendicular a la grieta, etc.

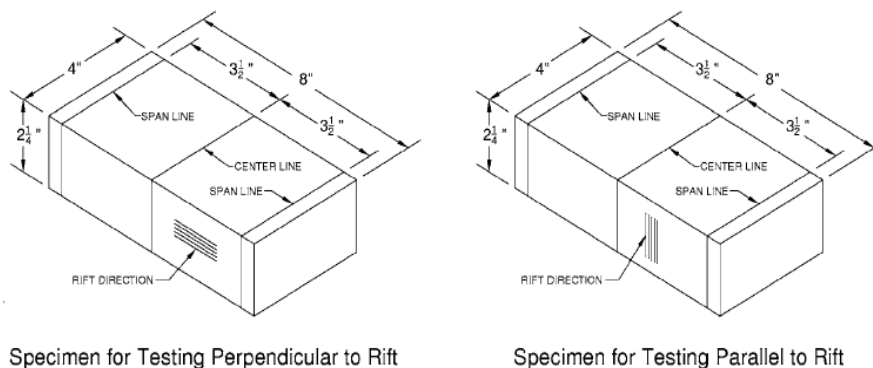


Figura A.8 Orientación de vetas A) modo perpendicular, B) Modo paralelo, prueba C 99/C 99M – 09.

En la cara superior de 4 por 8 pulg. dibujar una línea media extendida a lo largo de todas las superficie del bloque, posteriormente dibujar dos líneas con una de distancia de 3 1/2 in tomando como referencia la línea media.

Acondicionamiento. Las muestras deben secarse durante 48 horas a  $140^{\circ}\text{F} \pm 4^{\circ}\text{F}$  ( $60^{\circ}\text{C} \pm 2^{\circ}\text{C}$ ) En la 46<sup>a</sup>, 47<sup>a</sup> y 48 horas, se deben pesar las muestras para asegurar que el peso es el mismo. Si el peso sigue bajando, continúe para secar las muestras hasta que hay tres lecturas sucesivas por hora con el mismo peso. Después de retirar los ejemplares de la estufa, enfriar a temperatura ambiente en un desecador antes de la prueba ellos.

Muestras en condición húmeda. Se deben sumergir en agua durante 48 horas a  $72^{\circ}\text{F} \pm 4^{\circ}\text{F}$  [ $22^{\circ}\text{C} \pm 2^{\circ}\text{C}$ ]. La prueba se debe realizar inmediatamente después de retirarse del baño, secando previamente el agua superficial.

Coloque el montaje plano muestra sobre los bloques de soporte, espaciadas 7 pulg. [180 mm] separados y equidistantes de la carga las tres aplicaciones de carga y el bloque de soporte e paralelo. Cuando una carga de 10 libras [50 N], ha sido aplicada, detener la carga y hacer que todas las aplicaciones de carga y bloques de soporte coinciden con las marcas en la muestra. Aplicar el carga a una velocidad no superior a 1000 libras / min [5000 N / min] hasta la ruptura de la muestra.

Cálculo. Calcular el módulo de ruptura de cada muestra como sigue.



$$R = \frac{3Wl}{2bd^2}$$

Donde:

$R$  = módulo de ruptura, psi [MPa]

$W$  = carga de ruptura, lb<sub>f</sub> [N]

$l$  = longitud del vano, pulg [mm]

$b$  = ancho de la muestra, pulg [mm]

$d$  = espesor de la muestra, pulg [mm]

Designación: C 170/C 170M – 09

Método para determinar la resistencia a la compresión de la piedra dimensional

Aparato. En las máquinas de prueba vertical, el bloque con rodamiento esférico será suspendido de la cabeza superior de la máquina de tal manera que la placa de contacto sigue siendo una posición central (Superficies esféricas en contacto completo) cuando no esté cargado. Las superficies esféricas debe estar bien lubricadas y el centro de curvatura se debe encontrar en la superficie de contacto con la muestra.

Para carga perpendicular de compresión son necesarios al menos cinco ejemplares para las condiciones húmedas y cinco ejemplares para las secas.

Para carga paralelas de compresión son necesarios menos cinco ejemplares para las condiciones húmedas y cinco ejemplares secas pero en una sola dirección,

Las dimensiones de las muestras deberán tener una precisión de 0,02 pulg. (0.5 mm) y el áreas de carga calculada con precisión de 0,04 cm<sup>2</sup> [0.10 mm<sup>2</sup>].

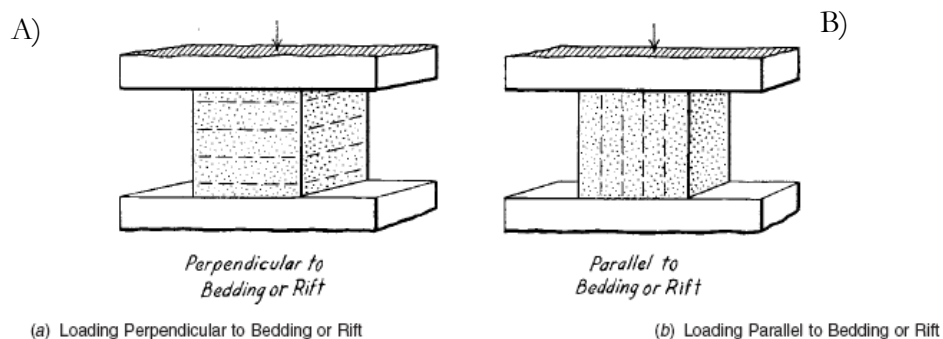


Figura A.9 Orientación de vetas A) modo perpendicular, B) Modo paralelo, prueba C 170/C 170M – 09.

Acondicionamiento. Las muestras deben secarse durante 48 horas a 140°F ± 4°F (60°C ± 2°C) En la 46<sup>a</sup>, 47<sup>a</sup> y 48 horas, se deben pesar las muestras para asegurar que el peso es el mismo. Si el peso sigue bajando, continúe para secar las muestras hasta que hay tres lecturas sucesivas por hora con el mismo peso. Después de retirar los ejemplares de la estufa, enfriar a temperatura ambiente en un desecador antes de la prueba ellos.

Muestras en condición húmeda, se deben sumergir en agua durante 48 horas a  $72^{\circ}\text{F} \pm 4^{\circ}\text{F}$  [ $22^{\circ}\text{C} \pm 2^{\circ}\text{C}$ ]. La prueba se debe realizar inmediatamente después de retirarse del baño, secando previamente el agua superficial.

Procedimiento. Para el centrado de las muestras en la máquina de prueba se aplica una carga inicial a un ritmo que permitirá el ajuste manual poniendo en contacto la placa sobre la muestra. Gire la placa de un lado a otro a través de un ángulo de  $30^{\circ}$  bajo una carga pequeña a la correcta asiento del bloque esférico, pero tenga cuidado de no mover la muestra fuera de la posición central. Preferiblemente, la tipo de carga no debe superar los 100 psi / s [ $0,5 \text{ MPa} / \text{s}$ ], pero este requisito puede ser considerada como cumplida si la velocidad de la carga la cabeza no es superior a  $0,05 \text{ cm} / \text{min}$  [ $1 \text{ mm} / \text{min}$ ].

Cálculo. Calcular la resistencia a la compresión de cada espécimen de la siguiente manera:

$$C = \frac{W}{A}$$

Dónde:

C = resistencia a la compresión de la muestra, psi [MPa]

W= carga total,  $\text{lb}_f$  [N], la ruptura de la muestra

A = área calculada de la superficie de apoyo en  $\text{pulg}^2$  [ $\text{mm}^2$ ].

Redondea cada resultado individual con una precisión de 100 psi [1 MPa].

Probetas C 170/C 170M – 09.

Los especímenes de prueba pueden ser cubos o cilindros de 2" (50 mm) por lado o diámetro y fabricados con las tolerancias de  $0,02$ " (0,5 mm) y la muestra debe ser cortada con sierras o brocas.

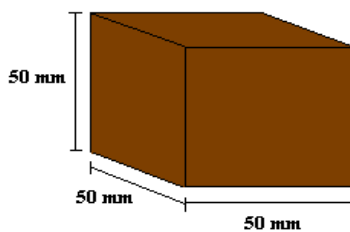


Figura A.10 Dimensiones de probeta C 170/C 170M – 09.

Cantidad.

10 ejemplares con corte en dirección horizontal a la vetas.

10 ejemplares con corte en dirección vertical a la vetas.

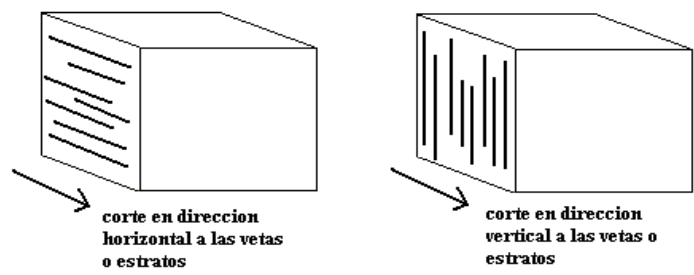


Figura A.11 Orientación de corte A) modo horizontal, B) Modo vertical, prueba C 170/C 170M – 09.

**CONACYT** Centro de Ingeniería y Desarrollo Industrial **COESI**

**LABORATORIO DE PRUEBAS MECÁNICAS**  
(MECHANICAL TESTING LABORATORY)

**INFORME DE RESULTADOS: APLICACIÓN DE CARGA**  
(REPORT OF RESULTS: PROOF OF LOAD)

REG. No. PM-10263  
HOJA 1 DE 2  
O.T.M. 100929

**I. INFORMACIÓN GENERAL** (GENERAL INFORMATION)

DESCRIPCIÓN DE LA PUEZA: COBERTORRÓN SECAS  
NORMA DE LA PRUEBA: ASTM C170  
NORMA DEL MATERIAL: (NATIONAL STANDARD)

FECHA DE RECEPCIÓN: 2005/08/24  
FECHA DE INFORME: 2005/08/26  
PROYECTO: (PROJECT)

CLIENTE: CENTRO DE INGENIERIA Y DESARROLLO INDUSTRIAL  
DIRECCIÓN: AV. PLAYA FIE DE LA CAJETA NO. 700, DESARROLLO SAN PABLO  
TELÉFONO: (PHONE)

EQUIPO UTILIZADO: (EQUIPMENT USED)  
MÓDULO: (MODULE)  
P.A. SERVO: (SERVO MOTOR)  
VELOCIDAD DE DEFORMACIÓN: (DEFORMATION RATE)  
MÁSCARA RELATIVA: (RELATIVE MASK)

**II. HOJA DE RESULTADOS PRUEBA DE APLICACIÓN DE CARGA**  
(RESULTS SHEET OF PROOF OF LOAD TEST)

PRUEBA (TEST)	ESFUERZO (FORCE)	DEFORMACIÓN (DEFORMATION)	ESFUERZO MÁXIMO (MAX. FORCE)	OBSERVACIONES (REMARKS)
1B	53.90	54.21	178900.000	61.227
2D	50.80	52.06	83800.000	31.706
3G	50.46	50.63	52700.000	20.928
4E	53.62	53.11	66100.000	23.914
5C	50.62	50.81	60300.000	23.399
6H	51.10	50.68	126000.000	28.090
7H	50.06	51.26	8900.000	3.771

COMENTARIOS (NOTES): (COMMENTS)

ING. CHRISTIAN FÉLIX MARTÍNEZ (ANALISTA) / ING. JOSÉ ALBERTO GALLARDO GONZÁLEZ (SUPERVISOR)

**CERTIFICADO ISO 9001** (CERTIFIED ISO 9001)

PM No. - 11931

**CONACYT** CENTRO DE INGENIERIA Y DESARROLLO INDUSTRIAL **COESI**

**LABORATORIO DE PRUEBAS MECÁNICAS**  
(MECHANICAL TESTING LABORATORY)

**INFORME DE RESULTADOS: APLICACIÓN DE CARGA**  
(REPORT OF RESULTS: PROOF OF LOAD)

REG. No. PM-10263  
HOJA 2 DE 2  
O.T.M. 100929

**III. GRÁFICOS DEL ENSAYO** (TESTING GRAPH)

Comment: 1-B SEC85 (mm)

Comment: 5-C SEC85 (mm)

COMENTARIOS (NOTES): (COMMENTS)

ING. CHRISTIAN FÉLIX MARTÍNEZ (ANALISTA) / ING. JOSÉ ALBERTO GALLARDO GONZÁLEZ (SUPERVISOR)

**CERTIFICADO ISO 9001** (CERTIFIED ISO 9001)

PM No. - 11931

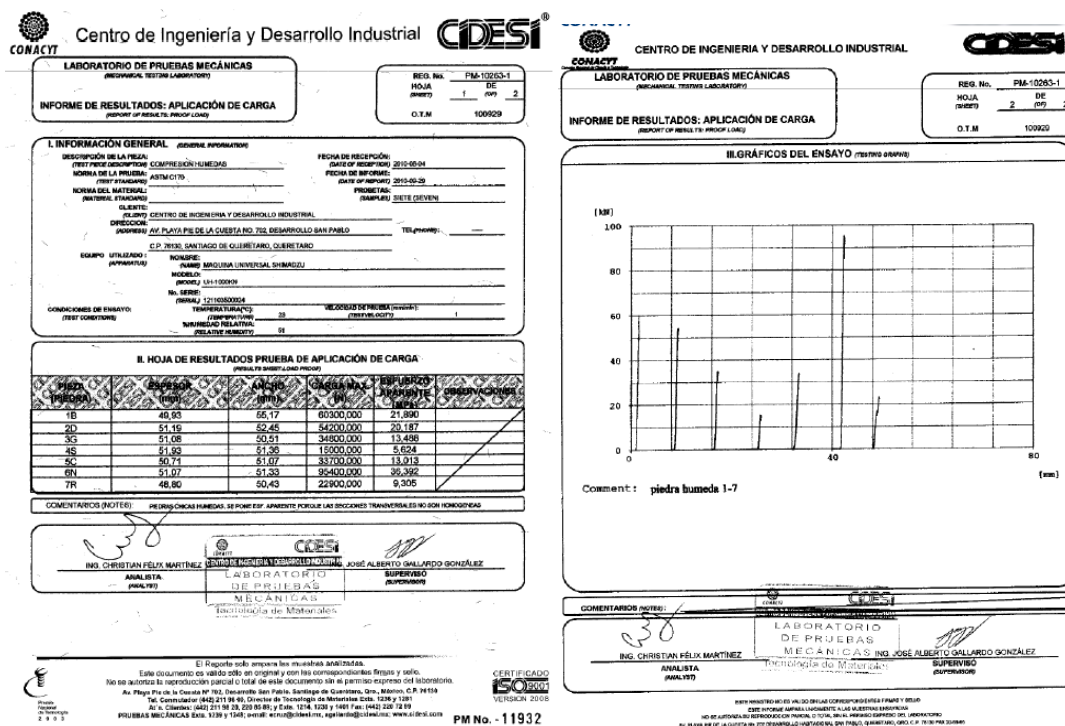


Figura A.12 Certificados prueba C-170.

Designación: C 880/C 880M – 09

Método para determinar la resistencia a la flexión de la piedra dimensional.

**Aparato.** El método de carga de cuatro puntos se utilizará en las pruebas de la flexión de la piedra, se emplean los bloques del cojinete que se asegurarán de que las fuerzas aplicadas solamente a viga sean verticales y sin aplicación excéntrica. El aparato debe ser capaz de mantener la longitud y las distancias del punto entre los bloques de la aplicación de carga y apoyar los bloques constantes a  $\pm 0.05$  pulg. [ $\pm 1$  mm]. La carga debe ser capaz de la aplicación en un rango uniforme y de tal manera que evite el choque.

**Las muestras de prueba.** Los especímenes de prueba serán de 4 pulg. (100 mm de ancho) por 1.25 Pulg. (30mm) de ancho por 15 Pulg. (350 mm) de largo, con un espacio de prueba de 12.5 Pulg. (300mm). Los laterales de la muestra tendrán un ángulo recto con la parte superior e inferior. Las muestras tendrán un acabado fino en los planos perpendiculares. Se realizarán un mínimo de cinco ejemplares para las pruebas de las distintas condiciones de prueba. El valor medio de los resultados del ensayo se considera como la resistencia a la flexión de la piedra.

**Acondicionamiento.** Las muestras deben secarse durante 48 horas a  $140^{\circ}\text{F} \pm 4^{\circ}\text{F}$  ( $60^{\circ}\text{C} \pm 2^{\circ}\text{C}$ ) En la 46<sup>a</sup>, 47<sup>a</sup> y 48 horas, se deben pesar las muestras para asegurar que el peso es el mismo. Si el peso sigue bajando, continúe para secar las muestras hasta que haya tres lecturas sucesivas por hora con el mismo peso. Después de retirar los ejemplares de la estufa, enfriar a temperatura ambiente en un desecador antes de realizar la prueba con ellos.

Muestras en condición húmeda, se deben sumergir en agua durante 48 horas a  $72^{\circ}\text{F} \pm 4^{\circ}\text{F}$  [ $22^{\circ}\text{C} \pm 2^{\circ}\text{C}$ ]. La prueba se debe realizar inmediatamente después de retirarse del baño, secando previamente el agua superficial.

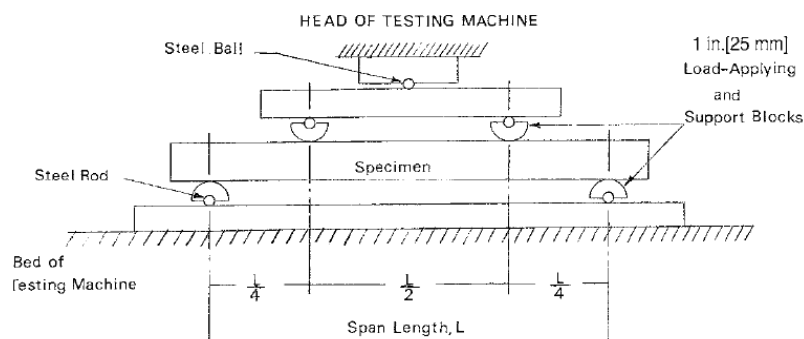


Figura A.13 Prueba de flexión C 880/C 880M – 09.

Procedimiento. Montar el aparato y colocar la muestra sobre los soportes de ajuste sobre los cuartos de punto de carga en contacto con la muestra, Aplicar la carga a una velocidad uniforme de la tensión de 600 psi/min (4MPa) hasta el punto de ruptura.

Cálculos. Calcular la resistencia a la flexión,  $s$  de la siguiente manera:

$$\sigma = \frac{3WL}{4bd^2}$$

Dónde:

$s$  = resistencia a la flexión, psi [MPa]

$W$  = carga máxima, lbf [N]

$L$  = distancia, pulg [mm]

$L = 10d$

$b$  = ancho de la muestra, pulg [mm],  $b \geq 1.5d$

$d$  = profundidad de la muestra, pulg [mm].

Los especímenes de prueba será de 4" (100 mm) de ancho por 1.25" (30 mm) de ancho por 15 pulg. (350 mm) de largo, fabricados con las tolerancias de  $\pm 1/16$  pulg. (2mm).

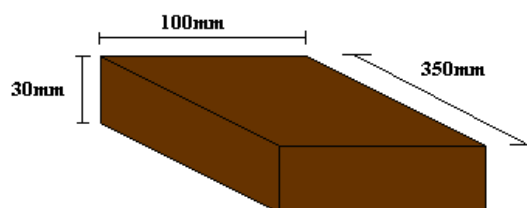


Figura A.14 Dimensiones de probeta.

Cantidad.



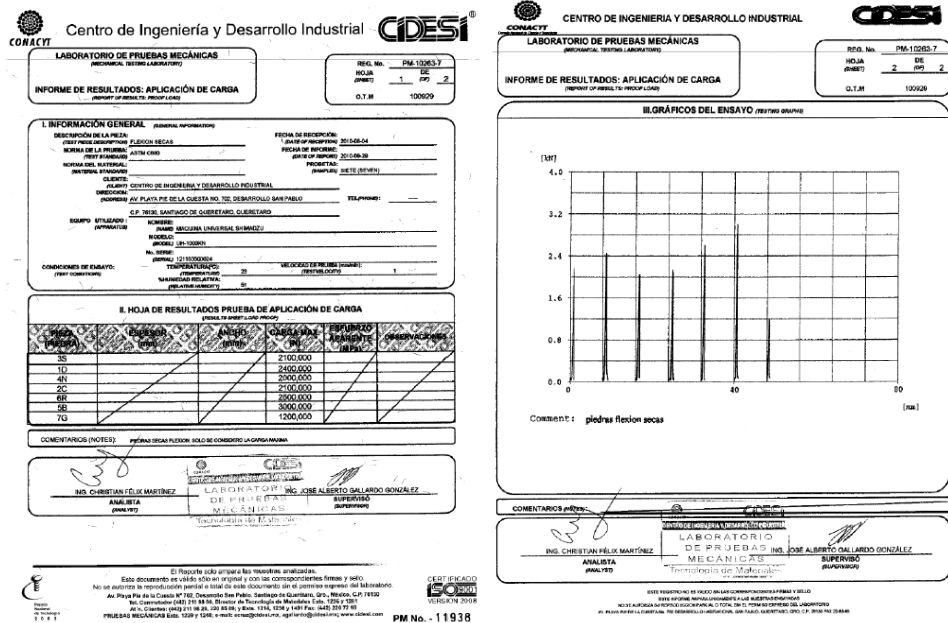


Figura A.16 Certificados prueba C-880.

Tabla A.5 Resultados pruebas.

Arenisca Cantera Naranja (Huichapan, Hgo.) ASTM C503		
Prueba	Valor	Unidades
Dureza	82-99	Shore D
Peso específico	1.73	
% absorción	15.65	%
Densidad absoluta	1,707.69	kg/m3
Carga máxima compresión Muestra seca	2,500,000.00	N
Esfuerzo aparente muestra seca	48,030.00	Mpa
Carga máxima compresión Muestra humed	95,400,000.00	N
Esfuerzo aparente	36,392.00	Mpa
Flexión muestra seca carga máxima	2,000,000.00	N
Flexión muestra húmeda máxima	900,000.00	N

### Anexo B. Estados y transformación de esfuerzos.

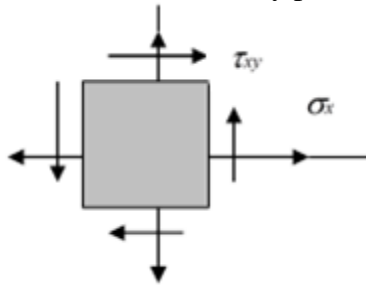
Es de gran importancia para este estudio definir y analizar los esfuerzos implicados en el disco de corte así se describen las variables y formulas a emplear.

Tensión o esfuerzo.- Es la reacción unitaria que se genera al interior de las fibras de los sistemas y de sus componentes como resultado de la acción de un agente externo y/o carga. Sus unidades son las de fuerza sobre unidades de área.

$$T = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta s} = \frac{dF}{ds}$$

Esta es la mínima representación (unitaria) del nivel, intensidad y tipo de carga en las fibras internas de un componente en una sección dada, esta representación constituye el paso inicial en el desarrollo de relaciones entre el estado de esfuerzo de un elemento y su resistencia; siendo una herramienta básica en el análisis de falla de los componentes.

Estados de Esfuerzo Simple.- Son los generados por cargas simples, normalmente son uniaxiales, pueden ser de dos tipos básicos: 1) Esfuerzos Normales que pueden ser generados por cargas axiales o momentos flectores y tienden a alargar o acortar las dimensiones del elemento. 2) Esfuerzos de Corte que actúan paralelos a las caras de los cubos de estado de esfuerzo, en pares sobre las caras opuestas y, tienden a generar distorsión en los cubos de estado de esfuerzo, en lugar de alargarlo o acortarlo. Pueden ser generados, por cortante directo, transversal de flexión y por torsión.



FiguraB.1 Estados de esfuerzo simples.

Estados de esfuerzo complejo y/o espacial.- Son el resultado de la acción simultánea de diferentes tipos de cargas, conduciendo a estados de esfuerzos multiaxiales.



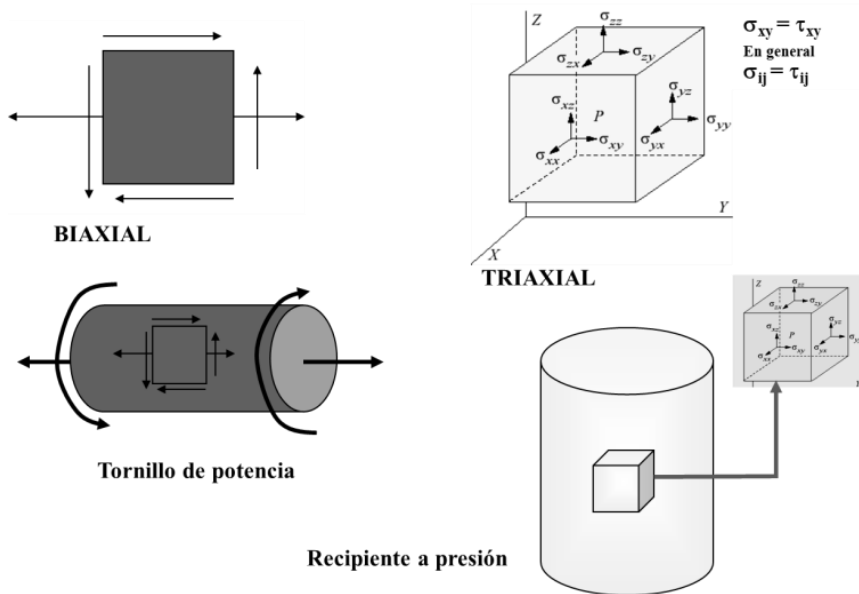


Figura B.2 Estados de esfuerzos multiaxiales.

Convenciones en el análisis de esfuerzos: Biaxial.-  $\sigma > 0$  si es de tracción.  $\tau_{ij} > 0$  si es SR, sentido se observa en caras positivas  $\tau_{xy} = -\tau_{yx}$

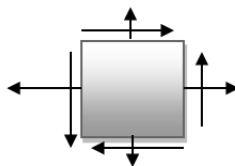


Figura B.3 Estados de esfuerzos Biaxiales.

Triaxial.-  $\sigma > 0$  si es de tracción  $\tau_{ij} > 0$  si el esfuerzo tiene el sentido del eje a que es paralelo se observa en las caras positivas.

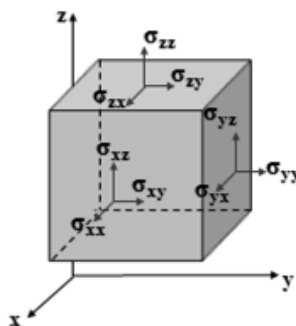


Figura B.4 Representación gráfica del tensor de esfuerzos.

$$\begin{aligned} \left| \begin{array}{c} \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{array} \right| &= \left| \begin{array}{c} \tau_{yx} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \end{array} \right| \\ \sigma_{xy} &= \tau_{xy}, \text{ en general } \sigma_{ij} = \tau_{ij} \end{aligned}$$

Ley de Hooke. Es la relación entre el esfuerzo y la deformación.

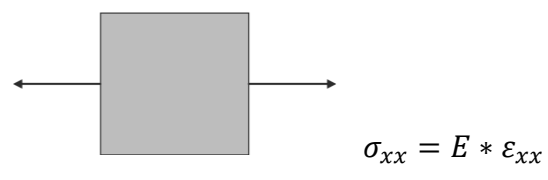


Figura B.5 Ley de Hooke.

Estado Uniaxial. En el rango elástico, las tensiones en los ejes se relacionan con las deformaciones de acuerdo con las siguientes propiedades del material: G,  $\gamma$  y E.

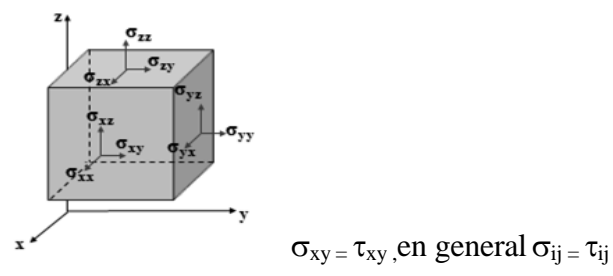


Figura B.6 Estado uniaxial de esfuerzos.

Material Anisótropo, estado multiaxiales  $s=C*e$  donde: s matriz de esfuerzos, C matriz de rigidez y e matriz de deformaciones.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} \\ \epsilon_{xy} \end{bmatrix}$$

Estados multiaxiales.

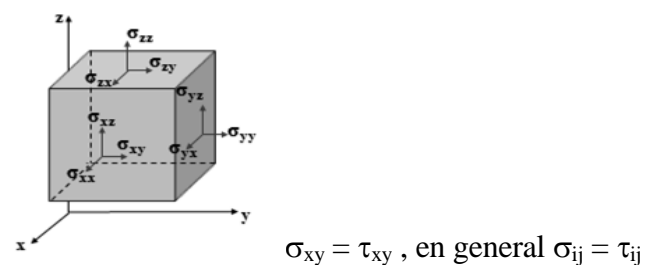


Figura B.7 Relación entre el esfuerzo y la deformación.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix}$$

Tensor de Esfuerzos vs Tensor de Deformaciones.

Relación de Poisson.- Es una propiedad del material que nos permite relacionar las deformaciones longitudinales y transversales derivadas de la aplicación de un esfuerzo dentro del rango elástico.

$$\gamma = \frac{\epsilon_{yx}}{\epsilon_{xx}} = \frac{\delta_{transv}}{\delta_{long}} = \left[ \frac{\epsilon_{yx}}{\frac{\sigma_{xx}}{E}} \right] = \left[ \frac{\epsilon_{zx}}{\frac{\sigma_{xx}}{E}} \right] = \epsilon_{yx} = \epsilon_{zx}$$

Relación de Poisson.

Consideraciones en la derivación de la Ley de Hooke generalizada: Se puede aplicar el principio de superposición debido a que: a) Cada efecto está linealmente relacionado con la carga que lo produce. b) Las deformaciones son pequeñas por lo que no inciden en las condiciones de aplicación de las cargas restantes

Planteamiento alternativo para la Ley de Hooke generalizada: Se ha considerado que los ejes x, y, z corresponden a las direcciones principales de esfuerzo. Se puede demostrar que en cualquier material de ingeniería  $0 < \gamma < (1/2)$

$$\epsilon_{1t} = \frac{\sigma_1}{E} - \gamma \frac{\sigma_2}{E} - \gamma \frac{\sigma_3}{E}$$

$$\epsilon_{2t} = \frac{\sigma_2}{E} - \gamma \frac{\sigma_1}{E} - \gamma \frac{\sigma_3}{E}$$

$$\epsilon_{3t} = \frac{\sigma_3}{E} - \gamma \frac{\sigma_1}{E} - \gamma \frac{\sigma_2}{E}$$

Planteamiento alternativo para la Ley de Hooke Generalizada:

$$\epsilon_{xt} = \frac{\sigma_x}{E} - \gamma \frac{\sigma_y}{E} - \gamma \frac{\sigma_z}{E}$$

$$\epsilon_{yt} = \frac{\sigma_y}{E} - \gamma \frac{\sigma_x}{E} - \gamma \frac{\sigma_z}{E}$$

$$\epsilon_{zt} = \frac{\sigma_z}{E} - \gamma \frac{\sigma_x}{E} - \gamma \frac{\sigma_y}{E}$$

$$\phi_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}; \quad \phi_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}; \quad \phi_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}$$

El esfuerzo cortante es directamente proporcional a la distorsión angular que genera, la constante de proporcionalidad se denomina Módulo de rigidez o de cortante G. Se puede demostrar que:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

Módulo de Rigidez.

Transformación de esfuerzos sobre un plano. El estado de esfuerzos en el plano  $x$  y  $y$  (Figura B10A); puede rotarse un ángulo  $\theta$  a un plano  $x'$  y  $y'$  (Figura B.10B).

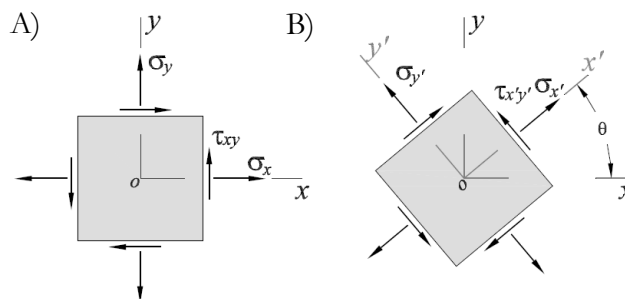


Figura B.8 Estado de esfuerzo en el plano: A) ejes coordenados  $x$  y  $y$ , B) rotación a los ejes  $x'$  y  $y'$ .

Considere un plano con normal unitaria  $\mathbf{n}$  que forma un ángulo  $\theta$  con el eje  $x$ , se define un vector unitario  $\mathbf{m}$  en la dirección tangencial al plano y en el sentido (Figura B.11).

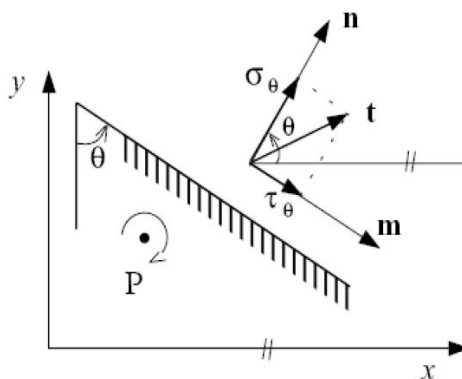


Figura B.9 Estado de esfuerzo sobre un plano.

Los vectores  $\mathbf{n}$  y  $\mathbf{m}$  están dados por:

$$\mathbf{n} = \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} \text{ y } \mathbf{m} = \begin{bmatrix} \sin \theta \\ -\cos \theta \end{bmatrix}$$

Sea  $\boldsymbol{\sigma}$  el tensor de esfuerzos en el punto con componentes en la base cartesiana:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{bmatrix}$$

El vector de tracción en el punto sobre el plano considerado es:

$$\mathbf{t} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x \cos \theta + \tau_{xy} \sin \theta \\ \tau_{yx} \cos \theta + \sigma_y \sin \theta \end{bmatrix}$$

Se definen el esfuerzo normal  $\boldsymbol{\sigma}_\theta$  y el esfuerzo tangencial  $\boldsymbol{\tau}_\theta$ , sobre el plano inclinado  $\theta$  como:

$$\boldsymbol{\sigma}_\theta = \mathbf{t} \cdot \mathbf{n} = [\sigma_x \cos \theta + \tau_{xy} \sin \theta; \tau_{yx} \cos \theta + \sigma_y \sin \theta] \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\sigma}_\theta = \sigma_x \cos^2 \theta + 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta + \sigma_y \sin^2 \theta$$

$$\boldsymbol{\tau}_\theta = \mathbf{t} \cdot \mathbf{m} = [\sigma_x \cos \theta + \tau_{xy} \sin \theta; \tau_{yx} \cos \theta + \sigma_y \sin \theta] \begin{bmatrix} \sin \theta \\ -\cos \theta \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\tau}_\theta = \sigma_x \sin \theta \cos \theta + \tau_{xy} \sin^2 \theta - \tau_{yx} \cos^2 \theta - \sigma_y \sin \theta \cos \theta$$

$$\boldsymbol{\tau}_\theta = [\sigma_x - \sigma_y] \sin \theta \cos \theta + \tau_{xy} [\sin^2 \theta - \cos^2 \theta]$$

Utilizando las siguientes relaciones trigonométricas:

$$\sin(2\theta) = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\cos^2 \theta = \frac{1 + \cos(2\theta)}{2}$$

$$\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos(2\theta)}{2}$$

Las ecuaciones se pueden reescribir como:

$$\boldsymbol{\sigma}_\theta = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos(2\theta) + \tau_{xy} \sin(2\theta)$$

$$\boldsymbol{\tau}_\theta = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin(2\theta) - \tau_{xy} \cos(2\theta)$$

De estas ecuaciones se obtiene el estado de esfuerzos par a los ejes del plano  $x'$  y  $y'$  (Figura B.10).

$$\boldsymbol{\sigma}_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos(2\theta) + \tau_{xy} \sin(2\theta)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{y'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos(2\theta) - \tau_{xy} \sin(2\theta)$$

$$\boldsymbol{\tau}_{x'y'} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin(2\theta) + \tau_{xy} \cos(2\theta)$$

Diagonalización del tensor de esfuerzos. El problema de diagonalización del tensor de esfuerzos consiste en, conocidas las componentes del tensor en un cierto sistema de ejes X-Y, obtener las direcciones y esfuerzos principales, figura. B.12.

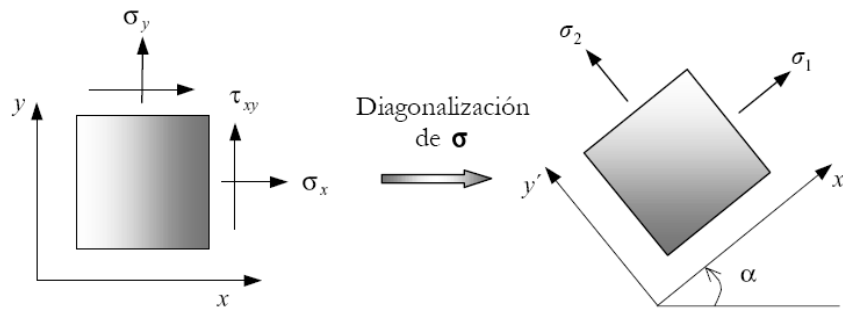


Figura B.10 Problema de diagonalización.

Las direcciones, asociadas a los ejes  $x'$  y  $y'$ , definidas por los ángulos  $\alpha$  y  $\frac{\pi}{2} + \alpha$  determinan las inclinaciones de los dos planos sobre los cuales los esfuerzos sólo tienen componente normal  $\sigma_\alpha$ , mientras que la componente tangencial  $\tau_\alpha = 0$ . Aplicando esta condición en la ecuación anterior se obtiene:

$$\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin(2\alpha) - \tau_{xy} \cos(2\alpha) = 0$$

$$\tan(2\alpha) = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

Sean las siguientes identidades trigonométricas:

$$\sin(2\alpha) = \pm \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\tan^2(2\alpha)}}}$$

$$\cos(2\alpha) = \pm \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2(2\alpha)}}$$

Sustituyendo en las ecuaciones anteriores:

$$\sin(2\alpha) = \pm \frac{\tau_{xy}}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}}$$

$$\cos(2\alpha) = \pm \frac{\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}}$$

Las ecuaciones proporcionan dos soluciones (asociadas a los signos  $+$  y  $-$ )  $\alpha_1$  y  $\alpha_2 = \alpha_1 + \frac{\pi}{2}$ , que definen las dos direcciones principales ortogonales en el plano de análisis. Los correspondientes esfuerzos principales se obtienen substituyendo el ángulo  $\theta = \alpha$ .

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos(2\alpha) + \tau_{xy} \sin(2\alpha)$$

y substituyendo tenemos:

$$\begin{aligned}\sigma_{1,2} &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}} \pm \frac{\tau_{xy}^2}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}} \\ &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}}\end{aligned}$$

Obteniéndose los esfuerzos principales:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

Circulo de MOHR para esfuerzos. Las dos formas del círculo de Mohr se muestran en la Fig., la diferencia son el eje de las ordenadas  $\tau$  y su correspondiente sentido positivo de los ángulos.

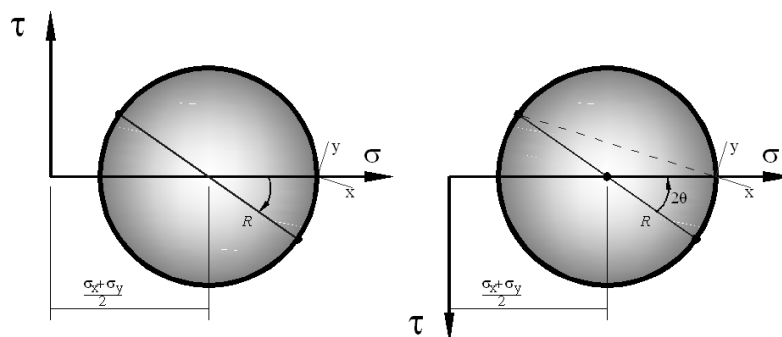


Figura B.11 Tipos del trazo del círculo de Mohr.

Construcción del círculo de Mohr:

1. Dibujo de un sistema de ejes coordenados con  $\sigma$  como abscisa, positivo hacia la derecha, y  $\tau$  como ordenada, positivo hacia abajo.
2. Localice el centro C del círculo en el punto con coordenadas  $\sigma_{prom}$  y  $\tau = 0$ .

$$\sigma_{prom} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$

3. Localice el punto A que representa las condiciones de esfuerzo sobre la cara  $X_1$  del elemento (Figura B.12); marcando sus coordenadas  $\sigma = \sigma_y$  y  $\tau = \tau_{xy}$ . Note que el punto A corresponde a  $\theta = 0^\circ$ .

4. Localice el punto B que representa las condiciones de esfuerzo sobre la cara del elemento (Figura B.12); trazando sus coordenadas  $\sigma = \sigma_y$  y  $\tau = -\tau_{xy}$ . Observe que el punto B sobre el círculo corresponde a  $\theta = 90^\circ$ .

5. Dibuje una línea del punto A al B. Esta línea es un diámetro del círculo y pasa por el centro C. Los puntos A y B, que representan los esfuerzos sobre planos a  $90^\circ$  uno

del otro están en extremos opuestos del diámetro (y, por lo tanto, están a  $180^\circ$  uno del otro sobre el círculo).

6. Con el punto C como centro, trace el círculo de Mohr por los puntos A y B. El círculo dibujado de esta manera tiene radio R.

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

7. Cálculo de los esfuerzos principales y ubicación

$$\sigma_{1,2} = \sigma_{prom} \pm R$$

8. Cálculo del ángulo  $\theta$

$$2\theta = \tan\left(\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}\right)$$

9. Cálculo del esfuerzo cortante máximo  $\tau_{m\acute{a}x}$  y del ángulo  $\beta$ .

$$\tau_{m\acute{a}x} = R$$

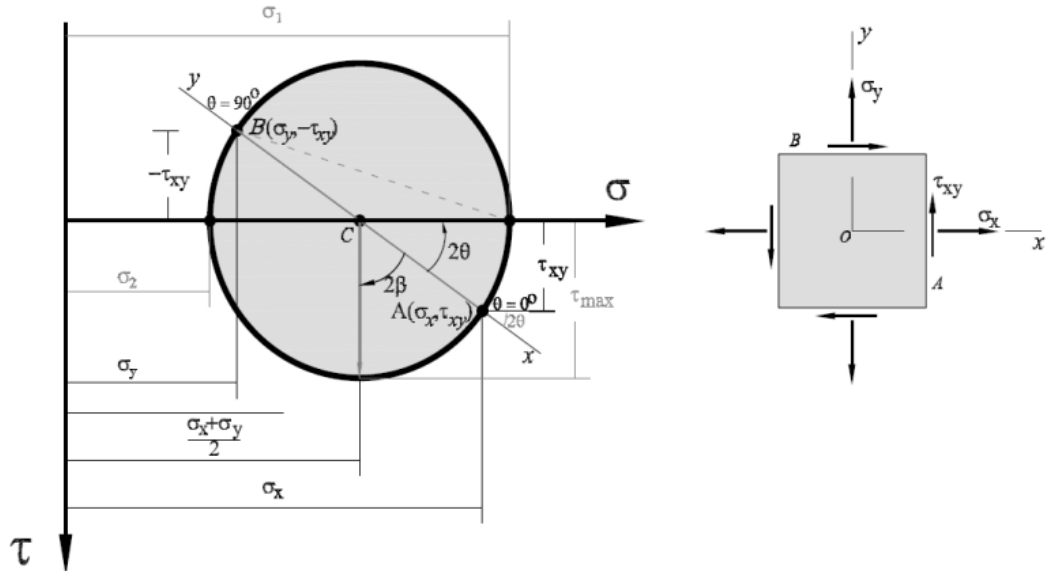


Figura B.12 Trazo Mohr.



### Anexo C. Estados y transformación de esfuerzos.

En este estudio se consideraron los parámetros dimensionales de la ranura tipo “llave” del disco empleado en los análisis de corte, se describe el ancho de ranura mediante la letra **e**, el diámetro de la ranura circular de la base es designado con la letra **d** y finalmente la profundidad de la raíz con la letra **H**.

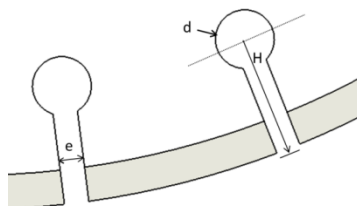


Figura C.1 Parámetros dimensionales.

Es necesario describir las restricciones dimensionales que presenta el modelo geométrico tipo “llave”, para construir las combinaciones posibles del modelo, se debe considerar que el diámetro  $d$  nunca podrá ser menor al ancho de ranura  $e$  ( $d \geq e$ ), y el radio del orificio nunca igual o mayor que la profundidad  $H$  ( $\frac{d}{2} < H$ ).

Tabla C.1 Combinaciones de parámetros dimensionales.

Combinaciones Ranura "Tipo Llave"			
Combinación	H (Factor A)	d (Factor B)	e (Factor C)
1	16	5	3
2	16	5	5
3	16	6	3
4	16	6	5
5	16	7	3
6	16	7	5
7	20	5	3
8	20	5	5
9	20	6	3
10	20	6	5
11	20	7	3
12	20	7	5
13	24	5	3
14	24	5	5
15	24	6	3
16	24	6	5
17	24	7	3
18	24	7	5

Propiedades del material:

Material: Acero AISI 1015 Rolado en frío (SS)

Tipo de modelo: Linear Elástico lineal Isotrópico

Criterio de falla por default: Esfuerzos máximos von Mises

Límite elástico:  $3.25e+008 \text{ N/m}^2$

Resistencia a la tracción:  $3.85e+008 \text{ N/m}^2$ .

Detalle de fijación y aplicación de cargas: Fijación: Geométricamente en la parte central del disco, esta se aplica físicamente sobre las dos caras del disco cubriendo el área de circunferencia 50 mm y eliminando el área central de 25.4 mm queda finalmente cubriendo un área de  $1456\text{mm}^2$  por cara.

Cargas: aplicadas sobre un diente de disco

Fuerza tangencial  $FT=64.4$  N

Fuerza Radial  $FR=52.665$  N

### Simulación 16-5-3

Nombre del estudio: Simulation Xpress Study

Tipo de análisis: Estático

Contenido:

- a) Información del modelo.
- b) Propiedades del material.
- c) Aplicación de cargas y fijaciones.
- d) Información del mallado.
- e) Resultados del estudio.

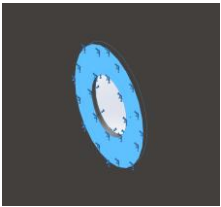
Tabla C.2 Información del modelo.

Solid Bodies			
Document Name and Reference	Treated As	Volumetric Properties	Document Path/Date Modified
Boss-Extrude3	Solid Body	Mass:2.13571 kg	E:\DSA W05 2017. Personal\2017 W05 Investigación Blade Disc\Soporte de la Investigación\Simulación\V3\16-5-3.SLDPR
		Volume:0.000271373 m <sup>3</sup>	01/02/2010 13:32
		Density:7870 kg/m <sup>3</sup>	
		Weight:20.9299 N	

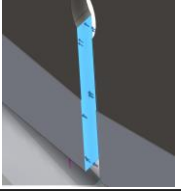
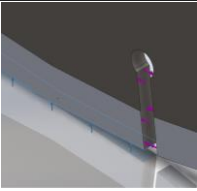
Tabla C.3 Propiedades del material.

Material Properties			
Model Reference	Properties		Components
	Name:	AISI 1015 Steel, Cold Drawn (SS)	SolidBody 1(Boss-Extrude3)(16-5-3)
	Model type:	Linear Elastic Isotropic	
	Default failure criterion:	Max von Mises Stress	
	Yield strength:	3.25e+008 N/m <sup>2</sup>	
	Tensile strength:	3.85e+008 N/m <sup>2</sup>	

Tabla C.4 A) Aplicación de cargas B) Aplicación de fijaciones.

Fixture name	Fixture Image	Fixture Details	
Fixed-7		Entities:	2 face(s)
		Type:	Fixed Geometry

A)

Load name	Load Image	Load Details	
Force-9		Entities:	1 face(s)
		Type:	Apply normal force
		Value:	64.4 N
Force-10		Entities:	1 face(s)
		Type:	Apply normal force
		Value:	52.665 N

B)

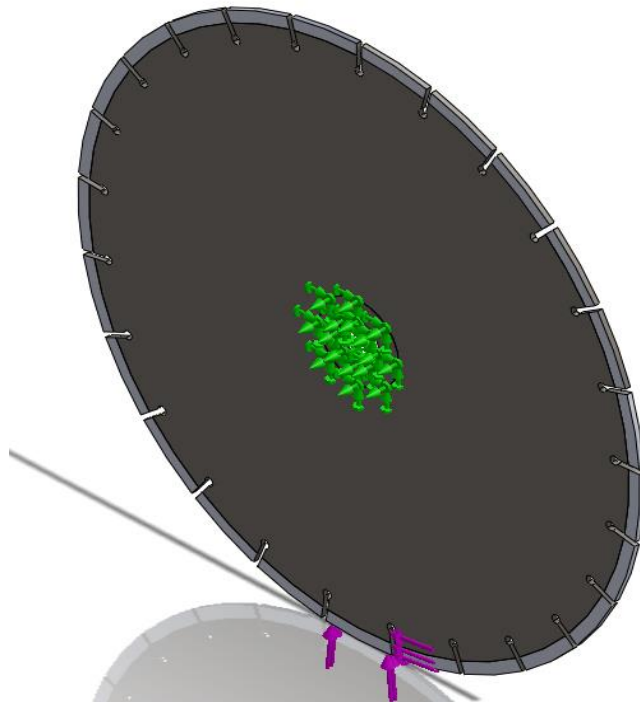


Figura C.2 Cargas y fijaciones sobre el disco.

Tabla C.5 Información del mallado.

Mesh Information	
Mesh type	Solid Mesh
Mesher Used:	Standard mesh
Automatic Transition:	Off
Include Mesh Auto Loops:	Off
Jacobian points	4 Points
Element Size	8.92161 mm
Tolerance	0.446081 mm
Mesh Quality	High
Mesh Information - Details	
Total Nodes	19953
Total Elements	9427
Maximum Aspect Ratio	9.9856
% of elements with Aspect Ratio < 3	36.7
% of elements with Aspect Ratio > 10	0
% of distorted elements(Jacobian)	0
Time to complete mesh(hh:mm:ss):	00:00:05
Computer name:	CIQU-LW14109

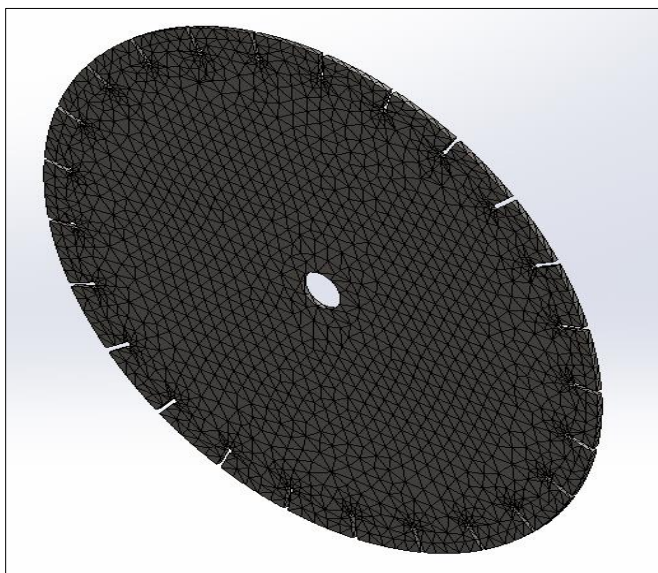


Figura C.3 Mallado.

Tabla C.6 Resultados del estudio simulación 16-5-3.

Study Results			
Name	Type	Min	Max
Stress	VON: von Mises Stress	7.39311e-006 N/mm <sup>2</sup> (MPa)	4.80164 N/mm <sup>2</sup> (MPa)
		Node: 3614	Node: 19042

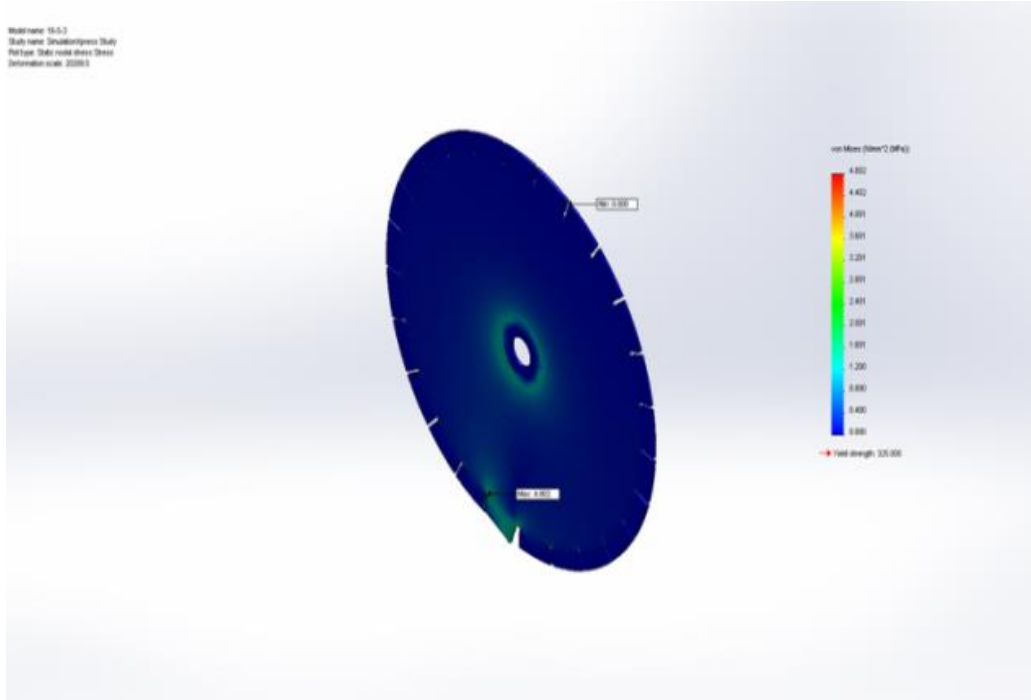


Figura C.4 Grafica de resultados simulación 16-5-3.

Simulación 16-5-5

Tabla C.7 Resultados del estudio simulación 16-5-5.

Study Results			
Name	Type	Min	Max
Stress	VON: von Mises Stress	4.97073e-006 N/mm <sup>2</sup> (MPa)	4.92912 N/mm <sup>2</sup> (MPa)
		Node: 3133	Node: 278

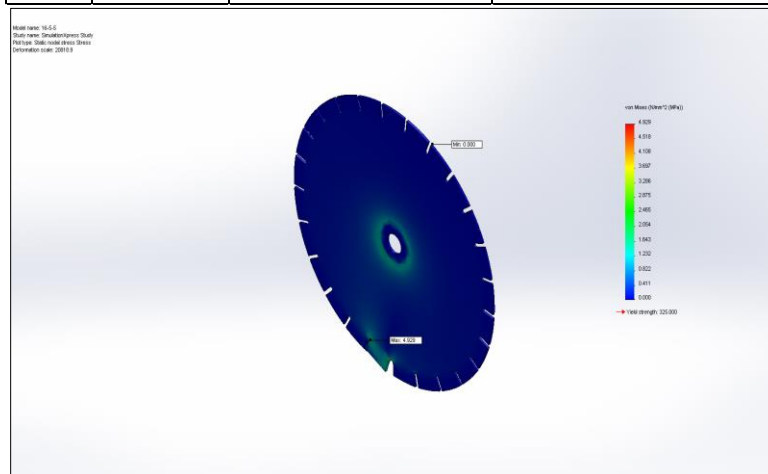


Figura C.5 Grafica de resultados simulación 16-5-5.

## Simulación 16-6-3

Tabla C.8 Resultados del estudio simulación 16-6-3.

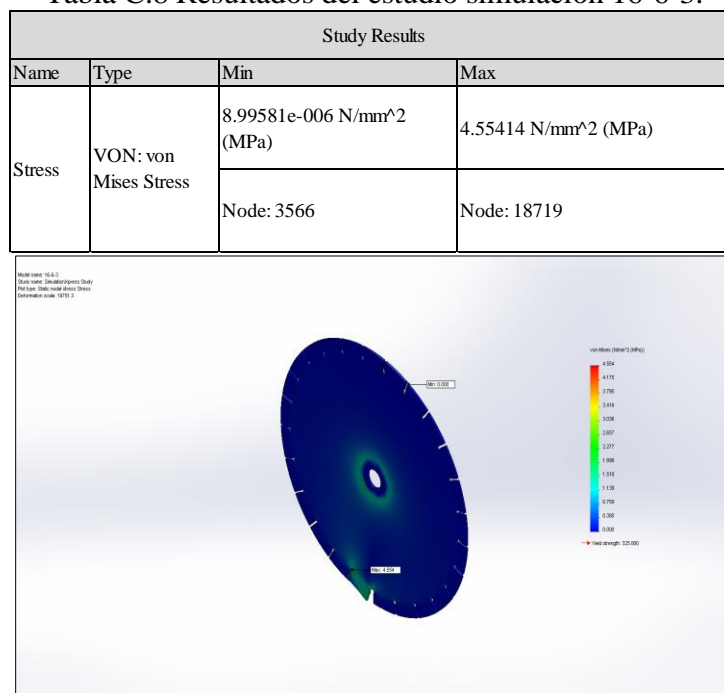


Figura C.6 Grafica de resultados simulación 16-6-3.

## Simulación 16-6-5

Tabla C.9 Resultados del estudio simulación 16-6-5.

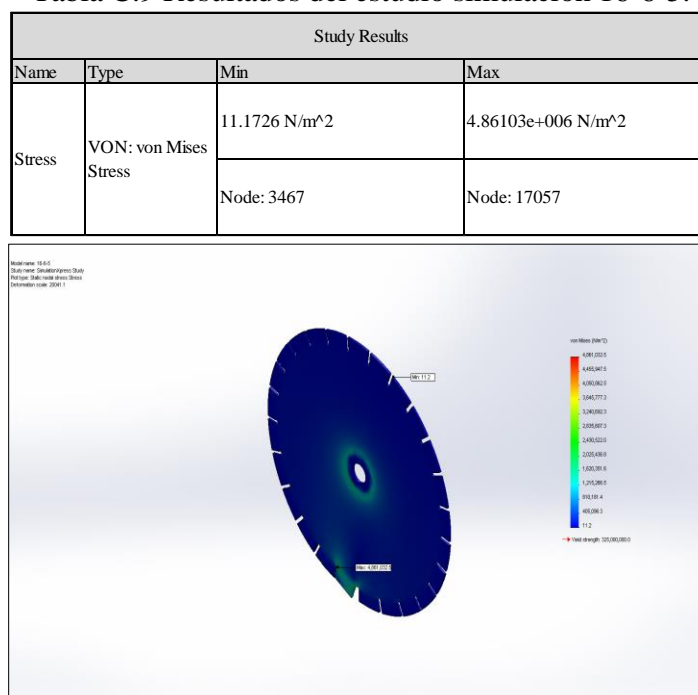


Figura C.7 Grafica de resultados simulación 16-6-5.

## Simulación 16-7-3

Tabla C.10 Resultados del estudio simulación 16-7-3.

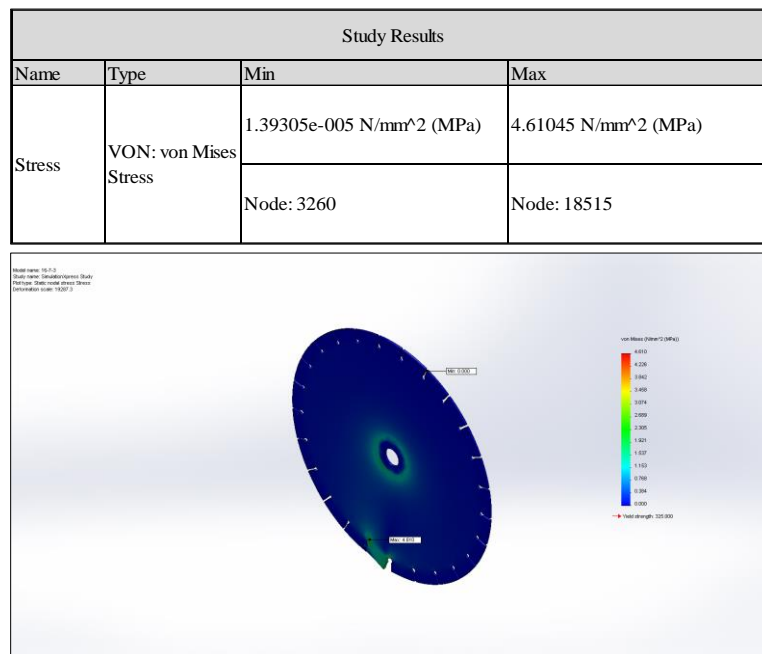


Figura C.8 Grafica de resultados simulación 16-7-3.

## Simulación 16-7-5

Tabla C.11 Resultados del estudio simulación 16-7-5.

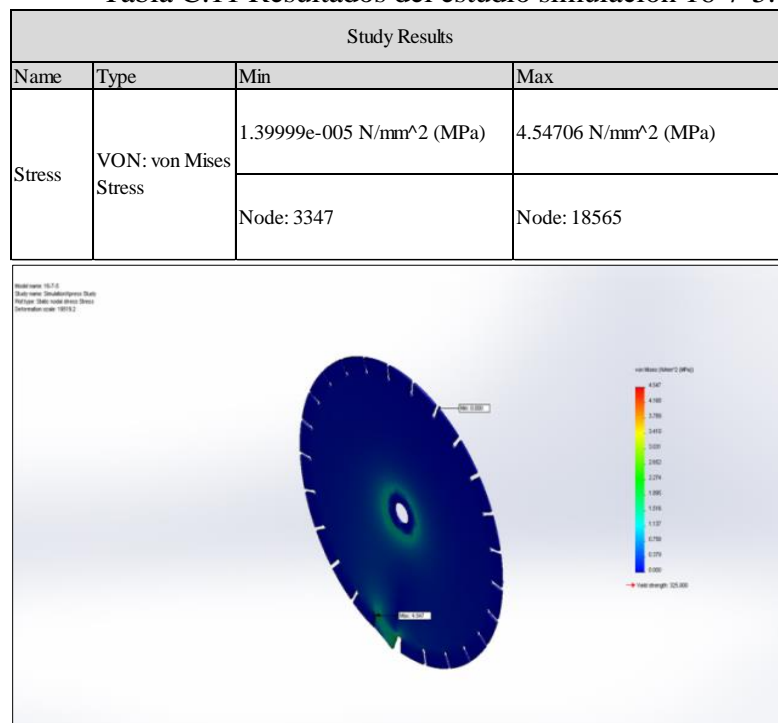


Figura C.9 Grafica de resultados simulación 16-7-5.

## Simulación 20-5-3

Tabla C.12 Resultados del estudio simulación 20-5-3.

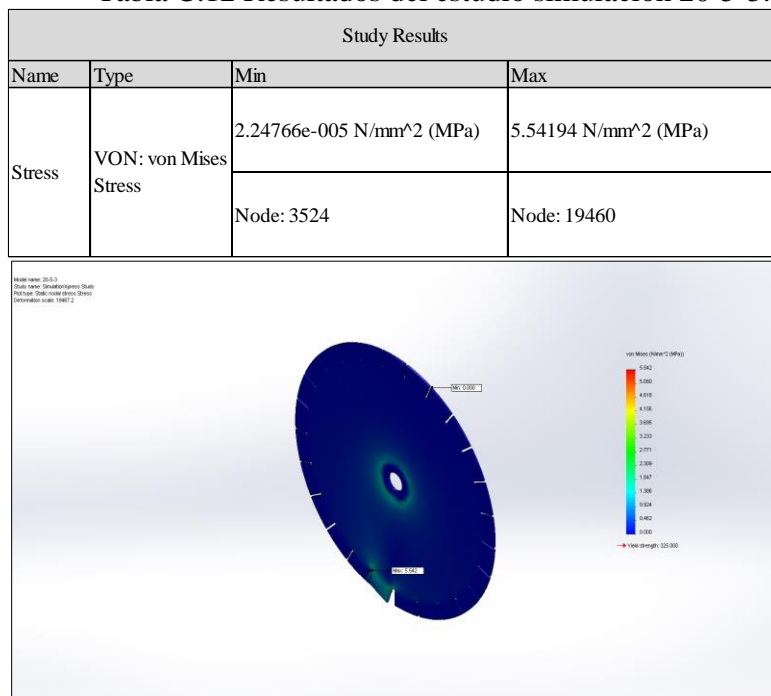


Figura C.10 Grafica de resultados simulación 20-5-3.

## Simulación 20-5-5

Tabla C.13 Resultados del estudio simulación 20-5-5.

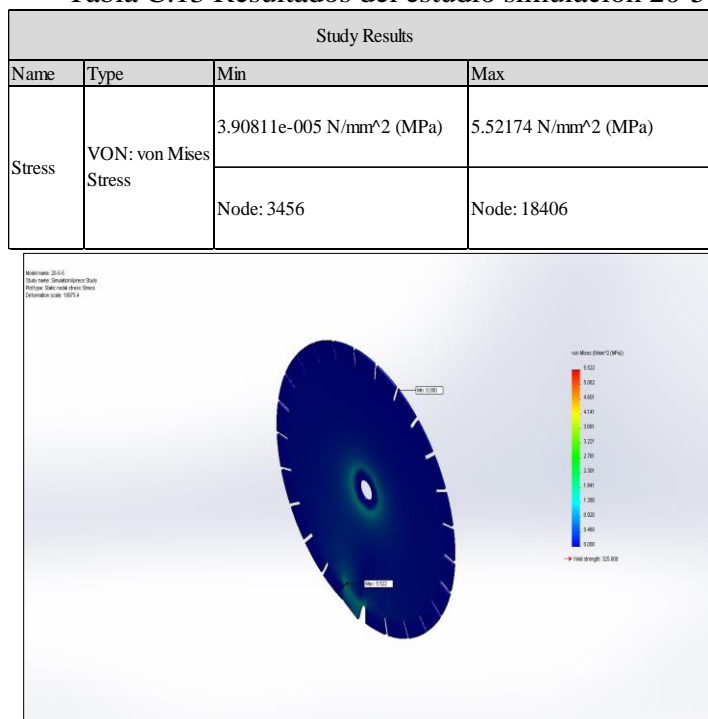


Figura C.11 Grafica de resultados simulación 20-5-5.



Simulación 20-6-3

Tabla C.14 Resultados del estudio simulación 20-6-3.

Study Results			
Name	Type	Min	Max
Stress	VON: von Mises Stress	3.49792e-005 N/mm <sup>2</sup> (MPa)	5.21687 N/mm <sup>2</sup> (MPa)
		Node: 3561	Node: 18625

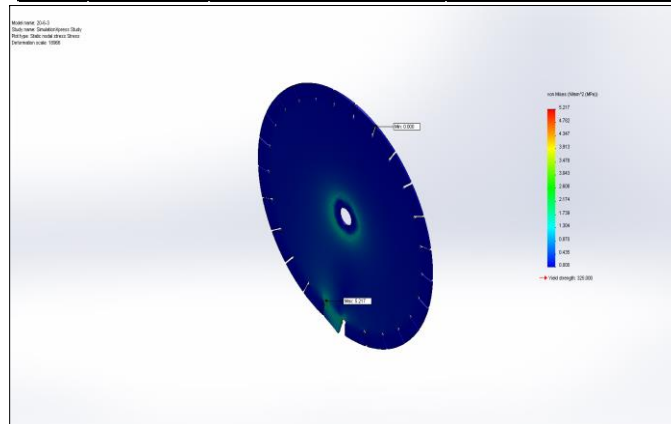


Figura C.12 Grafica de resultados simulación 20-6-3.

Simulación 20-6-5

Tabla C.15 Resultados del estudio simulación 20-6-5.

Study Results			
Name	Type	Min	Max
Stress	VON: von Mises Stress	3.41206e-005 N/mm <sup>2</sup> (MPa)	5.69342 N/mm <sup>2</sup> (MPa)
		Node: 3402	Node: 360

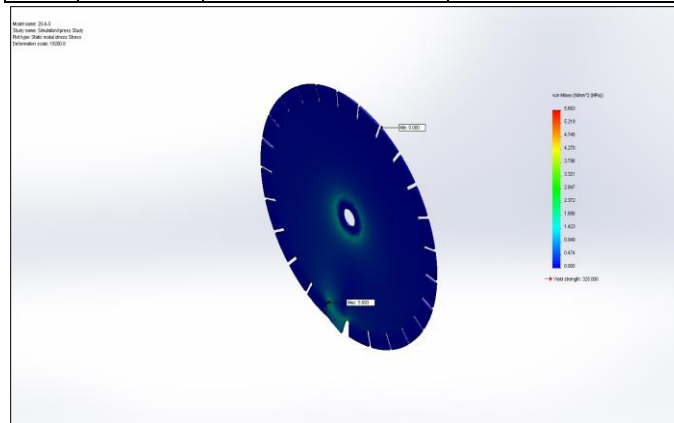


Figura C.13 Grafica de resultados simulación 20-6-5.

## Simulación 20-7-3

Tabla C.16 Resultados del estudio simulación 20-7-3.

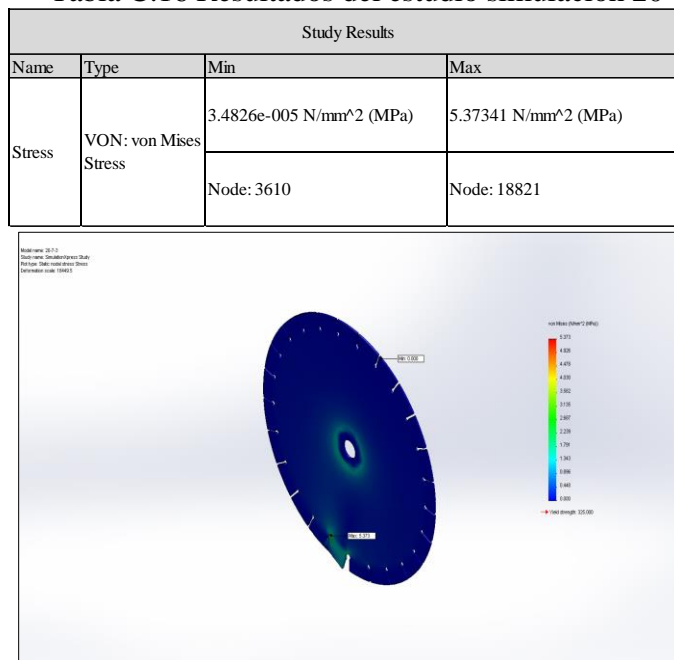


Figura C.14 Grafica de resultados simulación 20-7-3.

## Simulación 20-7-5

Tabla C.17 Resultados del estudio simulación 20-7-5.

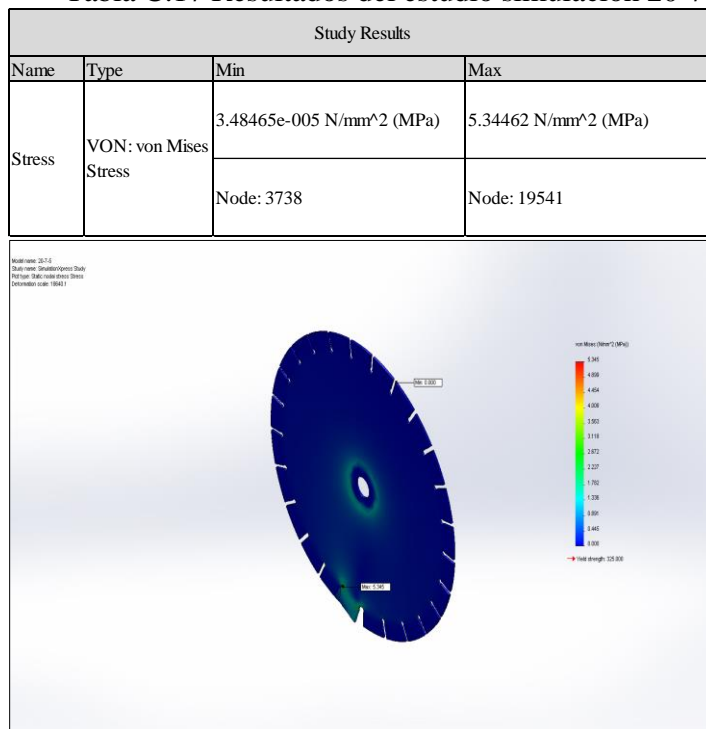


Figura C.15 Grafica de resultados simulación 20-7-5.

## Simulación 24-5-3

Tabla C.18 Resultados del estudio simulación 24-5-3.

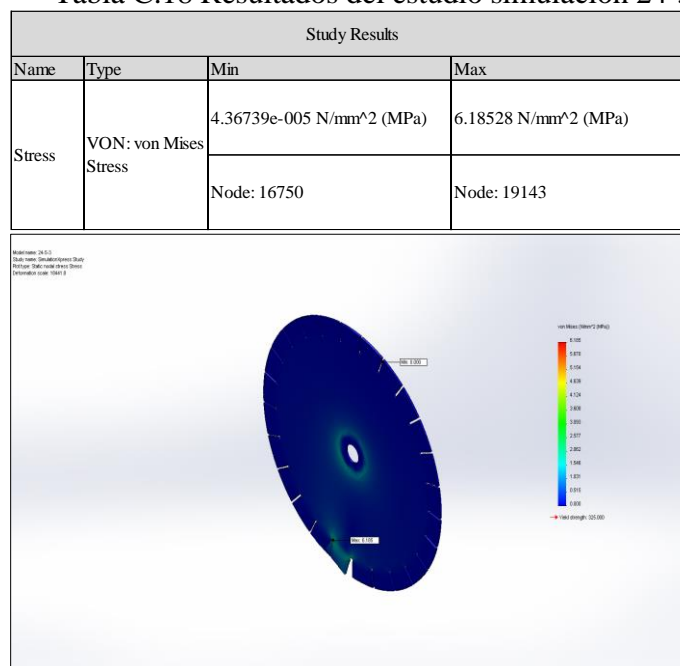


Figura C.16 Grafica de resultados simulación 24-5-3.

## Simulación 24-5-5

Tabla C.19 Resultados del estudio simulación 24-5-5.

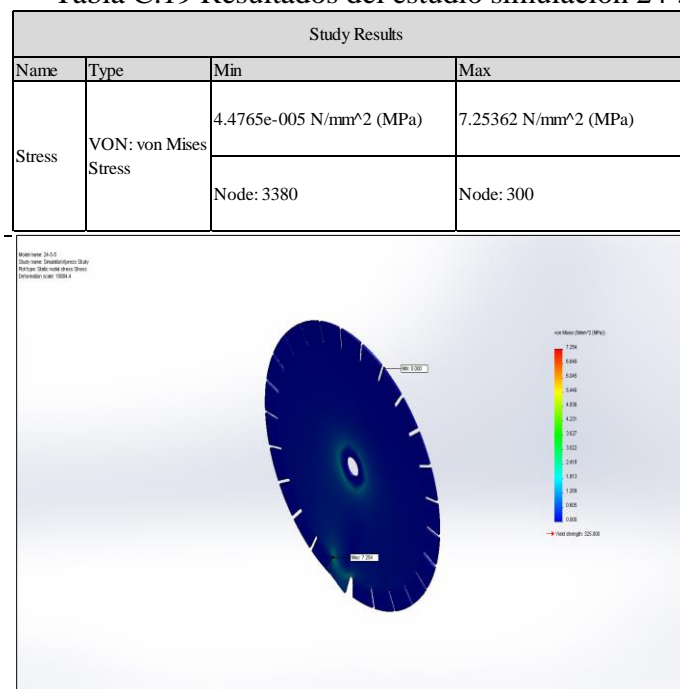


Figura C.17 Grafica de resultados simulación 24-5-5.

## Simulación 24-6-3

Tabla C.20 Resultados del estudio simulación 24-6-3.

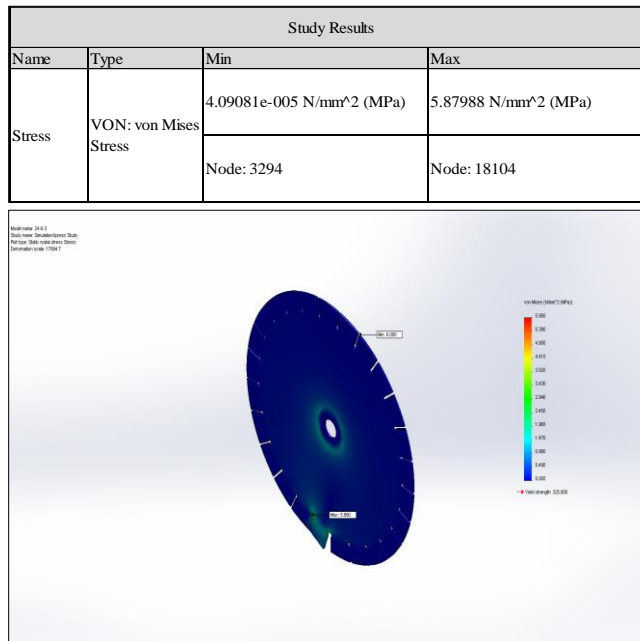


Figura C.18 Grafica de resultados simulación 24-6-3.

## Simulación 24-6-5

Tabla C.21 Resultados del estudio simulación 24-6-5.

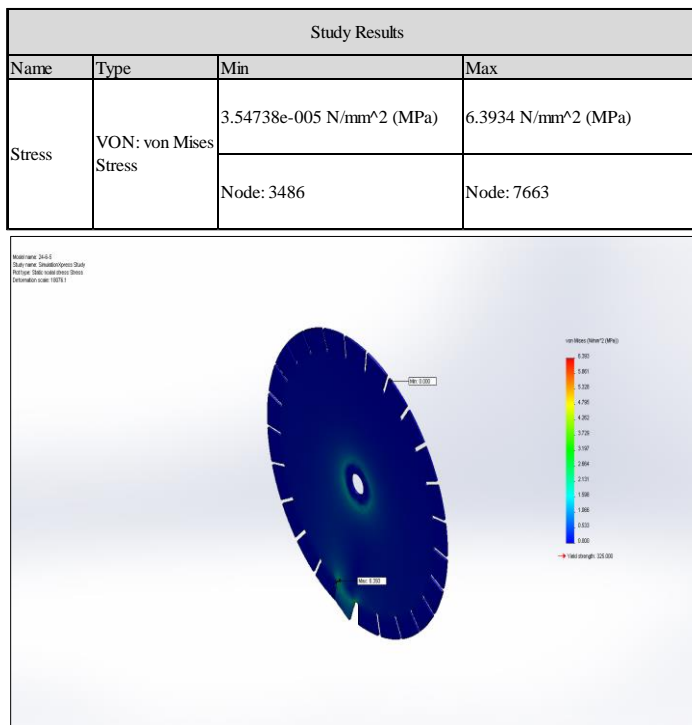


Figura C.19 Grafica de resultados simulación 24-6-5.



Resultados.

Tabla C.24 Resumen de resultados.

Combinaciones Ranura "Tipo Llave"				
Combinación	h	d	e	Esfuerzo Max Von Mises N/mm2 (Mpa)
1	16	5	3	4.80164
2	16	6	3	4.55414
3	16	7	3	4.61045
4	16	5	5	4.92912
5	16	6	5	4.86103
6	16	7	5	4.54706
7	20	5	3	5.54194
8	20	6	3	5.21687
9	20	7	3	5.37341
10	20	5	5	5.52174
11	20	6	5	5.69342
12	20	7	5	5.34462
13	24	5	3	6.18528
14	24	6	3	5.87988
15	24	7	3	5.83886
16	24	5	5	7.25362
17	24	6	5	6.39340
18	24	7	5	6.01572

## Anexo D Diseño de experimentos.

El modelo estadístico para este diseño es:

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + \gamma_k + (\tau\beta)_{ij} + (\tau\gamma)_{ik} + (\beta\gamma)_{jk} + (\tau\beta\gamma)_{ijk} + u_{ijk}$$

con  $i = 1, 2, \dots, a$ ;  $j = 1, 2, \dots, b$ ;  $k = 1, 2, \dots, c$  donde

$\tau_i$ ,  $\beta_j$  y  $\gamma_k$ : Son los efectos producidos por el nivel  $i$ -ésimo del factor A, ( $\sum_i \tau_i = 0$ ), por el nivel  $j$ -ésimo del factor B, ( $\sum_j \beta_j = 0$ ) y por el nivel  $k$ -ésimo del factor C, ( $\sum_k \gamma_k = 0$ ), respectivamente.

$(\tau\beta)_{ij}$ ,  $(\tau\gamma)_{ik}$ ,  $(\beta\gamma)_{jk}$  y  $(\tau\beta\gamma)_{ijk}$ : Son los efectos producidos por las interacciones entre A  $\times$  B, A  $\times$  C, B  $\times$  C y A  $\times$  B  $\times$  C, respectivamente

$$\sum_i (\tau\beta)_{ij} = \sum_j (\tau\beta)_{ij} = \sum_i (\tau\gamma)_{ik} = \sum_k (\tau\gamma)_{ik} = \sum_j (\beta\gamma)_{jk} = \sum_k (\beta\gamma)_{jk} = \sum_i (\tau\beta\gamma)_{ijk} = \sum_j (\tau\beta\gamma)_{ijk} = \sum_k (\tau\beta\gamma)_{ijk} = 0$$

Definimos:

Factor A (profundidad de ranura) tres niveles para el para este caso  $\tau_1, \tau_2, \tau_3$ ; donde  $a=3$

Factor B (diámetro de orificio) tres niveles para en este caso  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ ; donde  $b=3$

Factor C (ancho de ranura) con dos niveles para este caso  $\gamma_1, \gamma_2$ ; donde  $c=2$

Supondremos que se toma una observación por cada combinación de factores, por tanto, hay un total de  $n = abc$  observaciones.

Tabla D.1 Parámetros a estimar.

Parámetros	Número
$\mu$	1
$\tau_i$	a-1
$\beta_j$	b-1
$\gamma_k$	c-1
$(\tau\beta)_{ij}$	(a-1)(b-1)
$(\tau\gamma)_{ik}$	(a-1)(c-1)
$(\beta\gamma)_{jk}$	(b-1)(c-1)
$(\tau\beta\gamma)_{ijk}$	(a-1)(b-1)(c-1)
$\sigma^2$	1
Total	abc + 1

A pesar de las restricciones impuestas al modelo, el número de parámetros ( $abc + 1$ ) supera al número de observaciones ( $abc$ ). Por lo tanto, algún parámetro no será estimable.

Estimación de los parámetros del modelo. Los estimadores máximos verosímiles E.M.V. de los parámetros del modelo son:

El E.M.V. de  $\mu$  es  $\hat{\mu} = \bar{y} \dots$ , Los E.M.V. de los efectos principales son:

$$\hat{\tau}_i = \bar{y}_{i..} - \bar{y} \dots; \hat{\beta}_j = \bar{y}_{.j.} - \bar{y} \dots; \hat{\gamma}_k = \bar{y}_{..k} - \bar{y} \dots$$

Los E.M.V. de las interacciones de segundo orden son:

$$(\hat{\tau\beta})_{ij} = \bar{y}_{ij.} - \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{.j.} + \bar{y} \dots, (\hat{\tau\gamma})_{ik} = \bar{y}_{i.k} - \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{..k} + \bar{y} \dots, (\hat{\beta\gamma})_{jk} = \bar{y}_{.jk} - \bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{..k} + \bar{y} \dots$$

El E.M.V. de la interacción de tercer orden

$$(\widehat{\tau\beta\gamma})_{ijk} = \bar{y}_{ijk} - \mu - \hat{\tau}_i - \hat{\beta}_j - \hat{\gamma}_k - (\widehat{\tau\beta})_{ij} - (\widehat{\tau\gamma})_{ik} - (\widehat{\beta\gamma})_{jk} = y_{ijk} - \bar{y}_{ij.} - \bar{y}_{i.k} - \bar{y}_{.jk} + \bar{y}_{i..} + \bar{y}_{.j.} + \bar{y}_{..k} - \bar{y} \dots$$

Descomposición de la variabilidad. En este modelo la variabilidad total se descompone en:

$$SCT = SCA + SCB + SCC + SC(AB) + SC(AC) + SC(BC) + SC(ABC) + SCR$$

Estas sumas de cuadrados se pueden expresar como:

$$SCT = \sum_{ijk} y_{ijk}^2 - (y^2 \dots) / (abc)$$

$$SCA = \sum_i y_{i..}^2 / bc - (y^2 \dots) / (abc)$$

$$SCB = \sum_j y_{.j.}^2 / ac - (y^2 \dots) / (abc)$$

$$SCC = \sum_k y_{..k}^2 / ab - (y^2 \dots) / (abc)$$

$$SC(AB) = \sum_{i,j} y_{ij.}^2 / c - (y^2 \dots) / (abc) - SCA - SCB: \text{S.C. de la interacción AXB}$$

$$SC(AC) = \sum_{i,k} y_{i.k}^2 / b - (y^2 \dots) / (abc) - SCA - SCC: \text{S.C. de la interacción AXC}$$

$$SC(BC) = \sum_{j,k} y_{.jk}^2 / a - (y^2 \dots) / (abc) - SCB - SCC: \text{S.C. de la interacción BXC}$$

$$SC(ABC) = \sum_{i,j,k} y_{ijk}^2 - (y^2 \dots) / (abc) - SCA - SCB - SCC - SC(AB) - SC(AC) - SC(BC): \text{S.C. de la interacción AXBXC}$$

Dónde:

$y_i$  = Total de las observaciones bajo el i-esimo nivel del factor A.

$y_j$  = Total de las observaciones bajo el j-esimo nivel del factor B.

$y_k$  = Total de las observaciones bajo el K-esimo nivel del factor C.

$y_{ij}$  = Total de las observaciones de la ij-esima celda.

$y_{i,j}$  = Total de las observaciones de la i,j-esima celda.

$y_{i,k}$  = Total de las observaciones de la i.k-esima celda.

$y_{ijk}$  = Total de las observaciones de la ijk.-esima celda.

$y$  = Total de las todas las observaciones.

$y_{ijk}$  = Total de las observaciones de la ijk-esima celda.

Al tratarse de un modelo sin replicación, los contrastes sólo se pueden realizar si se supone que la interacción de tercer orden es cero. En esta hipótesis,  $CM(ABC) = CMR$

Y los contrastes de cada uno de los factores e interacciones comparan su cuadrado medio correspondiente con la varianza residual para construir el estadístico de contraste.

El objetivo del análisis es realizar los contrastes de hipótesis nula que se muestran a continuación junto con el estadístico de contraste correspondiente:

$$H0A \equiv \tau_1 = \dots = \tau_a = 0 : FA = \frac{CMA}{CMR} \sim H0A \quad F(a-1), (a-1)(b-1)(c-1)$$

$$H0B \equiv \beta_1 = \dots = \beta_b = 0 : FB = \frac{CMB}{CMR} \sim H0B \quad F(b-1), (a-1)(b-1)(c-1)$$

$$H0C \equiv \gamma_1 = \dots = \gamma_c = 0 : FC = \frac{CMC}{CMR} \sim H0C \quad F(c-1), (a-1)(b-1)(c-1)$$

$$H0(AB) \equiv (\tau\beta)_{ij} = 0, \forall i,j: F(AB) = \frac{CM(AB)}{CMR} \sim H0(AB) \quad F(a-1)(b-1), (a-1)(b-1)(c-1)$$



$$H_0(AC) \equiv (\tau Y)_{ik} = 0, \forall i,k: F(AC) = \frac{CM(AC)}{CMR} \sim H_0(AB) F(a-1)(c-1), (a-1)(b-1)(c-1)$$

$$H_0(BC) \equiv (\beta Y)_{jk} = 0, \forall j,k: F(BC) = \frac{CM(BC)}{CMR} \sim H_0(ACB) F(b-1)(c-1), (a-1)(b-1)(c-1)$$

Planteamiento de las hipótesis.

$$H_0: A = 0 \quad H_0: B = 0 \quad H_0: C = 0 \quad H_0: AB = 0 \quad H_0: ABC = 0$$

$$H_A: A \neq 0 \quad H_A: B \neq 0 \quad H_A: C \neq 0 \quad H_A: AB \neq 0 \quad H_A: ABC \neq 0$$

$$H_0: BC = 0 \quad H_0: AC = 0$$

$$H_A: BC \neq 0 \quad H_A: AC \neq 0$$

Fijado un nivel de significación  $\alpha$ , se rechaza la  $H_0$  correspondiente, si  $F_{\text{exp}} > F_{\text{teórica}}$ .

Tabla D.2 ANOVA: Modelo factorial con tres factores (Sin replicación).

F. V.	S. C.	G. L.	C. M.	F <sub>exp</sub>
Factor A	SCA	a - 1	CMA	CMA/CMR
Factor B	SCB	b - 1	CMB	CMB/CMR
Factor C	SCC	c - 1	CMC	CMC/CMR
A × B	SC(AB)	(a - 1)(b - 1)	CM(AB)	CM(AB)/CMR
A × C	SC(AC)	(a - 1)(c - 1)	CM(AC)	CM(AC)/CMR
B × C	SC(BC)	(b - 1)(c - 1)	CM(BC)	CM(BC)/CMR
A × B × C	SC(ABC)	(a - 1)(b - 1)(c - 1)	CMR	CM(ABC)/CMR
TOTAL	SCT	abc - 1	CMT	

Dónde:

F.V. = Fuente de varianza

S.C.= Suma de Cuadrados

G.L.= Grados de Libertad

C.M.= Cuadrado Medio

F<sub>exp</sub> = F<sub>0</sub> = f Fisher Calculado.

Cálculo de las sumas correspondientes.

Tabla D.3 Resumen de interacciones de los factores AxBxC.

	γ <sub>1</sub>			γ <sub>2</sub>		
	β <sub>1</sub>	β <sub>2</sub>	β <sub>3</sub>	β <sub>1</sub>	β <sub>2</sub>	β <sub>3</sub>
τ <sub>1</sub>	Y <sub>1,1,1</sub> = 4.80164	Y <sub>1,2,1</sub> = 4.55414	Y <sub>1,3,1</sub> =4.61045	Y <sub>1,1,2</sub> =4.92912	Y <sub>1,2,2</sub> =4.86103	Y <sub>1,3,2</sub> =4.54706
τ <sub>2</sub>	Y <sub>2,1,1</sub> = 5.54194	Y <sub>2,2,1</sub> =5.21687	Y <sub>2,3,1</sub> =5.37341	Y <sub>2,1,2</sub> =5.52174	Y <sub>2,2,2</sub> =5.69342	Y <sub>2,3,2</sub> =5.34462
τ <sub>3</sub>	Y <sub>3,1,1</sub> = 6.18528	Y <sub>3,2,1</sub> =5.87988	Y <sub>3,3,1</sub> =5.83886	Y <sub>3,1,2</sub> =7.25362	Y <sub>3,2,2</sub> =6.3934	Y <sub>3,3,2</sub> =6.01572

Tabla D.4 Interacciones de los factores AxB.

AXB	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	A
$\tau_1$	$Y(1,1,.)$	$Y(1,2,.)$	$Y(1,3,.)$	
$\tau_2$	$Y(2,1,.)$	$Y(2,2,.)$	$Y(2,3,.)$	
$\tau_3$	$Y(3,1,.)$	$Y(3,2,.)$	$Y(3,3,.)$	
B				Y...

AXB	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	A
$\tau_1$	9.73076	9.41517	9.15751	28.30344
$\tau_2$	11.06368	10.91029	10.71803	32.69200
$\tau_3$	13.43890	12.27328	11.85458	37.56676
B	34.23334	32.59874	31.73012	<b>98.56220</b>

Tabla D.5 Interacciones de los factores AxC.

AXC	$\gamma_1$	$\gamma_2$	AXC	$\gamma_1$	$\gamma_2$
$\tau_1$	$Y(1,.,1)$	$Y(1,.,2)$	$\tau_1$	13.96623	14.33721
$\tau_2$	$Y(2,.,1)$	$Y(2,.,2)$	$\tau_2$	16.13222	16.55978
$\tau_3$	$Y(3,.,1)$	$Y(3,.,2)$	$\tau_3$	17.90402	19.66274
C			C	48.00247	50.55973

Tabla D.6 Sumatorias.

a=	3	$\gamma_{...}$ =	98.56220
b=	3	$\gamma^2_{...}$ =	9714.5073
c=	2	$\sum_{ijk} \gamma^2_{ijk}$ =	548.52817
abc=	18	$\sum_i \gamma^2_{i.} / bc$ =	546.8522
ab=	9	$\sum_j \gamma^2_{.j} / (ac)$ =	540.2333
ac=	6	$\sum_k \gamma^2_{..k} / (ab)$ =	540.0582
bc=	6	$\sum_{i,j} \gamma^2_{ij.} / c$ =	547.6386
N=	18	$\sum_{i,k} \gamma^2_{i.k} / b$ =	547.4211
n=	1	$\sum_{i,k} \gamma^2_{.jk} / a$ =	540.7452

Tabla D.7 Parámetros a estimar.

Parámetros	Número	Número
$\mu$	1	1
$\tau_i$	a-1	2
$\beta_j$	b-1	2
$\gamma_k$	c-1	1
$(\tau\beta)_{ij}$	(a-1)(b-1)	4
$(\tau\gamma)_{ik}$	(a-1)(c-1)	2
$(\beta\gamma)_{jk}$	(b-1)(c-1)	2
$(\tau\beta\gamma)_{ijk}$	a-1)(b-1)(c-1)	4
$\sigma^2$	1	1
Total	abc + 1	19

A pesar de las restricciones impuestas al modelo, el número de parámetros ( $abc + 1$ ) supera al número de observaciones ( $abc$ ). Por lo tanto, algún parámetro no será estimable.

Cálculo de los componentes del ANOVA.

$$SCT = 1088.2230$$

$$SCA) = 7.1573$$

$SCB=0.5385$   
 $SCC=0.3633$   
 $SC(AB) = 1.3249$   
 $SC(AC) = 0.2056$   
 $SC(BC) = 0.2056$   
 $SCR = 1078.4848$

Tabla D.8 ANOVA de tres factores.

F. V.	S. C.	G. L.	C. M.	Fexp	Rango
Factor A	7.1573	2	3.5787	0.013272926	3.5654
Factor B	0.5385	2	0.2692	0.000998575	0.2682
Factor C	0.3633	1	0.3633	0.001347483	0.3620
A × B	1.3249	4	0.3312	0.001228492	0.3300
A × C	0.2056	2	0.1028	0.000381297	0.1024
B × C	0.1486	2	0.0743	0.000275541	0.0740
Residual	1078.4848	4	269.6212		
TOTAL	1088.223	17	64.0131		